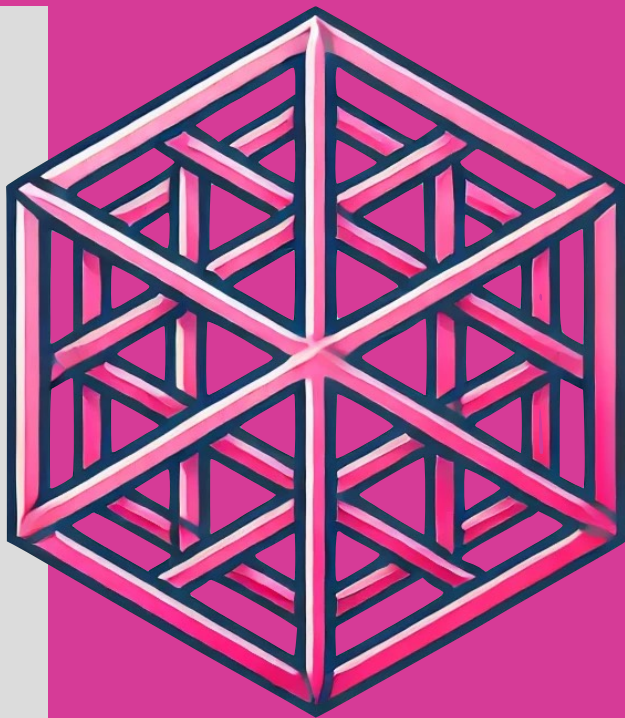


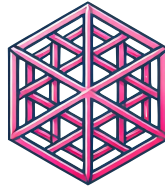
Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

ISSN: 3061-8282



Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación
de la Educación Matemática A.C. (SOMIDEM)





Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)



Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación
de la Educación Matemática A.C.

Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

Volumen 2, Número 3, octubre de 2026

© Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI), octubre de 2026, vol. 2 núm. 3, es una publicación cuatrimestral editada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C. (SOMIDEM), con domicilio en Adolfo Prieto 1734, Col. Del Valle Centro, C. P. 03100, Benito Juárez, Ciudad de México, correo electrónico: revistaremedi@gmail.com

Editor responsable: Mario Sánchez Aguilar y Apolo Castañeda Alonso. Reserva de derechos al Uso Exclusivo del Título: 04-2025-022514380900-102, ISSN 3061-8282 - Formato de la publicación: electrónico, ambos otorgados por la Dirección de Reservas de Derechos del Instituto Nacional del Derecho de Autor.

Publicación cuatrimestral. Se publica en los meses de enero, junio y octubre, con el financiamiento de la SOMIDEM.

La presentación y disposición en conjunto de cada página de la Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI), vol. 2, núm. 3, octubre de 2026, son propiedad de D. R. © Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

Las opiniones expresadas por los autores no reflejan necesariamente la postura de los editores de la publicación ni de la SOMIDEM.

Los autores son responsables del contenido de sus contribuciones, incluyendo la exactitud de los datos, la atribución de citas y referencias bibliográficas, el cumplimiento de los derechos de autor y la gestión de la coautoría. Asimismo, deben garantizar que el material, los textos y las imágenes utilizados respeten los derechos de terceros. REMEDI no asume responsabilidad por el contenido de los trabajos presentados.

Todos los artículos de la REMEDI son de acceso libre y están sujetos a la licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA) <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>



Diagramación y corrección de estilo: Ingrid Eleonor Castañeda González, ingrideleonor@gmail.com

Fecha de la última actualización 30 de octubre de 2026.

<https://remedi.org.mx>
<https://doi.org/10.24844/REMEDI>

Editores en Jefe

Mario Sánchez Aguilar 
Instituto Politécnico Nacional, México

Apolo Castañeda 
Instituto Politécnico Nacional, México

Editores Asociados

Ernesto Alonso Sánchez Sánchez 
Cinvestav (Departamento de Matemática Educativa), México

Carlos Valenzuela García 
Universidad de Guadalajara, México

David Block Sevilla 
Cinvestav (Departamento de Investigaciones Educativas), México

Yolanda Chávez Ruiz 
SOMIDEM, México

Luis Manuel Aguayo Rendón 
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Zacatecas

María García González 
Universidad Autónoma de Guerrero

Editores de Sección

Francisco Sepúlveda Vega 
Cinvestav (Departamento de Matemática
Educativa), México

Juan Manuel Córdoba Medina 
Escuela Normal Superior del Estado de
México

Marilyn Georgia Salcido Saenz 
Universidad Autónoma de Chihuahua,
México

Luz Graciela Orozco Vaca 
Secretaría de Educación Jalisco,
México

Catalina Navarro Sandoval 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Cristian Nava Guzmán 
Universidad Autónoma del Estado de
Hidalgo, México

María Guadalupe Vera Soria 
Universidad de Guadalajara,
México

Carolina Rubí Real Ortega 
Escuela Normal Superior de México,
México

Yesenia Esmeralda Basaldú Gutiérrez 
Centro de Estudios Universitarios los
Ángeles, Oaxaca, México

Guadalupe Cabañas Sánchez 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Verónica Vargas Alejo 
Universidad de Guadalajara,
México

Juan de Dios Viramontes Miranda 
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez,
México

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Heidy Cecilia Chavira 
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez,
México

Isaías Miranda Viramontes 
Instituto Politécnico Nacional,
México

Judith Alejandra Hernández Sánchez 
Universidad Autónoma de Zacatecas,
México

Rosa Isela González-Polo 
Universidad Autónoma del Estado de
México

Lady Elena Sosa Moguel 
Universidad Autónoma de Yucatán,
México

Luis Manuel Cabrera Chim 
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica
y Electrónica, Puebla, México

César Lozano Díaz
ITESO, México

Rubén Alejandro Águeda Altúzar 
SOMIDEM, México

Saúl Elizarraras Baena 
Escuela Normal Superior de México

Editores de Sección

Santiago Alonso Palmas Pérez 
Universidad Autónoma Metropolitana,
Unidad Lerma

Elizabeth Hernández Arredondo 
Universidad de los Lagos,
Chile

Guadalupe Carmona 
University of Texas at San Antonio,
Estados Unidos de América

Carlos Amilcar Fuentes Fuentes 
Universidad San Carlos,
Guatemala

Mihály André Martínez Miraval 
Pontificia Universidad Católica del
Perú

Wilmer Ríos-Cuesta 
Universidad de Antioquia,
Colombia

Cristina Ochoviet Filgueiras 
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Melissa Andrade-Molina 
Pontificia Universidad Católica de
Valparaíso, Chile

Verónica Molfino Vigo 
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Dinazar Isabel Escudero Ávila 
Universidad Complutense de Madrid,
España

Paola Alejandra Balda Álvarez 
Universidad Pedagógica Nacional,
Colombia

Luis Roberto Pino-Fan 
Universidad de los Lagos,
Chile

Jaime Israel García García 
Universidad Metropolitana de Ciencias
de la Educación, Chile

Eric Flores Medrano 
Universidad Complutense de Madrid,
España

Índice

Editorial

Dos años de REMED: Avances, retos y perspectivas <i>Mario Sánchez Aguilar y Apolo Castañeda</i>	11
--	----

Análisis de Experiencias en el Aula

Perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros: una secuencia didáctica apoyada en GeoGebra <i>Dany Luz Rodríguez Ramírez, Catalina Navarro Sandoval y Lizzet Morales García</i>	17
--	----

Secuencia didáctica para la comprensión de la derivada en educación superior <i>Abel Medina Mendoza, Mario E. Águeda Herrera y Alejandro M. Rosas Mendoza</i>	37
---	----

Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

Una descomposición genética del objeto matemático de proporcionalidad: Estudio desde la teoría APOE en contexto escolar <i>Flavio Mora Cid y Patricia Rojas Salinas</i>	53
---	----

Análisis de la práctica docente

Identidad y práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en contextos de marginación educativa <i>José Alfredo Jiménez Pánfilo</i>	77
---	----

Formación de docentes en matemáticas

Competencias matemáticas del ciudadano y del profesor que educa ciudadanos: análisis de tareas en la formación inicial de maestros <i>Elizabeth Torres y Lyda Constanza Mora Mendieta</i>	93
---	----

Convocatorias para número especial REMED

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en interacción con
otras disciplinas

Eleany Barrios Borges, Diana del Carmen Torres Corrales y

Claudia Alejandra Vásquez Ortiz 117

La formación inicial de docentes de matemáticas en las escuelas
normales de México: Saberes, desafíos, innovaciones e investigación
educativa para transformar la práctica docente

Juan Manuel Córdoba Medina y Alfredo García Delgado. 123



Dos años de REMED: Avances, retos y perspectivas

Two years of REMED: Progress, challenges, and prospects

Mario Sánchez Aguilar  | mosanchez@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional, CICATA Legaria,
Programa de Matemática Educativa

Apolo Castañeda  | acastane@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional, CICATA Legaria,
Programa de Matemática Educativa

Con la publicación de este número (volumen 2, número 3), la *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes* (REMED) concluye su segundo año de actividad editorial. Nos parece un buen momento para hacer un breve balance de lo que hemos logrado hasta ahora, reflexionar sobre algunos de los retos que seguimos enfrentando y compartir con nuestros lectores algunas ideas sobre el futuro de la revista.

Un balance del segundo año de REMED

Desde el inicio de 2026 y hasta el momento de escribir esta editorial (25 de octubre de 2026), REMED ha recibido 32 manuscritos, de los cuales 16 han sido rechazados, lo que representa una tasa de rechazo del 50%. Estas cifras muestran que existe interés entre la comunidad por publicar en nuestra revista, pero también que los manuscritos recibidos pasan por un proceso de evaluación y selección que busca asegurar la calidad y pertinencia de los trabajos publicados.

En cuanto a las publicaciones, este segundo volumen estuvo integrado por dos números regulares y un número especial titulado “La enseñanza y el aprendizaje de la estocástica: Experiencias de las Jornadas Mexicanas en Educación Estocástica”, editado por Ana Luisa Gómez-Blancarte (Instituto

Politécnico Nacional, México), Francisco Sepúlveda Vega (Universidad Pedagógica Nacional, México), Cristian G. Paredes-Cancino (Benemérita Escuela Normal Veracruzana, México) y Damian A. Clemente Olague (Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 084, México). La publicación de este número especial representó una experiencia importante para REMED, pues permitió reunir trabajos alrededor de una temática específica y fortalecer la colaboración con colegas de distintas instituciones educativas.

En total, el segundo volumen de REMED incluyó tres editoriales y 17 artículos. Además, durante este periodo publicamos tres convocatorias para recibir contribuciones a números temáticos que conformarán el tercer volumen de la revista, correspondiente a 2027. Las tres convocatorias se encuentran actualmente abiertas, por lo que aprovechamos esta oportunidad para invitar a nuestros lectores a conocerlas y considerar la posibilidad de enviar sus contribuciones.

El primero de estos números temáticos, “La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en interacción con otras disciplinas”, será editado por Eleany Barrios Borges (CINVESTAV, México), Diana del Carmen Torres Corrales (Instituto Tecnológico de Sonora, México) y Claudia Alejandra Vásquez Ortiz (Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile), y se publicará en enero de 2027.

El segundo, “La inteligencia artificial generativa en la educación matemática: Posibilidades, tensiones y horizontes”, será editado por Cristian Nava Guzmán (Instituto Politécnico Nacional, México) y se publicará en junio de 2027.

Finalmente, el tercer número temático, “La formación inicial de docentes de matemáticas en las Escuelas Normales de México: Saberes, desafíos, innovaciones e investigación educativa para transformar la práctica docente”, será editado por Juan Manuel Córdoba Medina (Escuela Normal Superior del Estado de México, México) y Alfredo García Delgado (Escuela Normal de Zumpango, México), y se publicará en octubre de 2027.

Consideramos que estos resultados son alentadores para una revista que apenas concluye su segundo año de existencia. No solo hemos logrado mantener la publicación regular de REMED, sino que también hemos comenzado a recibir propuestas de colegas interesados en participar como editores de números temáticos. Esto nos parece especialmente valioso, pues sugiere que REMED comienza a consolidarse como un espacio de colaboración e intercambio dentro de la comunidad de educación matemática. Sin embargo, reconocemos que todavía enfrentamos retos importantes.

Algunos retos pendientes

Una de las principales motivaciones para crear REMED fue ofrecer un espacio en el que docentes de matemáticas pudieran publicar y compartir sus conocimientos, reflexiones y experiencias de enseñanza. Desde el inicio, nuestra intención fue que la revista no estuviera dirigida exclusivamente a investigadores en educación matemática, sino que también ofreciera oportunidades de publicación a quienes, desde las aulas, generan conocimientos sobre la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

No obstante, atraer contribuciones de docentes de matemáticas sigue siendo uno de nuestros principales retos. A ello se suma la dificultad de conseguir que los manuscritos propuestos por docentes transiten exitosamente por el proceso de evaluación editorial.

Pensamos que esta dificultad se relaciona, al menos en parte, con las expectativas que existen acerca de lo que debe contener un artículo académico. Como Editores en Jefe, reconocemos que todavía no hemos logrado transmitir suficientemente a todas las personas que participan como editoras de sección y evaluadoras de REMED que los escritos que documentan y analizan experiencias docentes no necesariamente deben responder a los mismos criterios que se utilizan para evaluar artículos de investigación en educación matemática.

Por ejemplo, un artículo centrado en una experiencia de enseñanza puede no presentar el mismo nivel de desarrollo teórico o metodológico que un artículo de investigación convencional y, sin embargo, pueden ofrecer conocimientos valiosos para otros docentes e investigadores. Esto no significa que debamos renunciar al rigor académico, sino reconocer que el rigor puede expresarse de distintas maneras, dependiendo de los propósitos y características de cada contribución.

En el caso de las experiencias docentes, consideramos especialmente importante la claridad con la que se describe la experiencia, la reflexión crítica sobre su desarrollo y la identificación de aprendizajes que puedan resultar útiles para otras personas interesadas en la enseñanza de las matemáticas.

Sabemos que todavía tenemos trabajo por hacer para que esta perspectiva se refleje de manera más consistente en nuestros procesos editoriales. También consideramos necesario seguir animando y acompañando a los docentes que desean convertir sus experiencias de enseñanza en publicaciones. En este sentido, tenemos expectativas positivas sobre el número temático dedicado a la formación inicial de docentes de matemáticas en las Escuelas Normales de México, que será el primer número especial de REMED editado por docentes normalistas. Esperamos que esta iniciativa contribuya a acercar la revista a las comunidades de

docentes y formadores de profesores, y anime a más colegas a compartir sus conocimientos y experiencias a través de REMED.

Otro reto importante es la indexación de la revista. Durante nuestros primeros dos años no habíamos buscado activamente la incorporación de REMED a índices y bases de datos académicas, en parte porque algunos de estos sistemas establecen como requisito contar con al menos dos años de publicación continua. Ahora que estamos por iniciar nuestro tercer año, consideramos que existen mejores condiciones para comenzar a explorar estas posibilidades.

Somos conscientes de que la indexación es importante para muchos colegas, especialmente para quienes trabajan en instituciones donde las publicaciones académicas son evaluadas en función de las bases de datos en las que aparecen las revistas. Por ello, avanzar en esta dirección será una de nuestras prioridades durante los próximos años. Al mismo tiempo, nos parece importante destacar que la ausencia de indexación no ha impedido que personas autoras, editoras y evaluadoras hayan mostrado interés y entusiasmo por participar en REMED. Su colaboración ha sido fundamental para sostener este proyecto editorial durante sus primeros dos años.

¿Hacia dónde puede ir REMED?

Además de avanzar en la indexación y continuar trabajando para ampliar la participación de docentes de matemáticas, pensamos que REMED podría orientarse gradualmente hacia un modelo de publicación basado principalmente en números temáticos.

Esta posibilidad no surgió de una decisión tomada desde la dirección de la revista, sino que se ha ido configurando de manera natural a partir de las propuestas que hemos recibido de colegas interesados en coordinar números especiales. Estas iniciativas nos han mostrado que existe interés por utilizar REMED como un espacio para reunir y difundir trabajos relacionados con problemáticas y temas específicos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Los números temáticos ofrecen algunas posibilidades que consideramos valiosas. Por un lado, permiten profundizar en asuntos que resultan relevantes para determinadas comunidades académicas y docentes. Por otro, favorecen la colaboración entre colegas de distintas instituciones y pueden contribuir a acercar la revista a nuevos grupos de autores y lectores.

Como mencionamos anteriormente, los tres números que integrarán el volumen 3 de REMED, correspondiente a 2027, serán temáticos. Sin embargo, esto no significa que dejaremos de recibir artículos regulares. Nuestra intención es mantener espacios dentro de cada número temático

para publicar contribuciones que correspondan a las distintas secciones de la revista, aun cuando no estén directamente relacionadas con la temática del número especial.

En este contexto, queremos aprovechar esta editorial para anunciar que estamos abiertos a recibir propuestas de colegas interesados en editar números temáticos para el volumen 4 de REMED, que se publicará durante 2028. Nos interesa especialmente recibir propuestas que aborden problemas relevantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que promuevan el diálogo entre la investigación y la práctica docente, y que contribuyan a ampliar la diversidad de voces y perspectivas presentes en nuestra revista.

A manera de cierre

Concluimos este segundo año de REMED con satisfacción por lo que hemos logrado, pero también conscientes de que todavía tenemos mucho por hacer. Mantener una revista académica es un esfuerzo colectivo que requiere tiempo, compromiso y la colaboración de muchas personas. Los resultados que hemos presentado en esta editorial nos animan a continuar con este proyecto y a seguir buscando maneras de fortalecerlo.

Queremos agradecer a la *Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática* (SOMIDEM) por el apoyo continuo que ha brindado a REMED desde su creación. Agradecemos también a todas las personas autoras que han confiado en nuestra revista para compartir sus trabajos, así como a las personas editoras de sección y evaluadoras anónimas, cuyas observaciones, sugerencias y críticas contribuyen a mejorar la calidad de las publicaciones.

Esperamos que durante los próximos años REMED continúe creciendo y, sobre todo, que logre consolidarse como un espacio de publicación y diálogo en el que tanto investigadores como docentes de matemáticas encuentren oportunidades para compartir los conocimientos que generan desde sus diferentes ámbitos de trabajo.

Los Editores en Jefe de REMED



Perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros: Una secuencia didáctica apoyada en GeoGebra

Perimeters and areas of triangles and quadrilaterals: A
teaching sequence supported by GeoGebra



Dany Luz Rodríguez Ramírez  | 14527818@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero

Catalina Navarro Sandoval  | catalinans@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero

Lizzet Morales García  | lizzet.morales@correo.buap.mx

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Recepción: 17 de octubre de 2025 | Aceptación: 27 de octubre de 2026

Resumen

El objetivo de la presente investigación fue diseñar e implementar una secuencia didáctica apoyada en GeoGebra para el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros en Educación Secundaria. Los elementos conceptuales considerados fueron: secuencia didáctica, aprendizaje, enseñanza, área y perímetro. La investigación es de corte cualitativo, en la que participaron tres estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria, y se desarrolló en seis etapas: revisión de libros de texto de matemáticas de Educación Secundaria; diseño de un cuestionario de diagnóstico; diseño de la secuencia didáctica; validación de la secuencia didáctica; implementación de la secuencia didáctica; y análisis de los datos. Los resultados evidenciaron que los participantes lograron calcular perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros, pero persistieron errores en las operaciones básicas y en el manejo de literales; además, la incorporación del software GeoGebra permitió visualizar perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros de forma dinámica, verificar y/o corregir estrategias de solución, anticipar o descartar soluciones. Los resultados del cuestionario de diagnóstico señalaron que los participantes no identificaban ni calculaban perímetros y áreas de figuras geométricas, errores mayores en la realización de operaciones básicas y en la aplicación de fórmulas.

Palabras clave

área; enseñanza; perímetro; secuencia didáctica.



Autora de correspondencia | Dany Luz Rodríguez Ramírez

Abstract

The objective of this study was to design and implement a GeoGebra-based instructional sequence for calculating the perimeters and areas of triangles and quadrilaterals in secondary education. The conceptual elements considered were: instructional sequence, learning, teaching, area, and perimeter. This qualitative study involved three second-year secondary education students and was conducted in six stages: a review of secondary education mathematics textbooks; the design of a diagnostic questionnaire; the design of the instructional sequence; validation of the instructional sequence; implementation of the instructional sequence; and data analysis. The results showed that the participants were able to calculate the perimeters and areas of triangles and quadrilaterals, but errors persisted in basic operations and in the use of variables; furthermore, the use of GeoGebra software allowed them to dynamically visualize the perimeters and areas of triangles and quadrilaterals, verify and/or correct solution strategies, and anticipate or rule out solutions. The results of the diagnostic questionnaire indicated that participants were unable to identify or calculate the perimeters and areas of geometric figures, and that they made significant errors in performing basic operations and applying formulas.

Keywords

area, didactic sequence, perimeter, teaching.

Introducción

El perímetro y área de figuras planas han sido ampliamente reportados en la literatura, cuyo centro de atención han sido el profesor en formación y el estudiante o bien la realización de propuestas de enseñanza sobre el mismo tema. En general, tanto de profesores en formación como de estudiantes se han reportado dificultades y errores relacionados con dichos conceptos (Caviedes et al., 2023; Galvis & Vásquez, 2015; Machaba, 2016; Rangel-Martínez & Murcia-Pardo, 2017; Mercado & Álvarez, 2008; Muñoz & Rojas, 2019; Yilmaz & Küçük, 2021). En el caso de los profesores en formación se ha evidenciado confusión entre los conceptos de perímetro y área, además, han presentado dificultades para aceptar la propiedad de conservación de área (Mercado & Álvarez, 2008; Yilmaz & Küçük, 2021). Por otra parte, los estudiantes carecen de comprensión conceptual respecto de los conceptos de perímetro y el significado del perímetro (Jaimes-Pérez et al., 2024; Machaba, 2016; Muñoz & Rojas, 2019).

Respecto de las propuestas para la enseñanza-aprendizaje del perímetro y el área, se han reportado varias (Cañar, 2018; Castellanos, 2021; Ferreira & Scortegagna, 2018; Gudiño, 2020; Leivas & Gobbi, 2014; Muñoz & Rojas, 2019; Peñuela, 2021). Algunas se centraron en mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, a través de la descomposición de polígonos regulares. Otras han utilizado figuras geométricas planas mediante el uso

del software GeoGebra. Mientras que otras han recurrido al uso de la metodología de la Ingeniería Didáctica y a la Teoría de Situaciones Didácticas para la construcción conceptual del perímetro y del área.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2014) menciona que las herramientas tecnológicas, es decir, el software de geometría dinámica, sistemas de álgebra computacional, applets interactivos, hojas de cálculo y utilidades gráficas, cuando se utilizan adecuadamente, mejoran el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. Por otro lado, se ha explorado la integración del software GeoGebra para la resolución de problemas de perímetro y área en distintos niveles educativos (Cárdenas, 2018; Cevallos, 2020; Díaz-Nunja et al., 2018; Leivas & Gobbi, 2014; Mora-Saavedra, 2020; Ramírez et al., 2018; Yohannes & Chen, 2023), señalando que su uso propició cambios significativos en los educandos, en contraste con la enseñanza tradicional, facilitando el entendimiento de conceptos difíciles. Esto se debe a que los profesores pueden presentar de manera atractiva y dinámica conceptos y procedimientos relacionados con la geometría.

En el mismo sentido, Barahona Avecilla et al. (2015) indicaron que el uso de GeoGebra ha facilitado procesos de abstracción, puesto que ha permitido construir una relación entre un modelo geométrico y uno algebraico de una situación real, para encontrar soluciones matemáticas y visuales de un problema.

Con base en la revisión de la literatura especializada, es evidente que las propuestas se diseñan con el propósito de aportar al proceso de enseñanza-aprendizaje, además, muestran que la incorporación tanto de las tecnologías como de software particulares, ha brindado elementos visuales que permiten entender conceptos matemáticos. Por esta razón, el interés nuestro se centra en diseñar e implementar una secuencia didáctica para el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros en secundaria, que incorpore el uso del software GeoGebra.

En el caso particular de esta secuencia didáctica, la mayoría de los problemas y/o ejercicios se enmarcan en situaciones de contexto real, los cuales, en un primer momento, se propusieron para ser resueltos en un ambiente de papel y lápiz, posteriormente se introdujo el uso del software GeoGebra, con la intención de que los estudiantes visualicen procedimientos o vías de solución alternas, que tal vez en el primer momento no visualizaron, con la ventaja de entender el uso o aplicación de los conceptos que están aprendiendo.

El uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) se ha incrementado a nivel nacional en los últimos cinco años. De modo que la incorporación de estas en el ámbito educativo se presenta como una

fortaleza potencial para el mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje (Cevallos, 2020). Se resalta, además, que GeoGebra es un software matemático interactivo libre, cuyas funciones tienden a simplificar las construcciones geométricas. Este último, como recurso tecnológico, puede ser utilizado en la elaboración de estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas (Castro et al., 2019).

Marco conceptual

Los elementos conceptuales para esta investigación se presentan a continuación. Se entenderá la secuencia didáctica como una serie de actividades con orden interno entre sí, que vinculan conocimientos y experiencias previas de los participantes, sobre un objeto de conocimiento nuevo. La estructura general se basa en dos elementos, la secuencia de actividades y la evaluación para el aprendizaje. De modo que la secuencia de actividades comprende tres tipos: apertura, desarrollo y cierre (Díaz-Barriga, 2013, p. 4).

La actividad de apertura permite abrir el clima de aprendizaje, planteando un problema en el contexto de los participantes, o bien, abrir una discusión en grupos pequeños con interrogantes significativas. Mientras que la actividad de desarrollo tiene la finalidad de lograr interacción entre el estudiante y el conocimiento nuevo. Y la actividad de cierre integra el conjunto de tareas realizadas, las que sintetizarán el proceso desarrollado (Díaz-Barriga, 2013, pp. 6–11).

El aprendizaje se tomará como: “procedimientos (conjunto de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas” (Díaz-Barriga & Hernández, 2002, p. 8). Mientras que la enseñanza se considerará como: “procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos” (Díaz-Barriga & Hernández, 2002, p. 8).

El concepto de área es la medida de la superficie que cubre un cuerpo o figura geométrica, mediante unidades cuadradas, centímetros cuadrados (cm^2), metros cuadrados (m^2), etc. (Soto, 2011, p. 8). Y el perímetro de un polígono es igual a la suma de las longitudes de sus lados (Soto, 2011, p. 121).

Metodología

La presente investigación es de tipo cualitativo con enfoque descriptivo y tuvo como propósito diseñar e implementar una secuencia didáctica apoyada en GeoGebra, para abordar el cálculo de perímetros y áreas de

triángulos y cuadriláteros en Educación Secundaria. En esta participaron tres estudiantes, identificados como E1, E2 y E3, con edades promedio de 13 años, cuyas características fueron que en ese momento cursaran el segundo grado de telesecundaria y que hubieran abordado el tema de área y perímetro. Cabe señalar que la investigación se desarrolló en el contexto del regreso a clases presenciales posterior a la pandemia por COVID-19. La investigación se organizó con base en seis etapas: 1) revisión de libros de texto de matemáticas de Educación Secundaria; 2) diseño de un cuestionario de diagnóstico; 3) diseño de la secuencia didáctica; 4) validación de la secuencia didáctica; 5) implementación de la secuencia didáctica; y 6) análisis de los datos.

La revisión de libros de texto de matemáticas de Educación Secundaria se realizó con el objetivo de identificar tareas relacionadas con el cálculo de perímetro y área presentes en ellos, con el fin de utilizarlas como referentes en el diseño de la secuencia didáctica. Para ello, se revisaron tres libros de texto: Martínez y Mohar (2021); Bosch et al. (2022); y Cano et al. (2022), se consideraron los aspectos de organización, contenidos y ejercicios, retomados de Carmo et al. (2016). Los resultados del análisis permitieron identificar una organización adecuada entre contenidos y una relación interna entre ellos respecto del cálculo de perímetros y áreas. Asimismo, se identificaron tareas contextualizadas que favorecían el análisis de las magnitudes de nuestro interés. Por ello, algunas tareas de los libros de texto se consideraron pertinentes para la elaboración del diseño de la secuencia didáctica. Por tanto, dichas tareas fueron adaptadas según los propósitos de esta.

Posteriormente, se diseñó y aplicó un cuestionario de diagnóstico para explorar los conocimientos previos de los estudiantes sobre la identificación de figuras geométricas, las características de triángulos y cuadriláteros, el uso de unidades de medida y el cálculo de perímetros. También se indagó sobre el uso de recursos tecnológicos durante las clases de matemáticas. El cuestionario de diagnóstico se elaboró considerando los contenidos y tipos de tareas identificadas en la revisión de los libros de texto.

Los resultados del cuestionario de diagnóstico mostraron las siguientes dificultades en los participantes: reconocer figuras geométricas, diferenciar entre perímetro y área. Dos de los tres participantes presentaron dificultades al reconocer y usar fórmulas para el cálculo de áreas; y al realizar operaciones básicas para obtener el resultado final. En cuanto al uso de tecnología, los tres participantes lo relacionaron con el uso de computadoras, teléfono celular, calculadora y juegos geométricos; y de algún proyector durante la Educación Primaria y Secundaria. Con base en estos resultados surge el interés de proponer actividades que articulen el análisis

de figuras (triángulos y cuadriláteros), y la comprensión de procesos para el cálculo de perímetros y áreas.

Con el diseño de la secuencia didáctica, se atendió el objetivo de calcular perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros en secundaria e incorporar el uso del software GeoGebra. Para ello, se usaron los resultados de la revisión de los libros de texto de Educación Secundaria y las dificultades identificadas en el cuestionario de diagnóstico. De modo que la secuencia didáctica se estructuró en tres apartados, cada uno incluyó actividades de apertura, desarrollo y cierre, de acuerdo con Díaz-Barriga (2013). En el primer apartado se atendió el cálculo de perímetros de triángulos y cuadriláteros, en el segundo el cálculo de áreas de las mismas figuras y en el último se atendió tanto el cálculo de perímetros como el de áreas de las figuras geométricas mencionadas. Cabe señalar que en cada actividad de desarrollo se incorporó el uso de GeoGebra, como un recurso de representación y visualización para el análisis de la situación planteada en cada actividad.

El objetivo del primer apartado fue priorizar el cálculo de perímetros, de modo que, para la actividad de apertura, se planteó un problema (con cuatro incisos) de perímetros en contexto cotidiano, este problema fue adaptado de Cano et al. (2022, p. 68). Para la actividad de desarrollo, se retomó el mismo problema, pero se incorporó el uso del software GeoGebra, con el objetivo de visualizar los elementos del problema de forma dinámica. Finalmente, en la actividad de cierre, se presentaron dos ejercicios que involucraban el cálculo de perímetros de triángulos y cuadriláteros, ejercicios adaptados de Cano et al. (2022, pp. 70–71). Cabe señalar que en este apartado se atienden las dificultades: de aplicación de procedimientos para calcular perímetros con base en figuras geométricas de triángulos y cuadriláteros; y el uso de la unidad de medida para el cálculo de perímetros, resultado del cuestionario de diagnóstico.

En el segundo apartado, el objetivo fue calcular áreas de triángulos y cuadriláteros, para la actividad de apertura, se plantearon dos problemas sobre perímetro y área, adaptados de Martínez & Mohar (2021, p. 77). Para la actividad de desarrollo se retomaron los mismos dos problemas, pero incorporando el uso del software GeoGebra, para visualizar áreas de manera dinámica. Finalmente, en la actividad de cierre, se presentó un ejercicio con varios incisos para realizar cálculos de áreas de triángulos y cuadriláteros, ejercicio tomado de Cano et al. (2022, p. 234). Asimismo, se atendieron las dificultades de: aplicación de fórmulas, y uso de unidades de medidas cuadradas, detectadas en el cuestionario de diagnóstico.

En el tercer apartado se calcularon tanto perímetros como áreas de triángulos y cuadriláteros, con el objetivo de diferenciar procedimientos.

Para la actividad de apertura, se planteó un problema que requería del cálculo de perímetros y de áreas de triángulos y cuadriláteros, problema adaptado de Martínez & Mohar (2021, p. 79). Para la actividad de desarrollo se presentó el problema tomado de Ramírez et al. (2018), donde se utilizó el software GeoGebra para visualizar y diferenciar perímetros y áreas de cuadriláteros. Finalmente, para la actividad de cierre se presentó un problema y un ejercicio, ambos adaptados de Cano et al. (2022, pp. 232–236), para realizar el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros. Para este apartado se consideraron las dificultades de: la selección y aplicación de fórmulas; reconocimiento de las características de triángulos y cuadriláteros, y la diferenciación entre perímetro y área.

Cabe señalar que sobre la secuencia didáctica se realizó una validación por expertos, con la finalidad de valorar la pertinencia y claridad de las actividades, así como del uso de GeoGebra. Participaron tres profesores en servicio de Educación Secundaria, cuya característica fue que en el pasado hubieran impartido el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros, es decir, que tuvieran experiencia impartiendo el tema de interés. De modo que se les envió vía correo electrónico, la primera versión de la secuencia didáctica, posteriormente, la devolvieron con las observaciones realizadas, manteniendo interacción por la misma vía, con la intención de ganar claridad sobre las validaciones realizadas. A partir de las observaciones, se realizaron los ajustes necesarios y la reformulación de algunos problemas, así como la precisión en la redacción de algunas preguntas y unidades solicitadas.

Puntualmente, los resultados de la validación permitieron los siguientes ajustes: para el primer apartado, se omitieron actividades que no se correspondían con el tema de interés y las actividades se centraron únicamente en el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros. En la actividad de apertura, se modificaron las medidas de las figuras geométricas, se replantearon las preguntas, y se agregó una pregunta para resaltar el cálculo del perímetro. En la actividad de desarrollo, se colocó el enunciado en el problema; y en la actividad de cierre, se usaron diferentes letras para diferenciar los lados de cada figura, para evitar confusiones. En el segundo apartado, se involucró el uso de metros cuadrados para el cálculo de áreas. En la actividad de cierre, se mejoró la redacción de enunciados, y se reformularon algunas preguntas. Sobre el tercer apartado no se realizaron modificaciones.

La implementación de la secuencia didáctica se desarrolló durante tres sesiones, en la primera se trabajaron las actividades relacionadas con el cálculo de perímetro, durante 50 minutos. En la segunda sesión se abordaron las actividades relacionadas con el cálculo de áreas, también

durante 50 minutos y en la tercera sesión se atendió la diferenciación entre el cálculo de ambos conceptos, dedicando 100 minutos. En las tres sesiones participaron tres estudiantes (E1, E2 y E3) de segundo grado de Educación Secundaria. Cabe mencionar que las sesiones fueron videograbadas para disponer de registros del desarrollo de las actividades y de las estrategias utilizadas por los participantes.

Análisis de los datos

El análisis de los datos tuvo como objetivo conocer si las actividades de la secuencia didáctica permitieron a los estudiantes realizar cálculos de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros, y la influencia del software GeoGebra. Para ello, se consideraron las producciones de los estudiantes sobre la secuencia didáctica durante su implementación, bajo los siguientes criterios: estrategias empleadas para calcular perímetros y áreas; el uso de unidades de medida; la selección y aplicación de fórmulas; la precisión en el desarrollo de las operaciones; y la interpretación de las situaciones contextualizadas.

Estrategias empleadas para calcular perímetros y áreas

A modo de ejemplo, se presentan algunas evidencias del cálculo de perímetros, por parte de los participantes. En el inciso *d*, del problema de las cortinas (ver Figura 1 y Figura 2) correspondiente a la actividad de apertura del primer apartado. Se solicitó calcular la cantidad total de listón necesaria para adornar cortinas, lo que implicaba el cálculo de perímetros de las ventanas y sumar los resultados. La estrategia usada por E1 fue enumerar las ventanas y a la vez, las relacionó con su perímetro según correspondía, posteriormente, realizó la suma total de los perímetros, sin embargo, no obtuvo el resultado correcto, pero sí muestra congruencia en el procedimiento.

Figura 1

Actividad de apertura del primer apartado

1. Resuelve lo siguiente.

Karla quiere hacer cortinas para las ventanas de su casa. Va a la tienda en busca de las telas y decide comprar un rollo de tela. Para ello midió las ventanas de su casa y se dio cuenta que tienen distintas medidas. Las que se muestran a continuación.

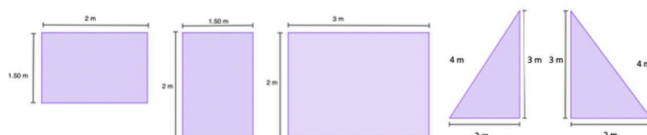


Figura 2*Producción de E1*

- d) Karla decide ponerle listón alrededor de las cortinas. ¿Cuántos metros de listón utilizará para adornarlas?

41 metros de listón para las cortinas
 $(1-7m)(2-6m)(3-10m)(4-9m)(5-9m)$

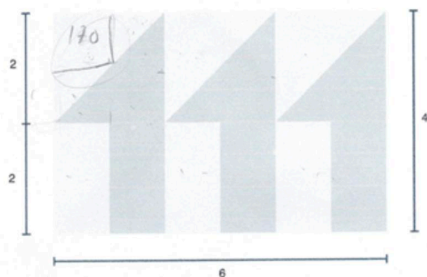
Nota. Evidencia que E1 presentó sobre la noción del significado del perímetro.

Para el cálculo de áreas las estrategias que evidenciaron los participantes, a modo de ejemplo, se tomó la actividad de apertura del segundo apartado, el problema de la ventana (ver Figura 3). Donde E1 y E2 utilizaron un cuadrado de 1 cm $\times$ 1 cm como unidad de medida y determinaron que cada una de las seis partes, color lila, que conforman la ventana, miden dos unidades. Posteriormente suman $(85+85)$, es decir, suman el costo de dos metros cuadrados de vidrio (170). Luego, realizan la multiplicación (170×6) del costo de los dos metros cuadrados de vidrio por las seis partes de vidrio, que conforman la ventana (resultando 1020).

Figura 3*Actividad de apertura del segundo apartado*

2. Analice el siguiente problema y responda.

Carlos quiere cambiar una ventana de su casa, por una con un diseño como el que se muestra en la imagen, la parte lila es vidrio y la gris, aluminio.



Si el metro cuadrado de vidrio cuesta \$85, ¿Cuánto tiene que pagar por la cantidad de metros cuadrados de vidrio que necesita para la ventana?

$$R = 1020$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ + 85 \\ \hline 170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ \times 6 \\ \hline 1020 \end{array}$$

El uso de unidades de medida

Para evidenciar el uso de unidades de medida, se tomó la actividad de apertura del segundo apartado (ver Figura 4). Específicamente en el inciso c, los estudiantes debían comenzar a diferenciar las unidades de medida para el perímetro y para el área (ver Figura 5). Para ello, E1 expresó las

unidades de medidas, escribiendo, “para expresar el perímetro se suma la cantidad de los lados y la unidad, metros, etc, pasa igual. Para el área se multiplica y también se multiplica la unidad, metro, etc. Y al multiplicar se hacen unidades o metros cuadrados”. Por su parte E3 describió ideas generales, logrando identificar aspectos del perímetro, no sucediendo lo mismo con el área, además, no hizo referencia a las unidades de medida de ambos y E2 solamente escribió fórmulas.

Figura 4

Actividad de apertura del segundo apartado

1. Responde a las siguientes cuestiones.
 - a) Se desea colocar una cerca alrededor de un terreno, ¿Qué necesitamos calcular, el perímetro o el área? Explique por qué
 - b) Si una casa que se encuentra dentro de un terreno mide 144 m^2 ¿se está indicando el área o perímetro de dicha casa?
 - c) Para expresar perímetro y área, ¿Qué unidades de medida se emplean?

Figura 5

Evidencia de las expresiones de los estudiantes sobre el uso de unidades de medida

E1

c) Para expresar perímetro y área, ¿Qué unidades de medida se emplean? Para expresar el perímetro se suma la cantidad de los lados y la unidad, metros, etc, pasa igual. Para el área se multiplica y también se multiplica la unidad, metro, etc, y al multiplicar se hacen unidades o metros cuadrados.

d) Calcule el área de la siguiente figura.



E2

- c) Para expresar perímetro y área, ¿Qué unidades de medida se emplean?

Perímetro: $2 \times L$

Área: $b \times h$

E3

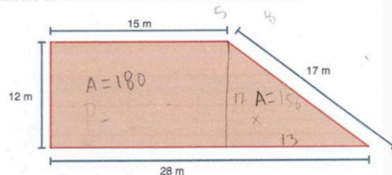
c) Para expresar perímetro y área, ¿Qué unidades de medida se emplean? en el perímetro se suman los lados y el área se suman y se divide de acuerdo a que figura sea.

La selección y aplicación de fórmulas

En cuanto a la selección y aplicación de fórmulas, para el cálculo de perímetro se tomó la actividad, de cierre del primer apartado (ver Figura 6). Los tres participantes evidenciaron una adecuada aplicación de fórmulas para calcular el perímetro de la figura dada, apoyándose de una suma vertical. A modo de ejemplo se presenta la producción de E1.

Figura 6*Actividad de cierre del primer apartado*

3. Este terreno se va a cercar con malla ciclónica alrededor.



a) ¿Cuántos metros de malla se requieren para cercar? 72 m

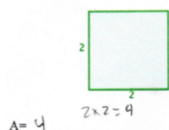
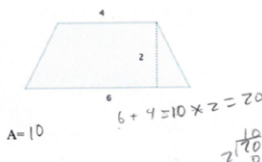
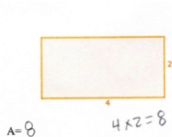
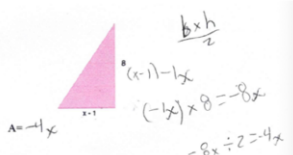
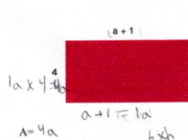
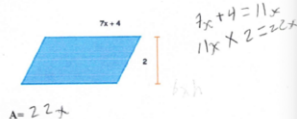
$$\begin{array}{r} 28 \\ + 17 \\ + 15 \\ + 12 \\ \hline 72 \end{array}$$

Nota. Evidencia de cómo los participantes expresan el perímetro de figuras propuestas.

Para evidenciar la selección y aplicación de fórmulas para el área, se tomó la actividad de cierre del segundo apartado (ver Figura 7). Donde E1 aplicó correctamente la fórmula para calcular las áreas del triángulo, cuadrado, y rectángulo. Mientras que E2 y E3 lo realizaron únicamente para las áreas del cuadrado y el rectángulo.

Figura 7*Actividad de cierre del segundo apartado*

4. Calcule el área de las siguientes figuras.



Nota. Se evidencia la selección y aplicación de fórmulas por parte de los estudiantes al calcular áreas de triángulos y cuadriláteros.

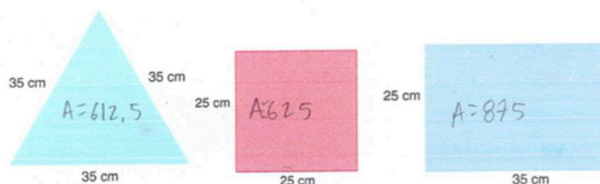
La precisión en el desarrollo de las operaciones

Para la precisión en el desarrollo de operaciones por parte de los estudiantes, se tomó la actividad de apertura del tercer apartado (ver Figura 8). Puesto que atiende el cálculo tanto de perímetro como de área, y en el proceso involucra las operaciones de suma, multiplicación y división. Las producciones de E1, evidencian la realización correcta de las operaciones citadas para el cálculo de áreas y perímetros y con ello se dio respuesta a dichas actividades.

Figura 8

Actividad de apertura del tercer apartado

1. Paola realizará servilletas para una fiesta en forma de triángulos, rectángulos y cuadrados. Desea que tengan las siguientes medidas.



- a) Si realiza 20 servilletas de cada modelo, ¿cuánta cantidad de tela se ocupará para 7 de los cada modelo? modelos y una de 615

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 120} \\ 9 \\ \hline 30 \\ 30 \\ \hline 0 \end{array}$$

- b) ¿Cuánta tela se ocupará en total? 2112.5 cm^2

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 612.5 \\ \times 20 \\ \hline 12250 \\ 02500 \\ \hline 12250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 500 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 25 \\ \hline 175 \\ 70 \\ \hline 875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 875.5 \\ + 625 \\ + 612.5 \\ \hline 2112.5 \end{array}$$

Nota. Evidencia de cómo los participantes realizaron operaciones para el cálculo de áreas.

Interpretación de las situaciones contextualizadas

Para la interpretación de las situaciones contextualizadas, se tomó la actividad de desarrollo del tercer apartado (ver Figura 9). En la que se pide calcular el perímetro del vidrio de un portarretrato, dadas las medidas externas de este (20.5×12.5) y este tiene un marco que mide 3 cm de ancho.

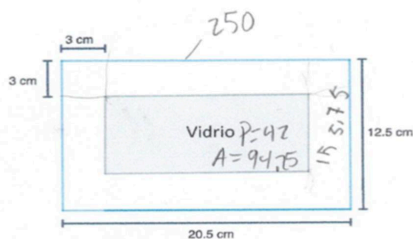
Para el cálculo del perímetro, por ejemplo E1, con base en las medidas dadas, comenzó a realizar operaciones (evidencia de la videograbación) [con base en las medidas dadas, realiza las siguientes operaciones: para calcular el largo del vidrio ($20.5 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 14.5 \text{ cm}$), para calcular el ancho del vidrio ($12.5 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 6.5 \text{ cm}$), y para calcular el perímetro ($14.5 \text{ cm} + 14.5 \text{ cm} + 6.5 \text{ cm} + 6.5 \text{ cm} = 29 \text{ cm} + 13 \text{ cm} = 42 \text{ cm}$)]. El resultado que se señala en la evidencia es 42, lo que es congruente con la respuesta esperada, sin embargo no evidenció desarrollo.

Respecto del cálculo del área, E1, por ejemplo, tomó las medidas 12.5 cm y 20.5 cm y las multiplicó, y obtuvo 250 cm^2 como el área total del retrato, sin embargo, la respuesta correcta era 256.25 cm^2 . Posteriormente, calculó el área del vidrio del portarretrato, multiplicando las medidas 14.5 cm y 6.5 cm (medidas obtenidas durante el cálculo del perímetro), para obtener 94.25 cm^2 . Con las cantidades obtenidas, realizó la resta entre el área total y el área del vidrio ($250 \text{ cm}^2 - 94.25 \text{ cm}^2 = 155.75 \text{ cm}^2$), aunque cometió un error en los cálculos, en ambos casos, es evidente que el plantear situaciones contextualizadas orienta en los procedimientos a realizar a los resolutores.

Figura 9

Actividad de desarrollo del tercer apartado

2. Las dimensiones externas de un portarretrato son 20.5 cm, por 12.5 cm. Si se sabe que el portarretrato tiene un marco de 3 cm de ancho.



- a) Calcule en centímetros el perímetro de la parte visible del vidrio en el portarretrato.

42

- b) Calcule en centímetros cuadrados el área del marco del portarretrato. 155.75

Area del rectángulo menos el vidrio

$$12.5 \times 20.5 = 256.25$$

$$14.5 \times 6.5 = 94.25$$

$$256.25 - 94.25 = 162$$

Nota. Evidencia de cómo los participantes realizaron operaciones en un problema contextualizado.

Uso del GeoGebra

Como se mencionó anteriormente, en las actividades de desarrollo de cada apartado que constituye la secuencia didáctica, se integró el uso del software GeoGebra. Para representar visualmente las actividades que en turno eran abordadas, por ejemplo, para representar las medidas de algunas ventanas y tener ideas claras sobre la cantidad de tela para realizar cortinas (ver Figura 10 y Figura 11); para la construcción de figuras y con base en sus formas geométricas y medidas, visualizar estrategias de solución (ver Figura 12).

Figura 10

Actividad de desarrollo del primer apartado

Karla quiere hacer cortinas para las ventanas de su casa. Va a la tienda en busca de las telas y decide comprar un rollo de tela. Para ello midió las ventanas de su casa y se dio cuenta que tienen distintas medidas. Las que se muestran a continuación.

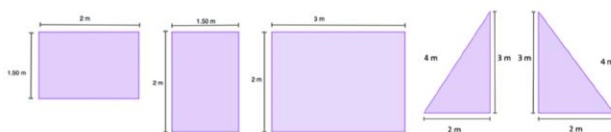


Figura 11

Actividad representada con GeoGebra

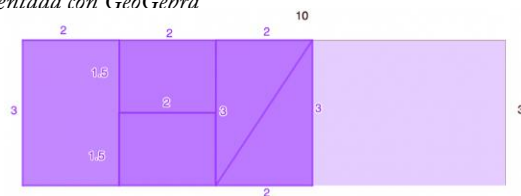
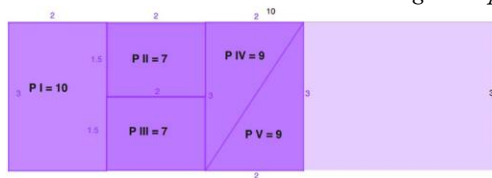


Figura 12

Visualización de la solución de la actividad de desarrollo del segundo apartado

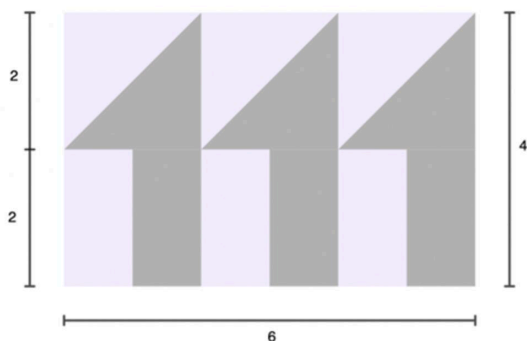


Y para la representación de triángulos y rectángulos que conformaban alguna ventana (de aluminio y vidrio) (ver Figura 13 y Figura 14), apoyando la visualización de áreas de las mismas figuras y a determinar cierta cantidad de metros cuadrados de vidrios a utilizar y con ello la determinación de costos. Lo que permitió que los participantes, además de visualizar procedimientos, comprobar y/o corregir las estrategias usadas en cada una de las actividades, se mantuvieron más atentos en esta etapa de la secuencia didáctica.

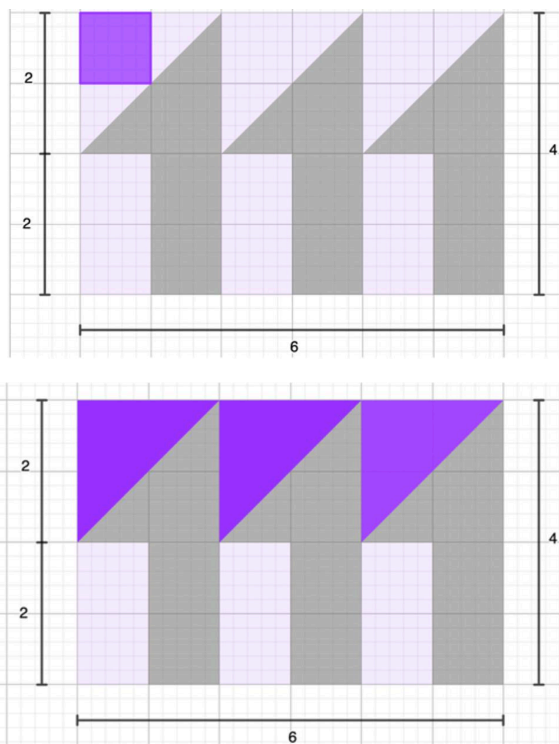
Figura 13*Actividad de desarrollo del tercer apartado*

2. Analice el siguiente problema y responda.

Carlos quiere cambiar una ventana de su casa, por una con un diseño como el que se muestra en la imagen, la parte lila es vidrio y la gris, aluminio.



Si el metro cuadrado de vidrio cuesta \$85, ¿Cuánto tiene que pagar por la cantidad de metros cuadrados de vidrio que necesita para la ventana?

Figura 14*Actividad de desarrollo del segundo apartado representada con GeoGebra*

Resultados

En conjunto, los resultados de la secuencia didáctica cuyo objetivo fue calcular perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros e involucrar el uso del software GeoGebra evidenciaron lo siguiente: en cuanto a las estrategias empleadas y la precisión del desarrollo de operaciones básicas, de los participantes, se observó que realizaron cálculos de perímetro y área de manera consistente (es decir, entendían lo que buscaban), sin embargo, se identificaron errores menores en la realización de operaciones básicas y en el manejo de literales que no tuvieron relevancia para el logro del objetivo de la secuencia didáctica, puesto que lograron diferenciar correctamente ambos conceptos.

Sobre el uso de las unidades de medida, solamente uno de los participantes, logró diferenciar con claridad, que las unidades lineales se relacionan con el perímetro y las cuadradas con el área. De la selección y aplicación de fórmulas, se evidenció un manejo de fórmulas para el cálculo de áreas del cuadrado y del rectángulo, excepto en el caso del triángulo. En el caso del cálculo de perímetros no se presentaron dificultades. Respecto de la interpretación de situaciones contextualizadas, se evidenció que este tipo de actividades capta el interés y atención del estudiante, puesto que una pregunta que siempre realiza es ¿Dónde voy a aplicar la matemática que aprendo?

La incorporación del uso del software GeoGebra fue una herramienta que también captó el interés y la atención del estudiante, pues permitió en cada actividad, por una parte, representar los datos del problema y con ello entender el mismo, y por otra parte, visualizar las formas de proceder para su resolución, y en la medida de lo posible anticipar si estas eran adecuadas o no, además, permitió diferenciar visualmente las soluciones relacionadas con perímetro y las relacionadas con el área.

Conclusiones

Los resultados de la implementación de la secuencia didáctica evidenciaron avances en las producciones-respuestas de los participantes, particularmente en la aplicación de procedimientos para calcular el perímetro y en el uso de fórmulas para determinar el área de triángulos, cuadrados y rectángulos. En este proceso, la incorporación de GeoGebra ofreció oportunidades de visualizar procedimientos de cálculo y examinar las estrategias utilizadas previamente, por los estudiantes. Sin embargo, se identificaron dificultades que no se superaron por completo, como se pudo visualizar en el análisis.

Puntualmente el hecho de involucrar el uso de unidades de medida en las actividades de la secuencia didáctica, permitió a los participantes diferenciar el perímetro y área como medidas distintas, lo que concuerda

con lo señalado por Muñoz y Rojas (2019), quienes lograron que los estudiantes no relacionaran el perímetro y área como magnitudes equivalentes.

De acuerdo con los resultados, la incorporación del uso del software GeoGebra en las actividades de desarrollo de los tres apartados que constituyeron la secuencia didáctica, se encontró que la implementación de este, fue útil para representar problemas relacionados con el cálculo de perímetros y áreas de manera diferente a la enseñanza tradicional, puesto que se captó la atención de los participantes, pues el hecho de visualizar procedimientos propició entender los mismos, al menos durante la implementación de la secuencia didáctica, lo que concuerda con Riveros et al. (2011), Leivas y Gobbi (2014), Valdivieso y Freire (2016), Ramírez et al. (2018), Díaz-Nunja et al. (2018), Mora-Saavedra (2020), y Cevallos (2020) quienes mencionan que las TIC en la enseñanza-aprendizaje de la matemática son herramientas útiles, valiosas y juegan un papel importante, dado que el aporte visual de estas motiva y desarrolla la creatividad tanto del docente como del estudiante.

En conclusión, la incorporación del software GeoGebra en algunas actividades de la secuencia didáctica de nuestra investigación, mejoró los resultados de los estudiantes participantes, pues durante la implementación, los participantes expresaron sus ideas para diferenciar los conceptos trabajados, realizaron cálculos adecuadamente sobre perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros. Asimismo, contribuyó a superar confusiones previas y favoreció la comprensión para diferenciar entre unidades lineales y cuadradas (m y m^2). En comparación con los resultados del cuestionario de diagnóstico, donde los participantes mostraron ideas erróneas sobre los conceptos de perímetro y área, así como en su cálculo.

Referencias

- Barahona Avecilla, F., Barrera Cárdenas, O., Vaca Barahona, B., & Hidalgo Ponce, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, 28(5). <https://rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>
- Bosch, C., Meda, A. & Gómez, C. (2022). Matemáticas 1 Infinita. Ediciones castillo. <https://librosconaliteg.com.mx/secundaria/primer-grado/matematicas-1-infinita-ediciones-castillo-primer-grado-secundaria/>
- Cano, M.H., Flores, E.R., Salazar, P.A. & Tlachy, M.M. (2022). *Matemáticas Primer grado Telesecundaria*. SEP. <https://libros.conaliteg.gob.mx/2021/T1MAA.htm#page/1>

- Cañar, N. P. (2018). *Áreas y perímetros de polígonos regulares por descomposición en triángulos para el cálculo de áreas de prismas y pirámides* [Tesis de maestría no publicada] Universidad Nacional de Educación. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/854>
- Cárdenas, G. E. (2018). *Influencia del software educativo Winplot en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa No. 1260* [Tesis de maestría no publicada] Universidad Nacional Mayor de San Marcos. <https://hdl.handle.net/20.500.12672/10112>
- Carmo, D. S., Tavares, N., Juliao, T. T., & Silva, C. V. (2016). *Trabalho 2- Análise Horizontal. Atividades da disciplina MA225 (Análise de Livros e Material didático de matemática)* [Manuscrito no publicado]. Universidade Estadual de Campinas.
- Castellanos, L. C. (2021). *Fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de Matemáticas con apoyo de las manualidades, en propiedades como el área y el perímetro en figuras como triángulo, rectángulo y cuadrado, con estudiantes de grado sexto de la institución educativa Providencia-Nariño* [Diplomado de profundización para grado]. Repositorio Institucional UNAD. <https://repositorio.unad.edu.co/handle/10596/42021>
- Castro, E. A., Alcívar, K. Z., Zambrano, L. P., García, K. M., & Villegas, Y. Z. (2019). Software educativo geogebra. Propuesta de estrategia metodológica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 23(95), 59-65.
- Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2023). Conocimiento matemático y didáctico de futuros maestros sobre el área de figuras 2D. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (24), 1–20. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4076>
- Cevallos, D. (2020). Implementación de GeoGebra basada en la resolución de problemas de perímetro y área. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 9(1), 28–33. <https://doi.org/10.37843/rted.v9i1.99>
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Universidad Nacional Autónoma de México. https://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf
- Díaz-Barriga, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (2.ª ed.). McGraw-Hill.
- Díaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., & Lingán, S. K. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 217–234. <https://doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>

- Ferreira, E. F., & Scortegagna, L. (2018). Ensinando perímetro e área de figuras geométricas planas usando o software Geogebra. *Boletim online de Educação Matemática*, 6(11), 1–17.
- Galvis, S. T., & Vásquez, K. J. (2015). Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de grado 5.º de educación formal. En Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas: 2015* (pp. 1–9). CIAEM. <https://ciaem-iacme.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol11Primaria.pdf>
- Gudiño, D. E. (2020). *El uso del material didáctico para favorecer la enseñanza de perímetro y área de polígonos en un grupo de primer año de secundaria*. [Trabajo de titulación Licenciado en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas, Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí]. <https://repositorio.beceneslp.edu.mx/jspui/handle/20.500.12584/430>
- Jaimes-Pérez, M. D., Arévalo-Duarte, M. A., & García-García, M. Á. (2024). El proceso de enseñanza y aprendizaje en la construcción del concepto de área y perímetro. Perspectivas de las investigaciones científicas. *Revista Educación*, 48(2), 1–22. <https://doi.org/10.15517/revedu.v48i2.58263>
- Leivas, J. C. P., & Gobbi, J. A. (2014). O software GeoGebra e a engenharia didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 7(1). <https://doi.org/10.3895/S1982-873X2014000100010>
- Machaba, F. M. (2016). The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of Grade 10 learners. *Pythagoras*, 37(1). <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v37i1.304>
- Martínez, M. L. & Mohar, D. (2021). *Matemáticas 1 Innovat*. Ediciones Innova. [https://conaliteg.esfinge.mx/S00328_Matematicas_1_Innova_2021%20\(Published\)/](https://conaliteg.esfinge.mx/S00328_Matematicas_1_Innova_2021%20(Published)/)
- Mercado, M. M., & Álvarez, C. J. R. (2008). Conceptualización acerca del perímetro, área y volumen en tres alumnos universitarios. *Zona Próxima*, (9), 60–69. <https://doi.org/10.14482/zp.09.380.56>
- Mora-Saavedra, J. C. (2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en Matemática. *Mamakuna: Revista de Divulgación de Experiencias Pedagógicas*, (14), 70–81. <https://doi.org/10.70141/mamakuna.14.349>
- Muñoz, C., & Rojas, N. (2019). Evaluación de una unidad didáctica sobre la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de perímetro y área. *Estudios Pedagógicos*, 45(1), 23–39. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052019000100023>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.

- Peñuela, M. A. (2021). *Estrategia didáctica para desarrollo de competencias en Excel, para el cálculo de áreas y perímetros de figuras geométricas, en los estudiantes de grado 7 del colegio Universidad Antonio Nariño* [Tesis de licenciatura, Universidad Antonio Nariño]. <http://repositorio.uan.edu.co/handle/123456789/2116>
- Ramírez, R. E. L., Bautista, D. S., & López, J. A. F. (2018). GeoGebra en el estudio de áreas y perímetros. *Pistas Educativas*, 33(104), 160-173.
- Rangel-Martínez, M. Y., & Murcia-Pardo, S. M. (2017). Concepciones de estudiantes de Educación Básica sobre perímetro y área. *Eco Matemático*, 8(1), 71-80. <https://doi.org/10.22463/17948231.1478>
- Riveros, V., Bernal, M. I. M., & Castro, R. (2011). Las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de instrucción de la matemática. *Quórum académico*, 8(15), 111-130.
- Soto, E. (2011). *Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos* [Edición en línea]. <https://www.cepre.uni.edu.pe/assets/archivos/biblioteca/Diccionario%20Ilustrado%20de%20Conceptos%20Matem%C3%A1ticos.pdf>
- Valdivieso, E. L., & Freire, J. A. (2016). *Desarrollo de aplicaciones tecnológicas para la enseñanza aprendizaje de perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos* [Trabajo de titulación Físico Matemático, Universidad Técnica de Machala]. <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/48000/8187>
- Yilmaz, D., & Küçük, B. (2021). Mathematics teachers' pedagogical content knowledge involving the relationships between perimeter and area. *Athens Journal of Education*, 8(4), 361-384.
- Yohannes, A., & Chen, H. L. (2023). GeoGebra in mathematics education: A systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*, 31(9), 5682-5697. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861>



Secuencia didáctica para la comprensión de la derivada en educación superior

Didactic sequence for understanding the derivative in higher education



Abel Medina Mendoza  | abel.mm@comitan.tecnm.mx
TecNM/Instituto Tecnológico de Comitán

Mario E. Águeda Herrera  | mario.ah@comitan.tecnm.mx
TecNM/Instituto Tecnológico de Comitán

Alejandro M. Rosas Mendoza  | alerosas@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional

Recepción: 22 de octubre de 2025 | Aceptación: 30 de septiembre de 2026

Resumen

Las secuencias didácticas en la educación de nivel superior constituyen una herramienta para organizar situaciones o actividades de aprendizaje que favorecen la construcción y comprensión de conceptos matemáticos. En este trabajo se documenta una experiencia didáctica cuyo objetivo fue favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica. Se realizó un estudio cualitativo con treinta estudiantes de Ingeniería en Sistemas Computacionales, en el que se implementó una secuencia didáctica apoyada en la Teoría de los Registros de representación de Raymond Duval y en la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación. Los resultados muestran que los estudiantes mejoraron en la comprensión de la derivada, mediante el contraste del análisis a priori y a posteriori de las actividades realizadas por los estudiantes. Se concluye que la secuencia didáctica resulta viable para su implementación en el aula, al favorecer un ambiente de aprendizaje dinámico que promueve la participación de los estudiantes en la exploración y construcción de diferentes representaciones del concepto matemático.

Palabras clave

derivada, secuencia didáctica, registros de representación, ingeniería didáctica.



Autor de correspondencia | Abel Medina Mendoza

Abstract

Didactic sequences in higher education constitute a tool for organizing learning situations or activities that promote the construction and understanding of mathematical concepts. This paper documents an educational experience aimed at fostering an understanding of the definition of the derivative through the relationship between its algebraic expression and its geometric interpretation. A qualitative study was conducted with thirty Computer Systems Engineering students, in which a didactic sequence was implemented based on Raymond Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation and using Didactic Engineering as the research methodology. The results show that the students improved their understanding of the mathematical concept under study, as evidenced by a comparison of the a priori and a posteriori analyses of the activities carried out by the students. It is concluded that the didactic sequence is feasible for implementation in the classroom, as it fosters a dynamic and active learning environment that promotes student participation and the exploration of different representations.

Keywords

derivative, didactic sequence, representation registers, didactic engineering.

Introducción

El cálculo diferencial es una de las ramas que más se relaciona con las aplicaciones de la ingeniería porque con este conocimiento los ingenieros pueden realizar estudios que dependen de magnitudes y lograr deducir en un proceso determinado las cantidades máximas o mínimas requeridas. El estudio de funciones, las formas de representar variables relacionadas y el motivo del cambio, juegan un papel importante en la formación de los ingenieros, no solo ahora sino a lo largo de la historia, en la medida que les proporciona herramientas matemáticas para interpretar datos, reconocer cualquier fenómeno y explicar los procesos de cambio (Gutiérrez et al., 2017).

Constantemente se han buscado nuevos métodos y estrategias para su enseñanza y así mejorar el aprendizaje y rendimiento de los estudiantes. Esta problemática ha sido abordada repetidamente por educadores, matemáticos y profesionales dedicados a la investigación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y aunque ha habido avances, la diversidad de particularidades y ambientes no ha permitido encontrar una solución específica para optimizar el proceso de enseñanza (Pico et al., 2017).

Otra de las problemáticas en el nivel universitario que mencionan López et al. (2023) en el trabajo que desarrollaron sobre el concepto matemático de la derivada, es que particularmente la enseñanza de la función derivada

basa su definición formal y rigurosa en el límite y descuida la conceptualización práctica, limitando su comprensión a la memorización de fórmulas.

Desde hace varios años se llevan a cabo investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje del cálculo diferencial. Artigue et al. (1995) mencionan que, si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar algunos cálculos derivados de forma más o menos mecánica y a resolver problemas estándar, existen dificultades para que los jóvenes de 18 a 20 años logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que constituyen el centro del análisis matemático.

Por ejemplo, algunos estudiantes son capaces de resolver los ejercicios que se les proponen con la correcta aplicación de las reglas de derivación; sin embargo, tienen dificultades cuando necesitan gestionar el significado de la noción de derivada, ya sea a través de su expresión analítica, como límite del cociente incremental, o en su interpretación geométrica, como pendiente de la recta tangente (Feudel, 2019).

Abordar el concepto de derivada a partir del concepto de límite representa serias dificultades, según afirma Flores (2014), pues si bien los estudiantes exitosos comprenden y adquieren un dominio para derivar y aplicar los conceptos en la resolución de problemas, no todos los estudiantes adquieren estas habilidades e, incluso, los mismos estudiantes destacados tienen dificultades para explicar conceptos de límite, de derivada, lo que evidencia concepciones erróneas.

De igual manera, Cuesta et al. (2021) expresan “que los jóvenes tienen un adecuado desarrollo de sus habilidades procedimentales, pero no logran trasladarlas hacia entornos aplicados” (p. 171). Por el contrario, Feudel (2019) señala que el uso de diferentes representaciones puede facilitar la comprensión por parte del estudiante de los conceptos de la derivada.

En el trabajo Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada realizado por Galindo et al. (2023) mencionan la importancia de la integración de “las TIC en las diversas actividades, favoreciendo el tránsito entre los tipos de lenguajes escrito numérico, gráfico y simbólico, permitiendo a los estudiantes construir de manera progresiva el significado de la derivada” (p. 347).

Ayala y Luna (2025) concluyen “que la integración de herramientas computacionales como GeoGebra, combinada con la teoría de registros de representaciones, facilita la apropiación de conceptos abstractos como la derivada implícita” (p. 376), afirmando con base en los datos recopilados en su investigación que aquellos que utilizaron el applet de GeoGebra experimentaron un avance considerable en su capacidad para graficar funciones y determinar la recta tangente en un punto específico de la curva.

Asimismo, Muñoz et al. (2025) desarrollaron una propuesta didáctica, brindando varios enfoques e interpretaciones de la derivada de una función, enfatizando la interpretación geométrica, con la finalidad de interiorizar y apropiarse de los conocimientos y competencias pertinentes, concluyendo en su trabajo de investigación que la aplicación e interpretación del contexto en situaciones gráficas de la derivada promueve el aprendizaje de los estudiantes, siendo eficaz para su utilización.

La competencia número tres de la asignatura de Cálculo Diferencial dentro de los programas educativos de Ingeniería del Tecnológico Nacional de México trata sobre la interpretación geométrica de la derivada (Tecnológico Nacional de México, 2023). Una de las actividades de aprendizaje es mostrar a los estudiantes que el valor de la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto se puede obtener calculando la derivada de la función que corresponde a la curva en ese punto.

Sánchez y Fernández (2016) desarrollaron un plan de enseñanza para coordinar los significados analíticos y gráficos de la derivada, donde propusieron una secuencia de tareas o actividades, no desde la lógica de la organización matemática, sino desde la lógica del aprendizaje de los estudiantes.

Con base en lo anterior, se tiene como objetivo de investigación favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica a través de una secuencia didáctica, que incorpora diferentes representaciones como lo verbal, algebraico y gráfico para mejorar la comprensión del concepto matemático.

Asimismo, la implementación de la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación es fundamental ya que brinda la estructura metodológica para diseñar, implementar y validar las actividades de la secuencia didáctica fundamentada en el marco teórico de Raymond Duval (Duval, 2006).

Marco teórico

Hasta el momento, en el Tecnológico Nacional de México los programas educativos se basan en el modelo por competencias y las secuencias de enseñanza son una metodología relevante para mediar los procesos de aprendizaje en el marco del aprendizaje o refuerzo de competencias.

Las secuencias didácticas nos permiten realizar actividades relevantes, como representar de muchas maneras un concepto matemático, con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje en el estudiante. Zubieta y Meza (2022) mencionan que todo concepto matemático requiere de al menos dos registros de representación como el enunciado verbal, fórmula algebraica o

una gráfica con la finalidad de obtener ciertas orientaciones didácticas para un mejor aprendizaje para los estudiantes.

Las representaciones algebraicas, tablas, gráficas y expresiones verbales que contienen la misma información ponen en juego diferentes procesos cognitivos, cada uno relacionado con los demás; el aprendizaje de las matemáticas consiste en el desarrollo progresivo de la coordinación entre diferentes representaciones (Chang et al., 2016).

Por tal motivo, los elementos teóricos a considerar se enmarcan en la Teoría de los Registros Semióticos (Duval, 2006).

Es de suma importancia para tener acceso a la comprensión matemática que los objetos matemáticos estén representados de diferentes maneras como el verbal, analítico, algebraico, gráfico. El papel que juegan los símbolos en el desarrollo del pensamiento matemático es decisivo, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la comprensión total de las nociones matemáticas es necesario emplear y coordinar más de un sistema de representación (Chang et al., 2016).

El uso de software educativo como una representación más de un concepto matemático ha permeado en todas las especialidades para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, particularmente en el área de las matemáticas. Ante esta situación surge la necesidad de que los programas de estudio, en cualquier nivel educativo, incorporen recursos informáticos a sus contenidos. Por ello, es fundamental hacer comprender a nuestros educadores la importancia de su aplicación, la cual no debe ser vista como un medio de enseñanza o una herramienta de trabajo utilizada en la docencia, sino como un vínculo fundamental e indispensable para mejorar la calidad del proceso educativo (Aguilera, 2011).

De igual forma, en el trabajo de investigación de Zubieta y Meza (2022) enfatizan la importancia de que “al utilizar un paquete de geometría dinámica, se tiene la posibilidad de usar a los registros de representación semiótica mencionados y a través de la visualización, los estudiantes tienen la oportunidad de un aprendizaje, que antes no era posible” (p. 54).

Para la interpretación geométrica de conceptos matemáticos es importante la representación gráfica, por lo que algunos estudios de investigación recomiendan el uso de herramientas computacionales como GeoGebra que permite visualizar y animar las construcciones (Castañón, 2024).

Metodología

El presente trabajo de investigación se llevó a cabo en el Tecnológico Nacional de México campus Instituto Tecnológico de Comitán, con estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas

Computacionales durante el semestre agosto-diciembre 2024. La intervención se realizó en la última parte del semestre, específicamente en la competencia tres (La derivada) del programa de estudios de Cálculo Diferencial.

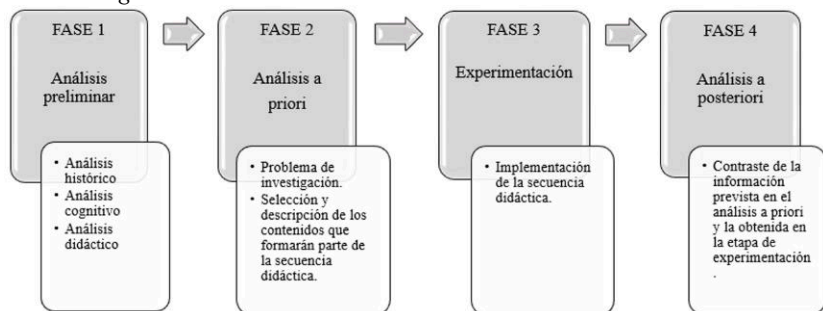
En la implementación de la secuencia didáctica, el profesor asumió el rol de facilitador y guía del proceso de enseñanza-aprendizaje, realizando demostraciones mediante el uso de la herramienta computacional GeoGebra. Cabe señalar que las construcciones empleadas durante la sesión fueron previamente elaboradas, con la finalidad de optimizar el tiempo de clase y centrar la atención de los estudiantes en la interpretación de los conceptos relacionados con la derivada. Dichas demostraciones fueron presentadas por el docente mediante el uso de un proyector, lo que permitió la visualización de los objetos matemáticos y favoreció la discusión en el aula.

La recolección de datos se llevó a cabo a través de las producciones escritas realizadas por los estudiantes durante la clase, las cuales constituyeron evidencia del proceso de comprensión y de las estrategias empleadas. Posteriormente, el análisis de los datos se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, mediante la codificación de las respuestas y del comportamiento de los estudiantes.

Con base en la experiencia de los docentes adscritos al Departamento de Ciencias Básicas se diseñaron las actividades de la secuencia didáctica, apoyada por la metodología de la Ingeniería Didáctica originada en Francia y desarrollada por Artigue et al. (1995), que nos permite enlazar en ella las situaciones o actividades diseñadas mostrando cómo incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje la noción de la derivada (Loayza, 2021).

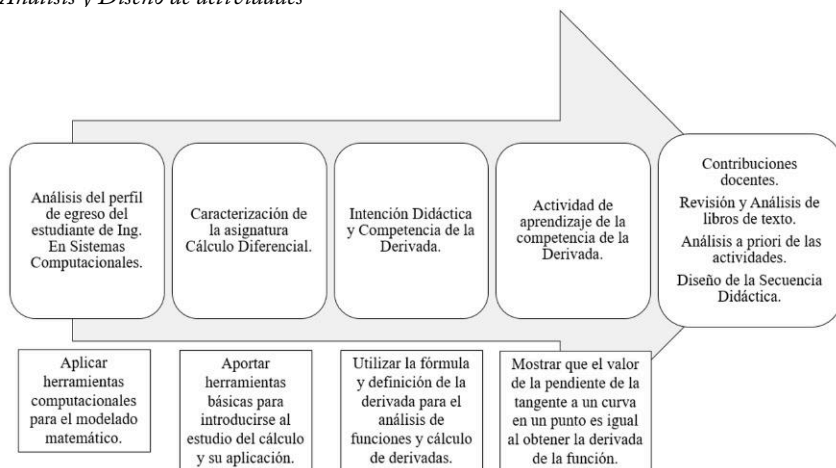
Se establecieron las cuatro fases de la Ingeniería Didáctica (Artigue et al., 1995): análisis preliminar, donde se realiza un análisis profundo del tema a enseñar en nuestro caso sobre la interpretación geométrica de la derivada; análisis a priori, donde se diseña la secuencia didáctica, previendo y analizando cómo los estudiantes podrían interactuar con las actividades propuestas en la secuencia didáctica; experimentación, donde se ejecuta la aplicación de la secuencia didáctica diseñada en el aula con los estudiantes; y análisis a posteriori y validación, donde se comparan los resultados obtenidos en la experimentación con los análisis preliminares para validar la efectividad de la secuencia didáctica propuesta.

Estas fases se muestran en la Figura 1. El estudio se realizó bajo un enfoque cualitativo, uno de cuyos propósitos, como mencionan Anaya e Ibarra (2022), es “examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista” (p. 5).

Figura 1*Fases de la Ingeniería Didáctica*

Nota. Elaboración propia con base en Artigue et al. (1995).

En la primera fase (análisis preliminar) fueron fundamentales el análisis del perfil de egreso del estudiante, la caracterización e intención didáctica de la asignatura Cálculo Diferencial y específicamente de la competencia de la derivada, así como la revisión de diferentes libros de texto que involucran el concepto matemático de estudio y aportes de los docentes adscritos al Departamento de Ciencias Básicas que han impartido la asignatura de Cálculo Diferencial como se muestra en la Figura 2.

Figura 2*Análisis y Diseño de actividades*

Nota. Elaboración propia.

Como resultado de las dos primeras fases se diseñó la secuencia didáctica con el análisis a priori de las posibles respuestas y planteamientos que pueden presentar los estudiantes de cada una de las actividades con

base en el plan y programa de estudios de Cálculo Diferencial (Tecnológico Nacional de México, 2023).

Posteriormente se llevó a cabo la tercera fase donde se implementó la secuencia didáctica integrada por seis actividades (Tabla 1) y fue respondida por treinta estudiantes de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales. Para su desarrollo se dedicaron cinco horas distribuidas en cinco clases, teniendo en cuenta la interacción y reflexión con los estudiantes en la construcción de los conceptos.

También durante las actividades fue muy importante el uso de la herramienta computacional GeoGebra para favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica. El uso de diferentes sistemas de representación (cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica) desarrollados para las matemáticas evita el trabajo rutinario tanto de estudiantes como de profesores, favoreciendo el tiempo planificado para estudiar o impartir determinada materia, haciendo más favorable la comprensión de contenidos, la búsqueda de regularidades, en definitiva, el acto de aprendizaje y enseñanza (Pico et al., 2017).

De las Fuentes y Aguilar (2022) mencionan que aplicar una secuencia didáctica asistida con una herramienta computacional como GeoGebra se considera exitoso en varios aspectos: se logra que los estudiantes se apropien intelectualmente de problemas contextualizados específicamente en optimización, también permite utilizar el tiempo estimado en la actividad de manera eficiente, promoviendo las habilidades de análisis e interpretación a través de los diferentes registros de representación.

Tabla 1

Actividades de la secuencia didáctica

Número	Actividad
Actividad 1	Observa la siguiente fórmula: $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
Actividad 2	Observa la siguiente definición: “Es la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto dado”
Actividad 3	Dada la fórmula vista en la actividad 1. ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas? Dada la definición vista en la actividad 2. ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?
Actividad 4	El docente junto a los estudiantes realiza la explicación de los conocimientos matemáticos involucrados, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.
Actividad 5	El docente lleva a cabo la Interpretación Geométrica de la Derivada, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.
Actividad 6	De acuerdo con lo visto en la Actividad 4 y 5. ¿Cuál sería tu análisis y reflexión tanto de la fórmula como de la definición vistas anteriormente (Actividad 1 y 2)?

Resultados

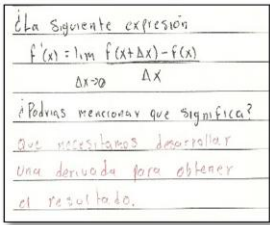
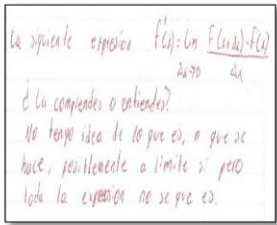
Como parte de la cuarta fase de la metodología de investigación, se presenta el análisis a posteriori de los datos obtenidos por los estudiantes de cada una de las actividades de la secuencia didáctica. Para facilitar la presentación y análisis de los resultados, estos se organizan en tres bloques, de acuerdo con la función que desempeñan las actividades dentro de la secuencia didáctica: actividades diagnósticas, actividades de instrucción y actividad de cierre, lo que permite el análisis de manera progresiva de los conocimientos iniciales de los estudiantes, los procesos de construcción y articulación de los conocimientos matemáticos durante la intervención, y los cambios observados en las producciones de los estudiantes al finalizar la secuencia.

Actividades diagnósticas

En la Actividad 1, se presentó la expresión matemática de la derivada (Tabla 2), cuya observación busca favorecer que los estudiantes identifiquen su significado y la relacionen con conceptos matemáticos conocidos.

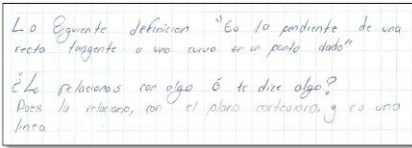
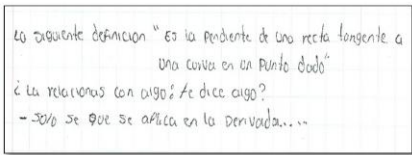
Tabla 2

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 1

<p>Observa la siguiente fórmula: $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p> <p>Análisis</p>	
a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes observen la fórmula y logren identificar lo que significa y relacionarla con algún concepto matemático.	<p>2 estudiantes lograron observar que se trataba de la derivada, 6 estudiantes únicamente expresaron lo que la fórmula contenía, relacionándolo con la función límite y 22 estudiantes mencionaron que no tenían idea de lo que es o lo que hace.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Nota. Transcripción: “¿La siguiente expresión $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$?</p> <p>¿Podrás mencionar qué significa? Que necesitamos desarrollar una derivada para obtener el resultado.</p> <p>¿La comprendes o entiendes? No tengo idea de lo que es, o que se hace, posiblemente a límite sí, pero toda la expresión no sé qué es.</p>

En la Actividad 2, se presentó la definición geométrica de la derivada (Tabla 3), con el propósito de que los estudiantes reconocieran los elementos que la conforman y los relacionaran con conceptos matemáticos conocidos.

Tabla 3*Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 2***Observa la siguiente definición:** “Es la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto dado”

Análisis	
a priori	a posteriori
Al igual que la actividad anterior, se desea que los estudiantes observen la definición y logren relacionarla con algún concepto matemático.	8 estudiantes respondieron que dicha definición significaba la derivada, 3 estudiantes expresaron como un punto en una recta, siendo fundamental para su comprensión y 19 estudiantes no lo relacionaron con la derivada, mencionando que con gráficas o con un plano cartesiano.
	 

A partir de las observaciones realizadas durante el desarrollo de las Actividades 1 y 2, en la Actividad 3 se identificaron los conocimientos previos y conceptos matemáticos que los estudiantes relacionaron con la fórmula y la definición geométrica de la derivada. En la Tabla 4 se presentan los principales conceptos matemáticos identificados por los estudiantes.

Tabla 4*Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 3***Dada la fórmula vista en la actividad 1.** ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?**Dada la definición vista en la actividad 2.** ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?

Análisis	
a priori	a posteriori
Con base en la observación en las actividades 1 (fórmula) y 2 (definición), se desea que los estudiantes determinen los conocimientos previos necesarios o conceptos matemáticos involucrados. Como para la fórmula: derivada, límite, regla de los cuatro pasos, incrementos o diferenciales. Y para la definición: pendiente, recta, secante, tangente, curva, punto.	Respecto a la FÓRMULA, identificaron conceptos matemáticos como el símbolo de la derivada por la $f'(x)$, el del límite, racionalidad e indeterminación, no logran observar la pendiente de una recta con diferenciales que es clave para la explicación de la interpretación geométrica de la derivada y por consiguiente asociarla con la fórmula. Con la DEFINICIÓN la mayoría de los estudiantes observan conceptos matemáticos como la pendiente, tangente, puntos, curva.
	

En las Actividades 1 y 2 se observa una clara dificultad inicial en la comprensión del concepto de la derivada por parte de los estudiantes. En la Actividad 1, donde se presentó la fórmula de la derivada, el 93% de los estudiantes no logró identificar su significado ni asociarla con algún concepto matemático. De manera similar, en la Actividad 2, aunque hubo una ligera mejora, solo el 27% consiguió relacionar la definición de la derivada con su concepto matemático. Estos resultados evidencian que la exposición tradicional, basada únicamente en la observación de expresiones simbólicas (fórmula y definición), no resulta suficiente para promover una comprensión significativa. Los estudiantes perciben estos elementos como representaciones abstractas, desarticuladas y carentes de sentido.

En la Actividad 3 se observó que, aunque los estudiantes identifican conceptos matemáticos aislados como la pendiente, la tangente, los puntos, la curva y la notación de la derivada, no lograron establecer una relación entre la fórmula y la definición de la derivada.

Actividades de instrucción

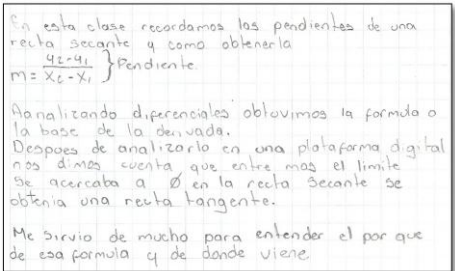
En la Tabla 5 se muestran los conocimientos matemáticos previos necesarios que, en la Actividad 4, fueron explicados por el docente en sus diferentes representaciones como verbal, numérica y gráfica.

Tabla 5

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 4

El docente junto a los estudiantes realiza la explicación de los conocimientos matemáticos involucrados, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.

Análisis

a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes recuerden los conocimientos matemáticos necesarios vistos previamente (nivel medio superior) y desarrollen una mayor comprensión al explicarlo con diferentes representaciones (como verbal, numérico y gráfico).	<p>La participación de los estudiantes fue fundamental para lograr la comprensión de cada concepto. Asimismo, cuando se explicó el concepto de la pendiente, ellos lo relacionaban con alguna inclinación, pero fueron pocos los estudiantes que recordaron cómo se determinaba gráficamente, donde la mayoría mencionó que la materia de Geometría Analítica en el nivel medio superior se les hizo difícil de comprender.</p> 

En la Tabla 6 se presentan los hallazgos de la Actividad 5 orientada a favorecer la articulación de los conocimientos matemáticos retomados en las Actividades 3 y 4 con la fórmula y la definición abordadas en las Actividades 1 y 2, con la finalidad de favorecer la interpretación geométrica de la derivada.

Tabla 6

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 5

El docente lleva a cabo la Interpretación Geométrica de la Derivada, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.

Análisis	
a priori	a posteriori
<p>Con esta actividad se desea que los estudiantes primeramente observen que los conocimientos matemáticos determinados en la actividad 3 y explicados en la actividad 4 son necesarios para lograr explicar la interpretación geométrica de la derivada y además comprendan la relación que dicha interpretación tiene tanto con la fórmula como la definición vistas en la actividad 1 y 2.</p>	<p>Con la actividad anterior y específicamente con la pendiente de una recta en términos de diferenciales, se inició con la explicación de la interpretación geométrica de la derivada, donde la mayoría de los estudiantes (86%) expresaron la importancia de tener claros los conceptos matemáticos vistos en su explicación y que en su mayoría habían sido mencionados por ellos. Es importante también mencionar que el uso de una herramienta computacional fue de suma importancia, ya que fue mucho más fácil visualizar la transformación de la recta secante a la recta tangente.</p> <div data-bbox="468 763 881 992"> <p><i>Conclusión</i></p> <p>Asimismo, Retorno de los conocimientos previos necesarios</p> <p>Recta Secante</p> <p>Recta tangente</p> <p>Pendiente de una recta</p> <p>Diferenciales</p> <p>Límite</p> <p>↓</p> <p>Interpretación Geométrica de la derivada</p> </div> <div data-bbox="417 1006 666 1220"> </div> <div data-bbox="694 1006 932 1220"> </div>

Las Actividades 4 y 5 introducen un cambio metodológico clave al incorporar la herramienta computacional GeoGebra, lo cual transforma la manera en que los estudiantes interactúan con los conceptos al favorecer una participación cognitivamente activa. A diferencia de las actividades previas, aquí no solo son receptores de la información, sino que visualizan y reflexionan sobre la relación entre la fórmula y la definición de la derivada. Esto propició que, en la Actividad 5, el 86% de los estudiantes reconociera la importancia de tener claros los conceptos matemáticos involucrados para la interpretación geométrica de la derivada.

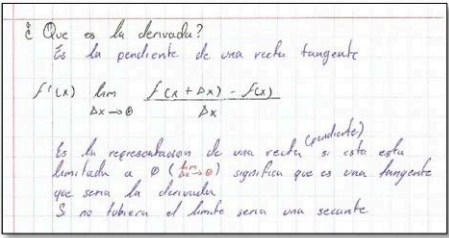
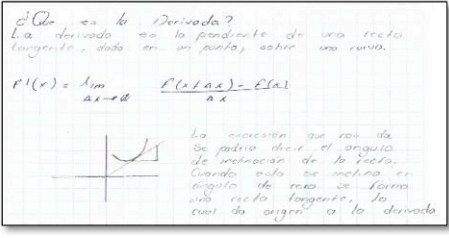
Actividad de cierre

La Tabla 7 resume el análisis y la reflexión llevados a cabo por los estudiantes en la Actividad 6, referente a la fórmula y definición de la derivada; con el propósito de que ellos lograran entender los conceptos y procedimientos involucrados, y que reconocieran la relación existente entre ambas representaciones y el concepto de derivada.

Tabla 7

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 6

De acuerdo a lo visto en la Actividad 4 y 5. ¿Cuál sería tu análisis y reflexión tanto de la fórmula como de la definición vistas anteriormente (Actividad 1 y 2)?

Análisis	
a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes observen nuevamente tanto la fórmula como la definición vistas en la actividad 1 y 2 para su análisis y reflexión, que les permitan reconocer los conceptos y procedimientos involucrados y comprendan que ambas expresiones están relacionadas con el concepto matemático de la DERIVADA, para estar en condiciones de resolver ejercicios que involucren a la derivada bajo otra visión que tenía inicialmente el estudiante.	<p>Respecto a la última actividad, 19 estudiantes muestran comprender que ambas expresiones: fórmula y definición, son la derivada, pero en diferente representación, 7 estudiantes únicamente mencionaron que significa la pendiente de una recta y 4 estudiantes continúan sin comprender la relación del concepto matemático DERIVADA con la fórmula y su definición.</p>  <p>¿Que es la derivada? Es la pendiente de una recta tangente</p> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ <p>la representación de una recta (pendiente) limitada a 0 ($\Delta x \rightarrow 0$) significa que es una tangente que sera la derivada Si no hubiera el límite seria una secante</p>  <p>¿Que es la Derivada? La derivada es la pendiente de una recta tangente, dada en un punto, sobre una curva.</p> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ <p>la derivada es una de se puede decir, el ángulo de inclinación de la recta. Cuando esta se inclina en ángulo de 90°, se forma una recta tangente, la cual da origen a la derivada</p>

A través de la Actividad 6, se obtuvo como resultado que el 63% de los estudiantes logró comprender la relación entre la expresión matemática de la fórmula y la definición de la derivada, lo que representa un incremento sustancial respecto a las actividades iniciales.

El conjunto de las actividades que conforman la secuencia didáctica permitió valorar la importancia de comprender ambas representaciones y la relación existente entre ellas para que, de una manera más intuitiva, el estudiante lograra unificarlas en un solo concepto: la derivada.

Reflexiones finales

Después de los análisis realizados durante las dos primeras fases de la metodología de la ingeniería didáctica, se desarrolló una secuencia didáctica para la comprensión de la definición de la derivada.

La explicación de los conceptos involucró tanto la fórmula como la definición y específicamente de la interpretación geométrica de la derivada, a través de diferentes representaciones como verbal, numérica y gráfica utilizando la herramienta computacional GeoGebra que contribuyó a una mejor comprensión del concepto matemático.

También se cumplió el objetivo de este trabajo de investigación, ya que favoreció la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica.

La evidencia obtenida a partir de la implementación de la secuencia didáctica permite sostener la viabilidad y pertinencia de esta propuesta para favorecer la comprensión del concepto de derivada. Los resultados iniciales, correspondientes a las Actividades 1 y 2, ponen de manifiesto la problemática de que el estudiante no asoció la expresión y la definición con el concepto de la derivada. El hecho de que el 93% de los estudiantes no lograra interpretar la fórmula de la derivada y que solo el 27% pudiera relacionar su definición con un concepto matemático evidencia una comprensión de conceptos desvinculados cuando el contenido se presenta de manera tradicional, centrada en la exposición simbólica.

No obstante, la incorporación de las Actividades 4 y 5 introduce un punto de inflexión significativo dentro de la secuencia. El uso de una herramienta computacional como GeoGebra no solo modifica el medio de presentación, sino que también posibilita la visualización dinámica y la exploración interactiva de los conceptos, favoreciendo una participación cognitivamente activa de los estudiantes.

La secuencia en su conjunto, que integra el diagnóstico, recuperación de los conocimientos previos, explicación multirregistro y visualización dinámica, propició un proceso reflexivo en los estudiantes que se reflejó en la Actividad 6 mediante los resultados obtenidos: el 63% logró comprender la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica, lo que evidencia una construcción más sólida del concepto.

Desde una perspectiva investigativa, la secuencia didáctica se muestra eficaz al transitar de un enfoque de enseñanza estático y descontextualizado hacia uno dinámico, en el que los estudiantes logran establecer conexiones entre diferentes representaciones del mismo concepto. Asimismo, se evidencia una transformación en el rol del estudiante, que deja de ser un receptor pasivo para convertirse en un participante cognitivamente activo,

capaz de explorar y construir su propio conocimiento. En consecuencia, estos resultados respaldan la viabilidad de la secuencia didáctica como una estrategia pertinente para la enseñanza de conceptos abstractos en matemáticas, particularmente en el cálculo diferencial. La mejora sustancial en los niveles de comprensión sugiere que su implementación no solo es factible, sino también altamente recomendable en contextos educativos donde persisten dificultades en la apropiación conceptual.

Por tanto, se considera que la experiencia didáctica documentada ofrece un aporte para la Educación Matemática, al evidenciar cómo el diseño de actividades de aprendizaje a través de la tecnología y del proceso reflexivo por parte de los estudiantes, puede contribuir a mejorar la comprensión de conceptos matemáticos.

Referencias

- Aguilera, Y.R. (2011). El software educativo como medio de enseñanza. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 3(28), 1–12.
- Anaya, J. E., & Ibarra, Y. S. (2022). Diseño de secuencia didáctica basada en problemas: Aplicación del Cálculo Diferencial. *PädiUAQ*, 6(11), 1–8.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 97–140). Grupo Editorial Iberoamericano.
- Ayala, M. A., & Luna, R. L. (2025). El uso de GeoGebra para la comprensión de la derivada implícita en ingeniería. *Revista Científica SAPIENTIAE*, 8(16), 376–386.
- Castañón, F. C. (2024). *Construcción del concepto de derivada a través de la geometría dinámica* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Chiapas]. <https://repositorio.unach.mx/jspui/handle/123456789/4356>
- Chang, B., Cromley, J., & Tran, N. (2016). Coordinating multiple representations in a reform calculus textbook. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(8), 1475–1497.
- Cuesta, A., Garza, B., & Herrera, H. (2021). Habilidades procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. *Revista Tecnológica Educativa Docentes 2.0*, 11(1), 166–173. <https://doi.org/10.37843/rted.v11i1.209>
- De las Fuentes, M., & Aguilar, W. E. (2022). Secuencia didáctica apoyada con el software GeoGebra y problemas de optimización para el estudio de conceptos de cálculo diferencial. *Innovación Educativa*, 22(90), 9–35.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143–168.

- Feudel, F. (2019, 6 de agosto). *Required knowledge of the derivative in economics: Results from a textbook analysis* [Ponencia]. Conference Calculus in upper secondary and beginning university mathematics, Kristiansand, Norway.
- Flores, A. (2014). Enfoque conceptual del cálculo en la formación de docentes: Ejemplos con uso de tecnología interactiva. *Revista El Cálculo y su Enseñanza*, 5(5), 1–26.
- Galindo, M., Breda, A., & Alvarado, H. (2023). Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada para estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. *Revista Paradigma*, 44(4), 321–350. <https://doi.org/10.37618/ PARADIGMA.1011-2251.2023.p321-350.id1386>
- Gutiérrez, L., Buitrago, M. R., & Ariza, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137–153.
- Loayza, F. (2021). Ingeniería y situación didáctica para el aprendizaje de la derivada en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano. *Revista de Investigaciones*, 10(2), 160–172.
- López, P. D., Díaz, J. L., & Moreno, G. A. (2023, agosto). *Secuencia didáctica para la comprensión inicial de función derivada bajo la perspectiva de la Educación Matemática Realista* [Ponencia]. XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Lima, Perú.
- Muñoz, D. A., Paulino, D. A., & Calderón, M. N. (2025). La interpretación geométrica de la derivada de una función: Una estrategia didáctica para estudiantes de secundaria. *Revista Educación*, 49(1), 1–23. <https://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.58601>
- Pico, R., Díaz, O., & Escalona, M. (2017). Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial aplicando el asistente matemático DERIVE. *Tecnología Educativa*, 2(1), 24–31.
- Sánchez, G., & Fernández, C. (2016). Secuencias de actividades sobre derivada desde una trayectoria de aprendizaje. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 72, 40–46. <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/424994>
- Tecnológico Nacional de México. (2023). *Cálculo diferencial: ACF-2301* [Programa de asignatura]. Dirección de Docencia e Innovación Educativa. https://www.tecnm.mx/normateca/Direcci%C3%B3n%20de%20Docencia%20e%20Innovaci%C3%B3n%20Educativa/Actualizaci%C3%B3n%20de%20los%20programas%20de%20Estudio/ PROGRAMA_CALCULO_DIFERENCIAL_2024.pdf
- Zubieta, G., & Meza, R. A. (2022). El teorema fundamental del Cálculo: Una versión contemporánea y la otra basada en las ideas de I. Barrow, utilizando GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza*, 18(1), 53–60.



Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

Una descomposición genética del objeto matemático de proporcionalidad: Estudio desde la teoría APOE en contexto escolar

A genetic decomposition of the mathematical object of proportionality: study from the APOS theory in a school context

Flavio Mora Cid  | flavio.mora2401@alumnos.ubiobio.cl
Universidad del Bío-Bío, Chile

 **Patricia Rojas Salinas**  | patricia.rojas@udalba.cl
Universidad del Alba, Chile

Recepción: 29 de mayo de 2026 | Aceptación: 7 de octubre de 2026

Resumen

Este estudio analiza las construcciones y mecanismos mentales que manifiestan estudiantes de 7° básico en torno al Objeto matemático de la Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE. Se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un alcance exploratorio-descriptivo, mediante un estudio de caso. Se consideraron producciones escritas y entrevistas semiestructuradas basadas en tareas, aplicadas a un grupo de nueve estudiantes a partir de su interacción con una secuencia de actividades. Los resultados evidencian que la mayoría de las construcciones observadas se sitúan en niveles de Acción y Proceso, con avances diferenciados según el tipo de proporcionalidad. En la proporcionalidad directa se observó una mayor estabilidad de los Procesos asociados a la construcción de una constante de proporcionalidad. En contraste, la proporcionalidad inversa presentó construcciones más frágiles y dependientes del contexto, destacando el producto constante como un punto crítico en la coordinación de Procesos. Mientras la proporcionalidad directa evidencia mayores niveles de interiorización y coordinación de Procesos, la proporcionalidad inversa presenta estructuras cognitivas más inestables y con menor articulación entre los mecanismos mentales requeridos para su encapsulación.

Palabras clave

proporcionalidad, razonamiento proporcional, descomposición genética, teoría APOE, construcciones mentales.

 Autora de correspondencia | Patricia Rojas Salinas

Abstract

This study analyzes the mental constructs and mechanisms that 7th-grade students demonstrate regarding the mathematical object of proportionality, from the perspective of the APOS theory. It was developed using a qualitative approach, with an exploratory-descriptive scope, through a case study. Written work and semi-structured, task-based interviews were conducted with a group of nine students following their interaction with a sequence of activities. The results show that most of the observed constructs are situated at the Action and Process levels, with differentiated progress depending on the type of proportionality. In direct proportionality, greater stability was observed in the processes associated with constructing a constant of proportionality. In contrast, inverse proportionality presented more fragile and context-dependent constructs, highlighting the constant product as a critical point in the coordination of processes. While direct proportionality demonstrates higher levels of internalization and coordination of processes, inverse proportionality presents more unstable cognitive structures with less articulation among the mental mechanisms required for its encapsulation.

Keywords

proportionality, proportional reasoning, genetic decomposition, APOS theory, mental constructs.

Introducción

La enseñanza de la Matemática constituye un desafío importante en el ámbito escolar. Diversos informes han reportado deficiencias en el logro de aprendizajes en esta área; por ejemplo, a nivel internacional, la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA, 2024) informó que, según los resultados del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) 2023, alrededor del 7% de los estudiantes de 4° y 8° grado, a nivel global, logró el nivel de desempeño más alto en Matemática. En el contexto chileno, los resultados del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) de 2019 evidenciaron una escasa evolución en el nivel de logro de estudiantes de 8° básico respecto de mediciones anteriores (Agencia de Calidad de la Educación, 2020).

Dentro de la asignatura de Matemática, el aprendizaje de la proporcionalidad constituye un desafío relevante, tanto en la enseñanza básica, donde se inicia su formalización, como en etapas posteriores de la trayectoria escolar. Para Cuevas-Vallejo et al. (2023), la comprensión de la proporcionalidad representa un antecedente importante para el desarrollo de nociones más avanzadas en cálculo, álgebra lineal y estadística, puesto que el desarrollo de habilidades asociadas a las proporciones no solo potencia el aprendizaje matemático, sino también la capacidad de aplicar

este conocimiento en diversos contextos escolares y en la toma de decisiones cotidianas. En esta misma línea, Abramovich y Connell (2021) sostienen que esta relevancia radica en que el desarrollo del razonamiento proporcional implica transitar desde un pensamiento aditivo hacia uno multiplicativo.

A partir de ello, la proporcionalidad adquiere un carácter transversal y relevante en distintas áreas, representando un conocimiento clave para la comprensión de otros tópicos como la pendiente, los porcentajes o las razones trigonométricas (Abramovich & Connell, 2021). Del mismo modo, cumple un rol fundamental en la comprensión de nociones presentes en otras disciplinas científicas como la conversión de unidades, la interpretación de escalas y la estequiometría (Stott, 2021). Además, resulta esencial en el proceso de matematización en Física, al permitir interpretar relaciones como tasas de cambio, densidad u otras magnitudes (Boudreaux et al., 2020).

Entre las dificultades más reportadas se encuentran la incapacidad de distinguir situaciones proporcionales de las no proporcionales (Sari et al., 2024), la aplicación preferente de estrategias aditivas (Karli & Yildiz, 2022) y el uso mecánico de algoritmos como la *regla de tres*, sin una comprensión profunda de la situación de proporcionalidad (Burgos & Godino, 2020). Del mismo modo, Cuevas-Vallejo et al. (2023) destacan la automatización de procedimientos algorítmicos sin atender al contexto del problema y la desvinculación con el concepto de razón.

En el marco de la teoría APOE, Rosyidi y Hasanah (2022) analizaron la construcción del concepto de proporcionalidad directa en estudiantes de sexto grado, utilizando tareas y entrevistas para identificar evidencias asociadas a las construcciones de Acción, Proceso, Objeto y Esquema. Sus resultados muestran la pertinencia de la teoría para interpretar la construcción progresiva de relaciones proporcionales. Sin embargo, el estudio se focalizó en la proporcionalidad directa y no examinó la diferenciación cognitiva entre relaciones directas e inversas ni la articulación entre los mecanismos de construcción de APOE y los componentes de covariación e invariancia que caracterizan el razonamiento proporcional.

Respecto al concepto de proporción, Mahfudhoh et al. (2023) analizaron su construcción en estudiantes de sexto grado; sin embargo, su estudio no desarrolló una Descomposición Genética que diferencie las trayectorias asociadas a la proporcionalidad directa e inversa ni profundizó en el análisis de invariantes. Carlson et al. (2002), por su parte, desarrollaron un marco para describir las acciones mentales involucradas en el razonamiento covariacional, describiendo distintos niveles de coordinación entre cantidades que varían y la manera en que los estudiantes interpretan y

representan eventos dinámicos. Si bien este enfoque aporta elementos relevantes para comprender la coordinación de magnitudes, no se desarrolla desde la teoría APOE ni aborda específicamente la construcción de los Objetos Proporcionalidad directa e inversa.

Investigaciones previas han empleado la teoría APOE para analizar la construcción de conceptos proporcionales, particularmente en situaciones de proporcionalidad directa (Rosyidi & Hasanah, 2022), y la literatura sobre razonamiento proporcional ha identificado la covariación y la invariancia multiplicativa como componentes fundamentales de dicho razonamiento (Pitta-Pantazi & Christou, 2011). Sin embargo, permanece menos explorada la articulación entre los mecanismos de construcción propuestos por APOE y la coordinación cognitiva entre covariación e invariantes en la construcción diferenciada de relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Estas dos líneas de investigación han sido abordadas predominantemente de manera separada. En particular, permanece abierta la cuestión de cómo estos componentes se articulan con los mecanismos de construcción propuestos por APOE durante la construcción del Objeto matemático de Proporcionalidad y si dicha articulación presenta diferencias entre situaciones de proporcionalidad directa e inversa. Esta cuestión resulta especialmente relevante debido a que el dominio de procedimientos proporcionales no necesariamente implica la construcción conceptual de las relaciones que los sustentan. Así, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo se construye cognitivamente el Objeto matemático de Proporcionalidad en estudiantes de 7° básico, considerando las construcciones y mecanismos mentales propuestos por la teoría APOE? En este sentido, se busca analizar las construcciones y mecanismos mentales que manifiestan estudiantes de 7° básico en torno al Objeto matemático de la Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE.

Marco Teórico

La teoría APOE, acrónimo de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, desarrollada inicialmente por Ed Dubinsky y colaboradores, modela la construcción del conocimiento matemático a partir de la reorganización progresiva de estructuras mentales, fundamentándose en la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget (Arnon et al., 2014). Más precisamente, el marco se apoya en el concepto de abstracción reflexiva, que, según Dubinsky (1991), corresponde al proceso mediante el cual un individuo reflexiona sobre sus propias acciones mentales para identificar patrones, coordinarlos y reorganizarlos, hasta que dichas acciones se transforman en objetos de pensamiento.

De esta manera, la teoría APOE constituye un marco teórico amplio, centrado en el análisis de los mecanismos mentales involucrados en el aprendizaje de la matemática, estudiando cómo la transición entre las distintas construcciones mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema conduce a la formación de estructuras matemáticas en el sistema cognitivo del estudiante (Guerra Cáceres, 2021). Simg y Trigueros (2022) postulan que el aprendizaje de un concepto matemático se produce mediante la construcción de las estructuras mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, en conjunto con mecanismos como la interiorización, la coordinación, la encapsulación o la desencapsulación, que permiten su evolución.

El aprendizaje comienza con Acciones, entendidas como transformaciones realizadas a partir de instrucciones externas, las cuales se interiorizan en Procesos, asociados a una comprensión más profunda y flexible del concepto. Luego, los Procesos se coordinan entre sí y se encapsulan formando Objetos, que no son estructuras cerradas, sino que pueden desencapsularse en las estructuras que les dieron origen. Finalmente, los Esquemas son comprendidos como redes organizadas y coherentes de Acciones, Procesos, Objetos y otros Esquemas.

En el marco del presente estudio, las construcciones y mecanismos mentales adquieren especial relevancia para interpretar cómo los estudiantes reorganizan cognitivamente sus estrategias al enfrentar situaciones de proporcionalidad directa e inversa. Desde esta perspectiva, la teoría APOE proporciona el sustento teórico para el análisis de las construcciones mentales evidenciadas y para la formulación de la Descomposición Genética del concepto estudiado.

Uno de los instrumentos centrales de la teoría para modelar el aprendizaje es la Descomposición Genética, que, según Simg y Trigueros (2022), corresponde a un modelo hipotético que describe las estructuras mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, además de los mecanismos mentales que un estudiante genérico necesita construir para comprender un determinado concepto. La Descomposición Genética de un concepto no es única ni definitiva, sino que depende del enfoque del investigador, y puede coexistir más de una propuesta para un mismo Objeto matemático.

De acuerdo con Trigueros (2005), la elaboración de una Descomposición Genética puede sustentarse en la experiencia del investigador al enseñar o aprender el concepto, en el conocimiento acumulado sobre la teoría APOE, en antecedentes de investigación o en el análisis histórico del contenido matemático. Desde una perspectiva metodológica, orienta tanto el diseño de secuencias de actividades como la construcción de

instrumentos de recogida de información y el análisis de la evidencia empírica. Para Trigueros y Oktaç (2019), este modelo hipotético constituye un marco analítico que permite contrastar las trayectorias cognitivas hipotetizadas con las construcciones efectivamente manifestadas por los estudiantes, por lo que es posible su ajuste a partir de la evidencia obtenida.

Metodología

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de carácter interpretativo, con alcance exploratorio-descriptivo y diseño de estudio de caso, en coherencia con los fundamentos epistemológicos y metodológicos de la teoría APOE. Esta perspectiva permitió centrar el análisis en la reconstrucción de las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes movilizan en torno al objeto matemático de la proporcionalidad, privilegiando la comprensión de los significados y estructuras cognitivas subyacentes por sobre la medición de desempeños observables.

El punto de partida está dado por el diseño de la Descomposición Genética, el cual plantea, como conocimientos previos, Acciones como comparar dos cantidades mediante el cálculo de un cociente, las que se interiorizan en el Proceso de Valor de la razón, mediante el cual el estudiante comprende que la razón expresa una relación multiplicativa entre dos magnitudes. Este Proceso se encapsula en el Objeto Razón, el cual puede representarse de diversas maneras, tales como fracción, número decimal o comparación verbal, y constituye una base fundamental para la construcción de la proporcionalidad.

Luego, la Descomposición Genética incluye construcciones asociadas al Objeto Proporción: Acciones como comparar razones mediante amplificación o simplificación, determinar cocientes constantes o calcular un valor desconocido para establecer una proporción se interiorizan en el Proceso de Equivalencia de razones. En este proceso, los estudiantes reconocen que distintas expresiones numéricas pueden representar una misma relación entre magnitudes. Dichos procesos se encapsulan en el Objeto Proporción, entendido como la entidad matemática que establece la igualdad entre dos razones.

Además, se incluyen construcciones asociadas al Objeto de Proporcionalidad directa: Acciones como aumentar o disminuir una variable en la misma proporción se interiorizan en el Proceso de Interdependencia proporcional positiva de variables, en el cual se comprende que el cambio en una magnitud produce un cambio proporcional en la otra. Asimismo, acciones como calcular la constante de proporcionalidad, ya sea dividiendo o multiplicando magnitudes específicas, junto con el cálculo de valores desconocidos que preservan la relación, se interiorizan en el Proceso de

Constante de proporcionalidad, permitiendo reconocer la invariancia del cociente en este tipo de relaciones.

La coordinación de estos procesos se encapsula en el Objeto Proporcionalidad directa, concebido como una entidad matemática en la que dos magnitudes covarían en la misma dirección, manteniendo constante su cociente. De manera complementaria, Acciones como graficar o tabular el comportamiento de variables se interiorizan en el Proceso de Representaciones múltiples, contribuyendo a una comprensión global del Objeto.

Respecto de las construcciones asociadas al Objeto Proporcionalidad inversa, la Descomposición Genética preliminar plantea que el Objeto Proporcionalidad directa puede ser desencapsulado al enfrentar situaciones de proporcionalidad inversa, permitiendo recuperar y reorganizar Procesos previamente construidos. A partir de ello, se plantea la construcción del Proceso de Interdependencia proporcional negativa de variables, asociado al reconocimiento de la covariación en sentidos opuestos, así como el surgimiento del Proceso de Identificación de relaciones proporcionales, orientado a distinguir relaciones directas e inversas. La coordinación de estos Procesos contribuye a la construcción del Objeto Proporcionalidad inversa.

En este marco, acciones como calcular la constante entre las variables o determinar el valor desconocido que satisface una relación proporcional, integradas en el Proceso de Constante de proporcionalidad, se proyectan también hacia la proporcionalidad inversa. A diferencia de su rol en la proporcionalidad directa, en este caso el proceso refleja una nueva invarianza: al aumentar una magnitud, la otra disminuye de manera proporcional, manteniéndose constante el producto entre ambas. Estos procesos se encapsulan en el Objeto de Proporcionalidad inversa, diferenciado del Objeto de Proporcionalidad directa en cuanto las magnitudes covarían en sentido opuesto.

Por último, construcciones asociadas al Esquema de Proporcionalidad: los Objetos de Razón, Proporción, Proporcionalidad directa y Proporcionalidad inversa se coordinan en el Esquema de Proporcionalidad, el cual organiza el conocimiento de los estudiantes en torno a la comparación de magnitudes, la igualdad de razones, la covariación directa e inversa y la representación del comportamiento de variables en distintos contextos. Este esquema constituye la culminación de la Descomposición Genética preliminar y describe la estructura cognitiva esperable en el aprendizaje de la proporcionalidad. Esta Descomposición Genética preliminar orientó el diseño de las actividades asociadas a la planificación y puesta en marcha de la investigación.

El estudio se realizó en un establecimiento educacional municipal en una región del centro de Chile, durante la implementación de una secuencia de aprendizaje correspondiente a la asignatura de Matemática en el nivel de 7° básico.

El universo estuvo constituido por estudiantes de dos cursos de 7° básico del establecimiento participante. La muestra quedó conformada por nueve estudiantes, de entre 12 y 13 años, cuatro hombres y cinco mujeres. Los participantes fueron seleccionados mediante muestreo intencionado no probabilístico, procurando incorporar diversidad de desempeños académicos en Matemática. Para ello, se establecieron de manera orientadora tres categorías según el promedio de calificaciones obtenidas durante el año escolar: destacado (6,0 a 7,0), suficiente (4,0 a 5,9) e insuficiente (3,9 o inferior), procurando incluir al menos dos participantes de cada categoría con el propósito de acceder a distintas formas de construcción del objeto matemático en estudio.

Se incluyó a estudiantes que manifestaron voluntad de participar, contaban con consentimiento informado de sus apoderados, asentimiento personal y asistencia regular durante el proceso de implementación de la secuencia didáctica. Se excluyó a estudiantes con ausentismo reiterado, sin autorización de sus apoderados y/o asentimiento personal, y a quienes requerían adecuaciones curriculares significativas de contenido, dado que estas implicaban el trabajo con contenidos curriculares distintos a los considerados en el diseño instruccional del estudio.

El instrumento principal de recolección de información fue una entrevista semiestructurada basada en tareas, diseñada a partir de la Descomposición Genética preliminar del objeto matemático de la proporcionalidad. Su construcción respondió a la necesidad de disponer de situaciones problemáticas capaces de movilizar las estructuras cognitivas teorizadas por APOE y de favorecer la exteriorización de los mecanismos mentales involucrados en la resolución de tareas proporcionales. Cada entrevista contemplaba seis situaciones contextualizadas: las Situaciones 1, 4 y 5 abordaban relaciones de proporcionalidad directa, mientras que las Situaciones 2, 3 y 6 correspondían a proporcionalidad inversa. Las tareas incorporaron distintas formas de presentación de la información, incluyendo una representación gráfica en la Situación 5 y una tabular en la Situación 6.

En cada Situación, los estudiantes debían identificar el tipo de proporcionalidad involucrada y justificar su elección; luego, determinar valores desconocidos asociados a la relación y, finalmente, explicar el razonamiento, los procedimientos y las estrategias utilizadas para obtener sus respuestas. Estas preguntas se organizaron en tres dimensiones

orientadas a indagar el tipo de proporcionalidad involucrada, las evidencias de construcciones mentales y los mecanismos mentales movilizados. El instrumento completo se presenta en el Anexo 1.

El instrumento entrevista fue sometido a validación mediante juicio de siete expertos, seleccionados por poseer grados de magíster y/o doctorado en Matemática o enseñanza de la Matemática y experiencia en investigaciones desde la teoría APOE. La evaluación consideró los criterios de claridad, coherencia y relevancia, analizados mediante la V de Aiken. A partir de los resultados y observaciones de los expertos se realizaron ajustes en la redacción y organización de los ítems y en el planteamiento de algunas situaciones. Este proceso se realizó para asegurar su consistencia teórica, pertinencia disciplinar y adecuación a los objetivos del estudio. Complementariamente, se consideraron producciones escritas generadas por los estudiantes durante la secuencia de aprendizaje como insumo contextual para el análisis interpretativo.

La producción de información se desarrolló en el marco de una secuencia de aprendizaje diseñada conforme al ciclo de investigación de la teoría APOE y estructurada según el ciclo de enseñanza ACE (Actividades, Discusión en clases y Ejercicios; Arnon et al., 2014). Esta secuencia proporcionó un contexto instruccional coherente con las construcciones mentales esperadas para el objeto matemático en estudio y permitió generar condiciones didácticas propicias para la movilización de esquemas proporcionales.

Finalizada su implementación, se aplicaron entrevistas individuales con una duración promedio aproximada de 40 minutos, registradas en audio y posteriormente transcritas con apoyo de una aplicación basada en inteligencia artificial. Cada transcripción fue revisada y complementada manualmente mediante la escucha de los audios originales. La articulación entre verbalizaciones, producciones escritas y procedimientos empleados permitió reconstruir el razonamiento desplegado por los participantes frente a las tareas propuestas.

El análisis se realizó desde una perspectiva interpretativa, tomando como referente analítico la Descomposición Genética preliminar elaborada para el objeto matemático de la proporcionalidad. Las unidades de análisis correspondieron a las producciones escritas y verbales de los estudiantes en cada situación, consideradas de manera integrada mediante un proceso de categorización interpretativa orientado por las categorías teóricas de Acción, Proceso y Objeto. La inferencia de construcciones mentales se efectuó mediante la articulación sistemática de las producciones escritas, verbalizaciones y decisiones procedimentales evidenciadas por los estudiantes durante las entrevistas. Las construcciones identificadas fueron

contrastadas con la Descomposición Genética preliminar, reconociendo coincidencias, tensiones y ausencias que constituyeron un insumo para su posterior refinamiento. Asimismo, se identificaron coordinaciones parciales, interiorizaciones incipientes y mecanismos de encapsulamiento emergentes, sin asumir trayectorias lineales ni niveles de construcción cerrados.

La investigación fue aprobada por el Comité Ético Científico de la Universidad del Bío-Bío (Informe N.º A0120/2025). Se resguardaron los principios de autonomía, voluntariedad, confidencialidad y anonimato mediante la obtención de consentimiento informado de los apoderados, asentimiento de los estudiantes participantes y codificación alfanumérica de los casos analizados.

Resultados

Reconocimiento de la covariación e interiorización de las Acciones

En las situaciones de proporcionalidad directa e inversa, una regularidad transversal correspondió al reconocimiento del sentido de covariación entre las magnitudes. En el caso de las relaciones de proporcionalidad directa, los estudiantes identificaron que ambas variables aumentaban conjuntamente mediante justificaciones como “porque si una sube, la otra también” (E6), o “mientras más tiempo está avanzando la bicicleta, más distancia recorre” (E7), para la Situación 5. Por su parte, en la proporcionalidad inversa, reconocieron que el aumento de una magnitud se asociaba con la disminución de la otra, señalando, por ejemplo, que “si trabajan más personas, demorarían menos horas” (E5), para la Situación 2, o que “si hay más llaves, se va a tardar menos el tiempo en que se llena” (E7), respecto de la Situación 3.

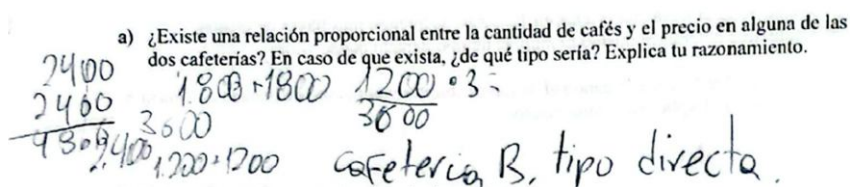
Desde la teoría APOE, estas regularidades evidencian la disponibilidad de Acciones orientadas al reconocimiento del sentido de covariación entre magnitudes y, en algunos casos, indicios de su interiorización hacia un Proceso de Interdependencia proporcional de variables. Sin embargo, esta interiorización no se manifestó de manera homogénea, pues algunos participantes utilizaron exclusivamente la identificación cualitativa de la covariación como criterio para determinar la existencia de proporcionalidad. Esto se observó principalmente en sus justificaciones, por ejemplo, cuando E8 señaló una relación directa únicamente porque “en las dos aumenta”, o en argumentos como “va aumentando... la distancia y el tiempo” (E8) para la Situación 5, sin considerar explícitamente la conservación de un factor invariante entre las magnitudes. En consecuencia, el reconocimiento cualitativo de la covariación aparece como una construcción ampliamente disponible, pero no suficiente por sí misma para caracterizar una relación como proporcional.

Coordinación entre covariación y constante de proporcionalidad

Más allá del reconocimiento cualitativo del sentido de covariación, se observaron diferencias en la capacidad de los estudiantes para coordinar el Proceso de Interdependencia proporcional de variables con el Proceso de Constante de proporcionalidad. En las relaciones directas, esta coordinación se manifestó mediante estrategias como el valor unitario, el escalamiento proporcional y la identificación de una razón constante. En la Situación 1, por ejemplo, E1 comparó las razones entre la cantidad de cafés y el costo total para verificar la existencia de una constante de proporcionalidad, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1

Producción escrita de E1 para responder al ítem a) de la Situación 1



Nota. Producción escrita de E1 en la Situación 1. El estudiante compara razones entre cantidad de cafés y costo total para verificar la existencia de una constante de proporcionalidad.

Por su parte, en la Situación 4, E7 determinó valores desconocidos manteniendo la relación entre combustible y distancia al señalar que “los 12 litros de combustible los dividí entre 3 y me dio 4. Entonces lo que hice fue dividir los 180 entre 3”. Asimismo, frente a una representación gráfica, algunos participantes no solo reconocieron el aumento conjunto de las variables, sino también la invariancia de la relación, argumentando que “si en un minuto avanzaba 3 kilómetros, en los siguientes tendría que avanzar lo mismo” (E1), respecto de la Situación 5.

En proporcionalidad inversa, la coordinación entre covariación y constante de proporcionalidad se presentó de manera menos estable. Si bien algunos estudiantes reconocieron explícitamente el producto constante, como E7 al señalar que “1 impresora por 12 minutos da 12, 2 por 6 da 12, 3 por 4 da 12 igual” para la Situación 6, en otros casos el reconocimiento de la covariación negativa no logró coordinarse de forma sostenida con esta invariancia. Esto se manifestó en el uso de estrategias secuenciales o aditivas que condujeron a respuestas incorrectas, aun cuando los participantes habían identificado previamente que una magnitud debía disminuir al aumentar la otra. Esto se evidencia, por ejemplo, en la Situación 6, cuando E6 argumentó que “si usamos 5 (impresoras) se demorarían 2 minutos”, y

posteriormente determinó que para tardar un minuto y medio se necesitarían 4,5 impresoras, evidenciando una estrategia que mantiene el sentido de la covariación, pero no preserva el producto constante.

Desde la teoría APOE, estas evidencias sugieren distintos grados de coordinación entre el Proceso de Interdependencia proporcional de variables y el Proceso de Constante de proporcionalidad. En casos en los que esta coordinación se manifiesta de manera más estable, el factor invariante comienza a operar como criterio regulador para determinar y verificar valores desconocidos, mientras que, cuando dicha coordinación es parcial, se utilizan procedimientos que no preservan la relación proporcional.

Representaciones y estabilidad en la movilización de los Procesos

Entre las representaciones movilizadas por los estudiantes, destacó el uso de tablas como recurso para organizar los valores asociados a las magnitudes y apoyar la determinación de valores desconocidos. Este recurso apareció tanto en situaciones de proporcionalidad directa como inversa, frecuentemente acompañado del planteamiento de igualdades. Por ejemplo, en la Situación 2 predominó la construcción de tablas, acompañada de igualdades producto-producto para determinar valores desconocidos, mientras que en la Situación 4 se utilizó recurrentemente para organizar los datos correspondientes a litros de combustible y kilómetros recorridos, como se muestra en la Figura 2.

Figura 2

Producción escrita de E9 para responder al ítem b1) de la Situación 4

b1) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 4 litros de combustible?

Handwritten student work for a proportion problem. It shows a table with 120 km for 12 liters, a calculation $120 \cdot 4 / 12$, and two equations: $120 \cdot 4 = 12 \cdot x$ and $120 : 12 = 60$.

Nota. Producción escrita de E9 para responder al ítem b1) en la Situación 4. E9 organiza los datos correspondientes a kilómetros recorridos y litros de combustible en una tabla y plantea una igualdad del tipo producto-producto para determinar el valor desconocido.

Por otra parte, se observaron diferencias en la movilización de los Procesos cuando las tareas involucraron números decimales. Esto se evidenció particularmente en la Situación 6, donde algunos participantes que inicialmente reconocieron el producto constante con valores enteros recurrieron posteriormente a otras estrategias al incorporar el valor 1,5. Por ejemplo, E7 identificó inicialmente que “1 impresora por 12 minutos da 12, 2 por 6 da 12, 3 por 4 da 12 igual”; sin embargo, posteriormente recurrió a

un razonamiento aditivo. En contraste, E4 mantuvo el producto constante como criterio para determinar el valor desconocido, multiplicando distintos valores por 1,5 hasta obtener como resultado 12, como se muestra en la Figura 3.

Figura 3

Producción escrita de E4 para responder al ítem b2) de la Situación 6

$$\begin{array}{l}
 1.5 \cdot 12 = 18 \\
 1.5 \cdot 8 = 12 \\
 1.5 \cdot 10 = 15 \\
 1.5 \cdot 7 = 10.5 \\
 1.5 \cdot 5 = 7.5 \\
 1.5 \cdot 8 = 12 \\
 1.5 \cdot 0 = 0
 \end{array}$$

Nota. Producción escrita de E4 para responder al ítem b2) de la Situación 6. El estudiante prueba diferentes valores que, al multiplicarse por 1,5, permiten obtener 12, utilizando el producto constante como criterio.

Estas evidencias permiten reconocer que las construcciones identificadas se exteriorizaron mediante distintos recursos de representación y con diferentes grados de estabilidad frente a las condiciones numéricas de las tareas. No obstante, las dificultades observadas ante valores decimales no pueden atribuirse exclusivamente a las construcciones asociadas a la proporcionalidad, pues podrían relacionarse también con conocimientos aritméticos involucrados en su tratamiento.

Indicios de encapsulamiento y diferenciación de los Objetos Proporcionalidad directa e inversa

El análisis permitió identificar diferencias en el encapsulamiento de los Procesos asociados a los Objetos Proporcionalidad directa e inversa. En proporcionalidad directa, la mayoría de los estudiantes evidenció la interiorización de Acciones hacia Procesos, particularmente en el reconocimiento de la covariación positiva y la determinación de valores desconocidos mediante estrategias multiplicativas, frecuentemente apoyadas por el uso del valor unitario. Por ejemplo, en problemas como la Situación 4, varios estudiantes recurrieron a determinar cuántos kilómetros recorría el vehículo con un litro de combustible y, a partir de este valor, calcular otras cantidades desconocidas. Asimismo, se observaron con frecuencia indicios del Proceso de Constante de proporcionalidad, en los que la razón invariante operó como criterio regulador del razonamiento y se evidenciaron, en algunos casos, indicios de encapsulación hacia el Objeto Proporcionalidad directa.

En proporcionalidad inversa, en cambio, los indicios de encapsulación fueron menos frecuentes. Aunque la mayoría de los participantes reconoció el sentido de la covariación negativa, este reconocimiento se mantuvo en numerosos casos en un plano principalmente descriptivo y no logró coordinarse de manera estable con el Proceso de Constante de proporcionalidad, entendido como la conservación de un producto constante, lo que condujo, en algunos casos, a utilizar estrategias aditivas en contextos multiplicativos. De este modo, se observaron principalmente construcciones a nivel de Proceso y coordinaciones parciales, mientras que los indicios claros de construcción del Objeto Proporcionalidad inversa se manifestaron de manera excepcional.

En conjunto, estas diferencias sugieren que, para los participantes del estudio, la construcción del Objeto Proporcionalidad directa se mostró más accesible al permitir apoyarse en regularidades multiplicativas simples, como la noción de valor unitario. Por otra parte, en proporcionalidad inversa, la conservación del producto constante constituyó un punto crítico para avanzar hacia el encapsulación de los Procesos. Estos resultados sustentan la necesidad de diferenciar las trayectorias de construcción de ambos Objetos en el refinamiento de la Descomposición Genética.

Refinamiento de la Descomposición Genética preliminar

El contraste entre las construcciones previstas en la Descomposición Genética preliminar y las evidencias identificadas permitió introducir ajustes en la estructura cognitiva propuesta en primera instancia. Estos ajustes no implican una reformulación completa de la Descomposición Genética preliminar, sino una diferenciación más precisa de las trayectorias asociadas a la proporcionalidad directa e inversa y del papel que desempeñan los Procesos involucrados en la construcción de ambos Objetos.

Uno de los principales ajustes corresponde a la diferenciación de las trayectorias de construcción de los Objetos de Proporcionalidad directa e inversa. Si bien ambas comparten Acciones iniciales vinculadas con el reconocimiento de la relación entre magnitudes y la covariación de las variables, los resultados evidenciaron diferencias en los Procesos que posteriormente deben coordinarse. En la proporcionalidad directa, la construcción se vinculó con el reconocimiento de una razón constante y con estrategias como la determinación del valor unitario, que favorecen la construcción del Proceso de Interdependencia proporcional positiva. En la proporcionalidad inversa, en cambio, adquirió especial relevancia la conservación del producto constante y su coordinación con la interdependencia proporcional negativa. Esta diferenciación permite

representar ambos Objetos mediante trayectorias relacionadas, pero no equivalentes, en las que el Proceso de Constante de proporcionalidad desempeña un papel articulador.

Un segundo ajuste se relaciona precisamente con el papel del Proceso de Constante de proporcionalidad. Los resultados mostraron que el reconocimiento cualitativo del sentido de covariación, aunque ampliamente disponible entre los participantes, no resultó suficiente para caracterizar una relación como proporcional. El avance hacia construcciones más estables se vinculó con la coordinación entre la identificación de la covariación y la conservación de una invariancia multiplicativa: una razón constante en la proporcionalidad directa y un producto constante en la proporcionalidad inversa. De este modo, la Constante de proporcionalidad adquiere en la Descomposición Genética refinada un papel articulador en la coordinación de los Procesos que anteceden al encapsulamiento de los Objetos, cuya movilización se evidenció con mayor estabilidad en la proporcionalidad directa que en la inversa.

Asimismo, los resultados invitan a precisar la estabilidad con que los Procesos son movilizados y la interpretación de las evidencias asociadas a la encapsulación. Se observó que la disponibilidad de un Proceso en determinadas situaciones no implicó necesariamente su movilización estable frente a otras demandas de las tareas, pues, en algunos participantes, se evidenciaron estrategias multiplicativas con procedimientos que no preservaban la relación proporcional. En este sentido, el refinamiento considera que la utilización de procedimientos multiplicativos o algorítmicos no constituye, por sí sola, evidencia de encapsulación. De esta manera, los indicios de construcción del Objeto se vinculan también con una coordinación estable entre los Procesos de Interdependencia proporcional de variables y de Constante de proporcionalidad, de modo que la invariancia correspondiente pueda operar como criterio para determinar valores, justificar procedimientos y validar las relaciones establecidas.

En conjunto, la Descomposición Genética refinada diferencia las trayectorias cognitivas asociadas a los Objetos Proporcionalidad directa e inversa y sitúa la coordinación entre la Interdependencia proporcional de variables y la Constante de proporcionalidad como un elemento central para su construcción.

Discusión

Los resultados permiten interpretar la construcción de la proporcionalidad como un proceso progresivo de reorganización de estructuras mentales, en el que las construcciones de razón y proporción constituyen una base para la posterior construcción de relaciones proporcionales. Esta interpretación es

coherente con la teoría APOE, según la cual el aprendizaje matemático supone la interiorización de Acciones en Procesos, su coordinación y eventual encapsulación en Objetos que se integran en Esquemas (Arnon et al., 2014; Dubinsky, 1991). En particular, los resultados muestran que disponer de procedimientos para comparar razones o determinar valores desconocidos no implica necesariamente haber construido el Objeto proporcional, aspecto consistente con investigaciones que han evidenciado que la resolución correcta de tareas proporcionales puede coexistir con estrategias procedimentales y comprensiones parciales (Burgos & Godino, 2020; Sari et al., 2024). En este sentido, la evidencia obtenida aporta una lectura cognitiva de la proporcionalidad que complementa aquellas aproximaciones centradas en el desempeño observable.

La diferencia observada entre proporcionalidad directa e inversa constituye uno de los principales hallazgos del estudio. Mientras la proporcionalidad directa mostró Procesos más estables asociados a la covariación positiva y a la razón constante, la proporcionalidad inversa presentó mayores dificultades para coordinar la covariación negativa con el producto constante. Esta diferencia coincide con investigaciones que identifican dificultades en el razonamiento proporcional, particularmente cuando los estudiantes recurren a estrategias aditivas o a procedimientos que no consideran la estructura multiplicativa de la situación (Karli & Yildiz, 2022; Sari et al., 2024). Desde APOE, sin embargo, los resultados permiten precisar que esta diferencia no corresponde solamente a un mayor nivel de dificultad de la proporcionalidad inversa, sino a exigencias cognitivas diferenciadas: en la directa, la covariación en el mismo sentido puede coordinarse con la conservación del cociente, mientras que en la inversa los resultados muestran la necesidad de articular simultáneamente la covariación en sentidos opuestos y la conservación del producto. Esta interpretación resulta consistente con trabajos que muestran que el razonamiento proporcional implica coordinar relaciones entre cantidades y no únicamente aplicar procedimientos formales (Abramovich & Connell, 2021; Pitta-Pantazi & Christou, 2011).

En este marco, la covariación y los invariantes proporcionales emergen como elementos estructurantes de la construcción cognitiva. Reconocer que dos magnitudes aumentan o disminuyen conjuntamente constituye una aproximación inicial, pero no es suficiente para establecer proporcionalidad; se requiere coordinar el comportamiento de las variables con una relación que permanece invariante. En la proporcionalidad directa, esta invariancia se expresa mediante la razón constante, mientras que en la inversa se expresa mediante el producto constante. Esta interpretación dialoga con la perspectiva covariacional desarrollada por Carlson et al. (2002) y con

investigaciones recientes que destacan la progresión desde el reconocimiento de la dirección del cambio hacia formas más elaboradas de coordinación entre cantidades y sus tasas de cambio (Pittalis & Sajka, 2026). Asimismo, los resultados son consistentes con estudios que destacan la importancia del razonamiento proporcional para interpretar relaciones cuantitativas en diversos contextos científicos, particularmente en Física y Química (Boudreaux et al., 2020; Stott, 2021).

Estos hallazgos tienen consecuencias directas para la Descomposición Genética (DG). La DG preliminar proponía una trayectoria desde los Objetos Razón y Proporción hacia los Objetos de Proporcionalidad directa e inversa, cuya coordinación culminaba en un Esquema de Proporcionalidad. La evidencia obtenida permitió refinar esta trayectoria, particularmente al mostrar que el Proceso de Constante de proporcionalidad debe ocupar un lugar estructurante y diferenciado: en la proporcionalidad directa se manifiesta mediante la conservación de una razón constante, mientras que en la inversa se expresa mediante la conservación de un producto constante. Por tanto, la DG refinada no solo explicita una secuencia de construcciones, sino que incorpora trayectorias cognitivas diferenciadas según la estructura de la relación proporcional. Este refinamiento es coherente con el carácter hipotético y revisable de la DG, cuyo contraste con la evidencia empírica permite ajustar las construcciones y mecanismos inicialmente postulados (Arnon et al., 2014; Simg & Trigueros, 2022). Además, los resultados convergen con estudios que han utilizado la teoría APOE para analizar las construcciones cognitivas asociadas a conceptos como la proporcionalidad directa (Rosyidi & Hasanah, 2022) y la proporción (Mahfudhoh et al., 2023).

Desde una perspectiva didáctica, los resultados sugieren que la enseñanza de la proporcionalidad debería trascender la aplicación de algoritmos como la regla de tres y promover tareas que permitan coordinar explícitamente covariación e invariancia. Esto implica diseñar situaciones en las que los estudiantes deban comparar, representar, justificar y verificar cómo cambian las magnitudes, incorporando variaciones de contexto, representación y valores numéricos. En particular, la proporcionalidad inversa requiere oportunidades didácticas específicas que permitan construir el producto constante como criterio de regulación del razonamiento, en lugar de asumir que puede derivarse directamente de las estrategias construidas para la proporcionalidad directa. Así, la DG refinada puede constituir no solo un modelo interpretativo de las construcciones cognitivas observadas, sino también un referente para el diseño de secuencias de enseñanza orientadas a favorecer la interiorización, coordinación y

encapsulamiento de los Procesos proporcionales (Burgos & Godino, 2020; Cuevas-Vallejo et al., 2023).

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten sostener que la construcción del Objeto matemático de Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE, no se configura como un proceso lineal ni homogéneo, sino como una trayectoria de interiorización y encapsulación diferenciada según la naturaleza estructural de la relación proporcional involucrada. En el grupo estudiado, las construcciones mentales observadas se situaron predominantemente en niveles de Acción y Proceso, aunque con grados disímiles de estabilidad y coordinación entre proporcionalidad directa e inversa.

La proporcionalidad directa evidenció una mayor disponibilidad de Procesos interiorizados vinculados al reconocimiento de la covariación positiva, la coordinación de relaciones multiplicativas y el uso de invariantes de razón como criterio de regulación del razonamiento. No obstante, la persistencia de desestabilizaciones frente a modificaciones en las condiciones de la tarea (particularmente cambios de representación o incorporación de números decimales) sugiere que, en numerosos casos, dichos Procesos permanecen contextualizados y aún no alcanzan una encapsulación plena como Objeto matemático autónomo. En términos de APOE, ello indica la presencia de construcciones operatorias relativamente estabilizadas, aunque todavía dependientes de condiciones específicas de activación.

En contraste, la proporcionalidad inversa se configuró como un Objeto de mayor complejidad cognitiva, en tanto su construcción demanda la coordinación simultánea entre la interdependencia proporcional negativa y la conservación del producto constante como invariante estructural. La dificultad para articular establemente ambos Procesos sugiere que la encapsulación de este Objeto exige una reorganización cognitiva de orden superior respecto de la requerida para la proporcionalidad directa.

Particular relevancia adquiere el hecho de que la ejecución exitosa de procedimientos multiplicativos o algorítmicos no se correspondió necesariamente con construcciones de Objeto. La presencia de respuestas correctas sustentadas en algoritmos desprovistos de regulación conceptual del invariante proporcional pone en evidencia que determinadas coordinaciones procedimentales pueden constituir construcciones aparentes de Proceso, sin que ello implique encapsulación conceptual.

En este marco, la evidencia empírica obtenida justificó el refinamiento de la Descomposición Genética preliminar. Dicho refinamiento no solo permitió explicitar trayectorias de construcción diferenciadas para

proporcionalidad directa e inversa, sino también reposicionar el Proceso de Constante de proporcionalidad como un eje estructurante en la regulación de invariantes proporcionales, ya sea bajo la forma de razón constante o producto constante.

En conjunto, los hallazgos obtenidos aportan evidencia empírica y teórica para comprender con mayor profundidad la construcción cognitiva de la proporcionalidad desde el marco APOE, y ofrecen fundamentos para el diseño de nuevas propuestas didácticas.

Referencias

- Abramovich, S., & Connell, M. L. (2021). *Developing deep knowledge in middle school mathematics: A textbook for teaching in the age of technology*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68564-5>
- Agencia de Calidad de la Educación. (2020). *Resultados educativos 2019* [Informe]. https://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Nacional_Resultados_educativos_2019.pdf
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Boudreaux, A., Kanim, S. E., Olsho, A., Brahmia, S. W., Zimmerman, C., & Smith, T. I. (2020). Toward a framework for the natures of proportional reasoning in introductory physics. En S. Wolf, M. Bennett, & B. Frank (Eds.), *Physics Education Research Conference 2020 Proceedings* (pp. 45–50). American Association of Physics Teachers. <https://doi.org/10.1119/perc.2020.pr.Boudreaux>
- Burgos, M., & Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18), 1–20. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.255>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Cuevas-Vallejo, A., Islas-Ortiz, E., & Orozco-Santiago, J. (2023). Promover el razonamiento proporcional mediante la tecnología digital. *Apertura*, 15(1), 84–101. <https://doi.org/10.32870/ap.v15n1.2344>
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–123). Kluwer Academic Publishers.

- Guerra Cáceres, M. E. (2021). La teoría APOE: Un marco actual para la investigación e innovación en educación matemática en el nivel superior. *REDISED. Revista Digital de Investigación en Educación Superior*, 3(2), 78–91. <https://revistas.ues.edu.sv/index.php/redised/article/view/2489/2480>
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement. (2024). *TIMSS 2023 mathematics achievement results*. <https://timss2023.org/results/math-achievement/>
- Karli, M. G., & Yildiz, E. (2022). Incorrect strategies developed by seventh-grade students to solve proportional reasoning problems. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111–148. <https://doi.org/10.14689/enad.29.5>
- Mahfudhoh, M., Saniya, S., & Kohar, A. W. (2023). Students' new concept construction process based on APOS theory: Introvert versus extrovert. *Journal of Mathematical Pedagogy*, 4(2), 84–96. <https://doi.org/10.26740/jomp.v4n2.p84-96>
- Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011). The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 149–169. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9175-y>
- Pittalis, M., & Sajka, M. (2026). Reasoning abilities in covariational functional thinking: An empirically validated framework for Grade 8–10 students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 24(5), Artículo 44. <https://doi.org/10.1007/s10763-026-10661-3>
- Rosyidi, A. H., & Hasanah, K. (2022). The construction process of new concept based on APOS theory: Male vs female in direct proportion. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(4), 3360–3374. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5706>
- Sari, R. N., Rosjanuardi, R., Isharyadi, R., & Nurhayati, A. (2024). Level of students' proportional reasoning in solving mathematical problems. *Journal on Mathematics Education*, 15(4), 1095–1114. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i4.pp1095-1114>
- Simg, R., & Trigueros, M. (2022). El papel de los conceptos geométricos como base para el aprendizaje del método simplex. *Educación Matemática*, 34(1), 70–99. <https://doi.org/10.24844/EM3401.03>
- Stott, A. (2021). South African physical sciences teachers' use of formulae and proportion when answering reaction-based stoichiometry calculation questions. *Chemistry Education Research and Practice*, 22, 443–456. <https://doi.org/10.1039/D0RP00291G>
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación Matemática*, 17(1), 5–31. <https://doi.org/10.24844/EM1701.01>

Trigueros, M., & Okaç, A. (2019). Diseño de tareas en la teoría APOE. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (15), 43–55. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.256>

Anexo 1

Entrevista semiestructurada basada en tareas

Situación 1 – Promociones en cafeterías

En la ciudad de Concepción, dos nuevas cafeterías (A y B) ofrecen diferentes promociones a sus clientes.

- Cafetería A: \$1.000 por 1 café, \$1.800 por 2 cafés, \$2.500 por 3 cafés.
 - Cafetería B: \$1.200 por 1 café, \$2.400 por 2 cafés, \$3.600 por 3 cafés.
- a) ¿Existe una relación proporcional entre la cantidad de cafés y el precio en alguna de las dos cafeterías? En caso de que exista, ¿de qué tipo sería? Explica tu razonamiento.
- b) En la cafetería B, responde a los siguientes casos:
- b1) ¿Cuánto costarían 5 cafés si se mantiene la misma relación?
 - b2) ¿Cuánto costarían 12 cafés si se mantiene la misma relación?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas anteriores? Explica detalladamente los pasos que seguiste.

Situación 2 – Pintando una muralla

Un grupo de estudiantes está pintando una muralla en su colegio. Si trabajan al mismo ritmo constante, 4 estudiantes terminan en 6 horas.

- a) ¿Esta situación representa una relación proporcional directa o inversa? Explica tu razonamiento.
- a1) Responde a los siguientes casos:
- a2) Si en vez de 4 hay 6 estudiantes pintando al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo se demorarían?
- b) ¿Cuántos estudiantes deberían trabajar al mismo ritmo para terminar en 3 horas?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste.

Situación 3 – Llenando una piscina

Una llave de agua llena una piscina en 12 horas. Si hubiese más llaves de iguales características abiertas al mismo tiempo, el tiempo llenado puede variar.

- a) ¿La relación entre la cantidad de llaves abiertas y el tiempo de llenado es directa o inversa? Explica tu razonamiento.

- b) Si se abren 3 llaves iguales al mismo tiempo, ¿cuánto se demorarán en llenarla?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver el problema? Explica los pasos que seguiste.

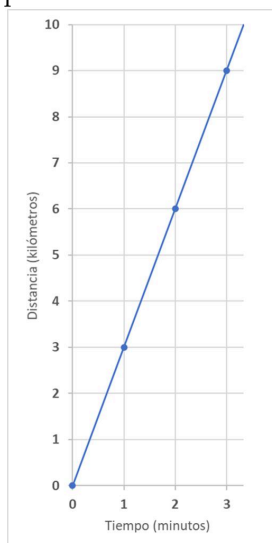
Situación 4 – Consumo de combustible

Un auto recorre 180 km con 12 litros de combustible, manteniendo el mismo rendimiento.

- a) ¿Existe una relación proporcional entre la cantidad de combustible y la distancia recorrida por el auto? En caso de que exista, ¿de qué tipo sería? Explica tu razonamiento.
 - a1) Responde a los siguientes casos:
 - a2) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 4 litros de combustible?
- b) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 1 litro y medio de combustible?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste

Situación 5 – Distancia recorrida en bicicleta (gráfico)

Observa el siguiente gráfico que muestra la distancia recorrida por un ciclista a lo largo del tiempo:



- a) Según el gráfico, ¿la relación entre tiempo y distancia es proporcional? En caso de ser proporcional, ¿de qué tipo? Explica tu razonamiento.
- b) Responde a los siguientes casos:

- b1) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido al minuto 4?
- b2) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido al minuto 9?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para obtener tus respuestas? Explica qué observaste en el gráfico para llegar a tu conclusión.

Situación 6 – Impresoras trabajando

Una impresora demora 12 minutos en imprimir 600 folletos. Si se usan más impresoras trabajando al mismo ritmo, el tiempo se reduce, como se muestra en la siguiente tabla:

Cantidad de impresoras	Tiempo (minutos)
1	12
2	6
3	4

- a) ¿Qué tipo de proporcionalidad existe entre la cantidad de impresoras y el tiempo que tardan en imprimir? Explica tu razonamiento.
- b1) Responde a los siguientes casos:
- b2) Si se usan 6 impresoras trabajando al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo tardarán en imprimir los 600 folletos?
- b) Si quiero que el trabajo se realice en solo 1 minuto y medio, ¿cuántas impresoras se necesitan trabajando al mismo ritmo?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste.



Identidad y práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en contextos de marginación educativa

Teacher identity and teaching practice in mathematics education in contexts of educational marginalization

José Alfredo Jiménez Pánfilo  | josealfredo06jr@gmail.com
Escuela Secundaria Oficial No. 0245 “Manuel José Othón”

Recepción: 30 de diciembre de 2025 | Aceptación: 18 de agosto de 2026

Resumen

Este artículo analiza la identidad y la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en contextos de marginación educativa desde un enfoque cualitativo fenomenológico. El estudio aborda la experiencia de una docente de matemáticas de secundaria que labora en una escuela pública de Toluca, México, y examina cómo interpreta la relación entre las condiciones estructurales, discursivas y simbólicas de marginación educativa, la construcción de su identidad profesional y el desarrollo de su práctica pedagógica. La información se recabó con una entrevista semiestructurada y se trabajó con un análisis temático de orientación abductiva, del que surgieron cuatro categorías: formación y trayectoria profesional, identidad docente, práctica docente y marginación educativa en el aula y la escuela. Los resultados muestran que las limitaciones materiales y la percepción de desvalorización institucional intervienen en la manera en que la docente interpreta su identidad y desarrolla su práctica. Frente a estas condiciones, construye una identidad sustentada en el compromiso ético, la reflexión crítica sobre su experiencia y la adaptación pedagógica. Su narrativa revela una práctica orientada a estrategias significativas, dialógicas y contextualizadas para favorecer el aprendizaje de las matemáticas en las condiciones de su escuela.

Palabras clave

identidad docente, práctica docente, marginación educativa.

Abstract

This article analyzes teacher identity and teaching practice in mathematics education in contexts of educational marginalization from a qualitative phenomenological approach. The study addresses the experience of a secondary school mathematics teacher who works in a public school in Toluca, Mexico, and examines how she interprets the relationship between the structural, discursive, and symbolic conditions of educational marginalization, the construction of her professional identity, and the development of her teaching practice. Data were collected through a semi-structured interview and processed with an abductively oriented thematic analysis, from which four categories emerged: professional training and career trajectory, teacher identity, teaching practice, and educational marginalization in the classroom and the school. The findings show that material constraints and the perception of institutional devaluation shape the way the teacher interprets her identity and develops her practice. In response to these conditions, she builds an identity grounded in ethical commitment, critical reflection on her experience, and pedagogical adaptation. Her narrative reveals a teaching practice oriented toward meaningful, dialogical, and contextualized strategies that support mathematics learning within the conditions of her school.

Keywords

teacher identity, teaching practice, educational marginalization.

Introducción

La enseñanza de las matemáticas en contextos de marginación educativa implica desafíos pedagógicos, institucionales y sociales que influyen en la práctica profesional docente. Las limitaciones materiales, el escaso reconocimiento institucional y las desigualdades presentes en el entorno escolar condicionan tanto las estrategias de enseñanza como la construcción de la identidad profesional del profesorado. Diversas investigaciones han señalado que la construcción de la identidad profesional y las decisiones pedagógicas del profesorado se relacionan con las condiciones laborales, institucionales y contextuales en las que se desarrolla la práctica docente (Bergebál Vázquez et al., 2024; Ramlackhan et al., 2022).

El objetivo del presente artículo es analizar cómo una docente de matemáticas de educación secundaria interpreta la relación entre las condiciones estructurales, discursivas y simbólicas de marginación educativa, la construcción de su identidad profesional y el desarrollo de su práctica pedagógica.

Para comprender este fenómeno, el marco conceptual del estudio se estructura a partir de tres categorías conceptuales interrelacionadas: identidad docente, práctica docente y marginación educativa. La primera

permite comprender cómo el profesorado construye el sentido de sí mismo como sujeto profesional a partir de sus trayectorias, experiencias y contextos institucionales; la segunda posibilita analizar las decisiones pedagógicas, estrategias y formas de enseñanza que emergen en la práctica cotidiana; mientras que la tercera visibiliza las condiciones estructurales, discursivas y simbólicas que condicionan el ejercicio profesional docente. La articulación de estas categorías permite comprender cómo las experiencias de marginación educativa influyen tanto en la configuración de la identidad profesional como en el desarrollo de la práctica pedagógica en la enseñanza de las matemáticas.

En los últimos años, diversas investigaciones han analizado la identidad docente y la enseñanza de las matemáticas desde perspectivas críticas y contextuales. Berbegal Vázquez et al. (2024) señalan que la identidad profesional se construye mediante procesos biográficos e institucionales vinculados con las experiencias del profesorado. Por su parte, Ramlackhan et al. (2022) sostienen que las condiciones de exclusión y marginación afectan la percepción profesional y las prácticas pedagógicas de los docentes.

Desde una perspectiva etnomatemática, D'Ambrosio y Rosa (2017) plantean la necesidad de reconocer las matemáticas como una práctica vinculada con los contextos culturales y sociales, favoreciendo formas de enseñanza contextualizadas. Asimismo, Abtahi y Planas (2024) advierten que las desigualdades estructurales impactan tanto en las oportunidades de aprendizaje como en las condiciones profesionales del profesorado.

Aunque las investigaciones revisadas han analizado la identidad docente, la práctica pedagógica y la enseñanza de las matemáticas desde enfoques críticos y socioculturales, se identifica una atención todavía limitada a la manera en que las condiciones de marginación educativa se relacionan simultáneamente con la construcción identitaria y las decisiones pedagógicas del profesorado de matemáticas en educación secundaria.

La mayoría de los estudios se concentran en aspectos didácticos, curriculares o formativos, dejando en segundo plano las experiencias de precarización, desvalorización institucional y exclusión simbólica que atraviesan el ejercicio docente en contextos de desigualdad. En este sentido, el presente estudio busca aportar evidencia empírica situada sobre la relación entre identidad docente, práctica pedagógica y marginación educativa en la enseñanza de las matemáticas.

Marco conceptual

Identidad docente

La identidad docente no puede comprenderse únicamente como una característica individual o profesional, sino como una construcción social e

históricamente situada, vinculada con la formación, las trayectorias biográficas, los contextos institucionales y las experiencias pedagógicas del profesorado (Valdenegro-Fuentes, 2023). En contextos de marginación educativa, esta identidad puede encontrarse atravesada por tensiones relacionadas con la precariedad material, la desvalorización simbólica y las exigencias institucionales. Desde esta perspectiva, su construcción supone un proceso continuo de interpretación y resignificación de la trayectoria profesional, la práctica pedagógica y el sentido de pertenencia a la profesión.

Desde una perspectiva socioconstructivista, la identidad docente constituye un proceso dinámico mediante el cual los profesores construyen y reconstruyen continuamente el significado de ser docentes a partir de sus experiencias, interacciones y contextos institucionales (Beijaard et al., 2004). En el mismo sentido, Bolívar (2006) sostiene que la identidad profesional no constituye un atributo fijo, sino una construcción narrativa y social que se transforma conforme cambian las trayectorias personales y las condiciones del ejercicio docente. Estas aportaciones permiten comprender la identidad docente como un proceso situado, susceptible de verse tensionado por condiciones de marginación educativa.

Desde una perspectiva crítica, Freire (1970) plantea que la práctica docente implica un compromiso ético y político orientado a la transformación social. En la enseñanza de las matemáticas, esta perspectiva adquiere relevancia en contextos de desigualdad educativa, donde el profesorado enfrenta tensiones derivadas de las limitaciones institucionales y materiales presentes en la escuela.

Práctica docente

La práctica docente en matemáticas comprende las decisiones pedagógicas, estrategias didácticas y formas de interacción que el profesorado desarrolla dentro del aula. Ramos-Rodríguez et al. (2021) señalan que esta práctica debe entenderse como una actividad reflexiva y situada, influenciada por factores contextuales y procesos de toma de decisiones pedagógicas.

En el presente estudio, la práctica docente se comprende como el conjunto de decisiones, acciones e interpretaciones que la profesora desarrolla antes, durante y después de la enseñanza. Esta concepción incluye la planeación, la selección de estrategias, la consideración de los saberes previos, la mediación de los contenidos, la interacción con el estudiantado y la reflexión sobre las condiciones que favorecen o limitan el aprendizaje.

En contextos de marginación educativa, la práctica docente se encuentra condicionada por limitaciones materiales, desigualdades institucionales y desafíos relacionados con la participación y motivación del estudiantado. No obstante, dichas condiciones también generan procesos de adaptación

pedagógica orientados a construir aprendizajes significativos y contextualizados.

Marginación educativa

La marginación educativa constituye un fenómeno multidimensional relacionado con desigualdades estructurales, materiales e institucionales que afectan las condiciones de enseñanza y aprendizaje. En el caso del profesorado, estas condiciones impactan tanto en el reconocimiento profesional como en las posibilidades pedagógicas dentro del aula.

Para efectos analíticos, la marginación educativa se examina mediante tres dimensiones interrelacionadas. La dimensión estructural comprende las carencias materiales, tecnológicas y organizativas que limitan el desarrollo de la enseñanza. La dimensión discursiva se refiere a la distancia entre los discursos institucionales de mejora, inclusión o revalorización y las condiciones concretas en las que se ejerce la docencia. La dimensión simbólica incluye las experiencias de desvalorización, invisibilización, debilitamiento del reconocimiento profesional y percepción de desprotección institucional. Estas dimensiones funcionan como referentes conceptuales para interpretar la experiencia narrada por la participante, sin presuponer que se manifiesten de la misma manera en otros contextos.

Abtahi y Planas (2024) sostienen que la marginación en la enseñanza de las matemáticas se relaciona con procesos de exclusión social que limitan el acceso equitativo a recursos, oportunidades y condiciones adecuadas para el desarrollo educativo. Desde esta perspectiva, la enseñanza de las matemáticas debe analizarse considerando las tensiones entre las políticas educativas, las condiciones escolares y las experiencias profesionales del docente.

Metodología y recolección de datos

La investigación se desarrolló desde un enfoque cualitativo de orientación fenomenológica, debido a que buscó comprender los significados que una docente de matemáticas atribuye a su trayectoria, identidad y práctica profesional dentro de un contexto escolar específico. La investigación cualitativa permite aproximarse interpretativamente a las experiencias y significados construidos por los participantes en sus escenarios sociales (Denzin & Lincoln, 2012).

La orientación fenomenológica permitió comprender la experiencia vivida desde la perspectiva de la participante, privilegiando los significados que atribuye a su trayectoria profesional y a su práctica docente. Desde esta perspectiva metodológica, la fenomenología busca describir e interpretar el sentido de las experiencias tal como son vividas por quienes las

experimentan (Van Manen, 2016). En consecuencia, el interés del estudio no fue explicar relaciones causales, sino comprender la construcción de significados en un contexto específico.

El estudio fue guiado por las siguientes preguntas de investigación: ¿Cómo interpreta una docente de matemáticas la relación entre las condiciones estructurales, discursivas y simbólicas de marginación educativa y la construcción de su identidad profesional? ¿Cómo influyen dichas condiciones en el desarrollo de su práctica pedagógica? Estas preguntas orientaron el diseño de la entrevista semiestructurada, el análisis temático de orientación abductiva y la interpretación de los hallazgos.

La técnica de recolección de información fue la entrevista semiestructurada, debido a su flexibilidad para recuperar narrativas, percepciones y significados relacionados con la experiencia de la participante (Sabariego Puig & Bisquerra Alzina, 2009).

La participante fue seleccionada mediante un muestreo intencional, considerando como criterios su experiencia en la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria, su trayectoria dentro de una escuela pública y su conocimiento de las condiciones institucionales del contexto estudiado. Al momento de la investigación contaba con 13 años de experiencia docente y 10 años de antigüedad en la institución. La entrevista se realizó el 15 de agosto de 2025, en modalidad presencial, tuvo una duración aproximada de 75 minutos y fue registrada mediante notas de campo ampliadas, elaboradas inmediatamente después de concluir la sesión, las cuales constituyeron el corpus para el análisis.

La participación fue voluntaria y estuvo precedida por la explicación de los objetivos y alcances del estudio. Para proteger la identidad de la participante y de la institución, se omitieron datos que permitieran su identificación y se asignó el código D1 a los fragmentos de la entrevista. La información se utilizó exclusivamente con fines académicos y se resguardó conforme a los principios de confidencialidad y consentimiento informado.

La selección de un único caso respondió a criterios de profundidad interpretativa y pertinencia contextual propios de la investigación cualitativa fenomenológica. Más que buscar generalizaciones estadísticas, el estudio pretendió comprender la experiencia vivida de la docente dentro de un contexto específico de marginación educativa. Desde esta perspectiva, la entrevista semiestructurada permitió recuperar significados, percepciones y procesos de resignificación profesional vinculados con la identidad y la práctica docente. Asimismo, la riqueza narrativa del caso seleccionado posibilitó identificar dimensiones relevantes para el análisis del fenómeno estudiado. El análisis de la información se desarrolló mediante un análisis temático de orientación abductiva. El procedimiento comprendió una

lectura reiterada de la transcripción para lograr la familiarización con el contenido, la identificación y codificación inicial de segmentos relevantes, la agrupación de códigos relacionados, la revisión de los patrones construidos y la delimitación de las categorías analíticas. De acuerdo con Braun y Clarke (2021), el análisis temático constituye un proceso flexible e interpretativo que permite identificar y organizar patrones de significado dentro de un conjunto de datos. Desde esta perspectiva, las categorías no emergen de manera automática del discurso, sino que son construidas mediante la intervención reflexiva del investigador, considerando su pertinencia respecto del objetivo del estudio, su recurrencia y su densidad interpretativa.

La orientación abductiva implicó un movimiento analítico reiterado entre el material empírico y las categorías conceptuales del estudio. En lugar de aplicar de manera rígida un esquema deductivo previamente establecido o asumir que las categorías derivaron exclusivamente de una inducción basada en los datos, se contrastaron las unidades de significado identificadas en la entrevista con los referentes conceptuales sobre identidad docente, práctica docente y marginación educativa. Esta lógica permitió revisar, ampliar y reinterpretar las explicaciones teóricas a partir de las particularidades del caso estudiado. Como señalan Timmermans y Tavory (2012), el análisis abductivo favorece la construcción de interpretaciones mediante el diálogo entre los hallazgos empíricos y los conocimientos teóricos disponibles, especialmente cuando determinados elementos del material requieren explicaciones que no se encuentran completamente contenidas en las categorías iniciales.

En consecuencia, los hallazgos y las interpretaciones del estudio se circunscriben a la experiencia de la participante y al contexto institucional en el que desarrolla su práctica. El análisis no pretende representar al conjunto del profesorado de matemáticas ni establecer conclusiones generalizables sobre las escuelas ubicadas en contextos de marginación educativa. Su alcance es comprensivo y situado, orientado a profundizar en los significados que la docente atribuye a su trayectoria, identidad y práctica profesional.

Proceso de análisis y construcción de categorías

En una primera fase, se efectuó una lectura reiterada de la transcripción con el propósito de lograr la familiarización con el discurso de la participante y reconocer unidades de significado vinculadas con su trayectoria profesional, la construcción de su identidad docente, sus decisiones pedagógicas y las condiciones de marginación educativa presentes en el contexto escolar. Posteriormente, las unidades identificadas fueron codificadas y agrupadas

de acuerdo con su relación semántica, su pertinencia respecto del objetivo de investigación, su recurrencia y su densidad interpretativa.

En una segunda fase, los códigos fueron contrastados con las categorías conceptuales del estudio: identidad docente, práctica docente y marginación educativa. Este contraste no consistió en imponer el marco conceptual sobre el discurso, sino en establecer un diálogo interpretativo entre los referentes teóricos y las particularidades de la experiencia narrada por la participante. Como resultado de este procedimiento, se construyeron cuatro categorías analíticas: formación y trayectoria profesional docente, identidad docente, práctica docente y marginación educativa en el aula y la escuela.

Las categorías de identidad docente, práctica docente y marginación educativa mantuvieron una relación directa con el marco conceptual, mientras que formación y trayectoria profesional docente se configuró como una categoría contextual construida durante el proceso abductivo de análisis. Su incorporación respondió a que las experiencias formativas, familiares y laborales relatadas por la participante resultaron necesarias para comprender el proceso mediante el cual resignificó su trayectoria y construyó su sentido de pertenencia hacia la profesión docente.

Para fortalecer la consistencia y trazabilidad del análisis, se conservaron la transcripción original, los códigos iniciales y la matriz de construcción categorial. Asimismo, se realizó un contraste reiterado entre los fragmentos de la entrevista, las categorías analíticas y los referentes conceptuales del estudio. Este procedimiento permitió revisar la congruencia entre las interpretaciones formuladas y el discurso de la participante, así como registrar las decisiones adoptadas durante el proceso analítico.

Resultados y discusión

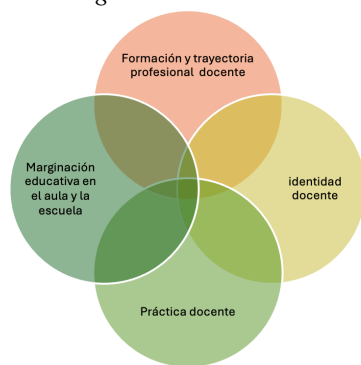
A partir del análisis temático de orientación abductiva de la entrevista semiestructurada se construyeron cuatro categorías analíticas que permiten comprender la experiencia profesional de la docente de matemáticas en un contexto de marginación educativa. Su construcción respondió a un proceso iterativo de diálogo entre las preguntas de investigación, el marco conceptual y las unidades de significado identificadas en la narrativa de la participante. Desde esta lógica abductiva, las categorías fueron refinadas progresivamente conforme avanzó la interpretación del caso, permitiendo comprender la relación entre trayectoria profesional, identidad docente, práctica pedagógica y marginación educativa.

Las categorías presentadas en la Figura 1 —formación y trayectoria profesional docente, identidad docente, práctica docente y marginación educativa en el aula y la escuela— no fueron definidas de manera arbitraria, sino construidas a partir de la recurrencia y densidad interpretativa de las

unidades de significado, así como de su articulación con las categorías conceptuales del estudio. En conjunto, permiten comprender, dentro del caso analizado, la relación entre la trayectoria profesional de la participante, la construcción de su identidad, sus decisiones pedagógicas y las condiciones institucionales que reconoce en su contexto escolar.

Figura 1

Categorías analíticas de la identidad y práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en contextos de marginación educativa



Nota. Las categorías analíticas fueron construidas mediante un análisis temático de orientación abductiva, a partir del diálogo iterativo entre las preguntas de investigación, el marco conceptual y las unidades de significado identificadas en la entrevista semiestructurada.

Aunque durante el análisis aparecieron otros elementos relevantes, como las experiencias personales, las relaciones familiares y el contexto sociocultural, estos se integraron transversalmente dentro de las categorías analíticas centrales debido a que funcionaban como factores explicativos de la identidad y práctica docente, más que como categorías autónomas. En consecuencia, la organización temática presentada responde tanto a los hallazgos empíricos como a la coherencia conceptual y metodológica del estudio.

Formación y trayectoria profesional docente

La docente participante cuenta con formación profesional en el área administrativa y estudios de posgrado vinculados con la docencia. Aunque su trayectoria inicial se desarrolló fuera del ámbito educativo, la experiencia profesional en la enseñanza permitió resignificar su identidad y construir un fuerte compromiso con la práctica pedagógica.

La trayectoria profesional de la docente evidencia un proceso de transición desde espacios laborales del sector privado hacia el ámbito educativo, situación que influyó significativamente en la resignificación de

su identidad profesional. Aunque su formación inicial no correspondía al campo pedagógico, la experiencia cotidiana en la enseñanza permitió construir un sentido de pertenencia hacia la profesión docente, sustentado en la responsabilidad pedagógica y en la valoración social de la educación. Este hallazgo coincide con Berbegal Vázquez et al. (2024), quienes señalan que la identidad docente se configura de manera dinámica a partir de experiencias biográficas y contextuales.

Al preguntarle si estaba convencida de ejercer la docencia, la participante respondió: “Es curioso que siempre me resistí a estudiar para maestra, a pesar de que mi mamá, quien desempeñó esta profesión durante toda su vida, me insistía en que yo sería una buena maestra; y bueno, aquí estoy: me encanta y amo la labor docente” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025). El testimonio de la docente evidencia cómo diversas experiencias personales, familiares y profesionales influyeron en la construcción progresiva de su identidad pedagógica. La experiencia profesional en la enseñanza permitió reconstruir progresivamente su identidad profesional y fortalecer su sentido de pertenencia hacia la docencia.

Identidad docente

La docente expresó que el reconocimiento de los avances de sus estudiantes constituye uno de los principales factores que fortalecen su permanencia en la profesión docente, al señalar que “cuando veo que mis alumnos logran comprender algo que antes consideraban imposible, siento que mi trabajo realmente vale la pena” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025).

La construcción de la identidad profesional del docente se encuentra influida por experiencias laborales, trayectorias personales y condiciones institucionales que impactan la manera en que el profesorado interpreta y desarrolla su práctica pedagógica (Beregal Vázquez et al., 2024).

En el caso analizado, la construcción identitaria de la docente se presenta como un proceso dinámico sustentado en valores éticos, compromiso social y responsabilidad educativa. Para la docente, ser profesora implica asumir una función formativa que trasciende la transmisión de contenidos, orientándose a la formación de sujetos críticos y reflexivos. Esta autopercepción se consolida a partir del reconocimiento de los avances del estudiantado y del sentido de trascendencia que otorga a su labor.

A pesar de que la docencia no formó parte de su proyecto profesional inicial, la experiencia cotidiana en el aula permitió resignificar su rol, transformando la profesión en un proyecto de vida. La docente expresa

satisfacción por los logros alcanzados por sus estudiantes, lo que reafirma su identidad profesional incluso en contextos adversos.

Asimismo, la docente adopta una postura crítica frente a los estigmas que rodean a la enseñanza de las matemáticas, concebidas como una disciplina inaccesible. Desde esta perspectiva, la narrativa de la participante permite interpretar un posicionamiento ético orientado a facilitar la comprensión de las matemáticas y a cuestionar la idea de que esta disciplina es inaccesible para determinados estudiantes.

La experiencia profesional de la docente permite interpretar que su identidad se construye mediante procesos continuos de reflexión y adaptación contextual. En este sentido, en el caso estudiado, la docente atribuye a la enseñanza de las matemáticas un sentido formativo que no se limita al aprendizaje disciplinar, sino que incorpora la construcción de vínculos pedagógicos con sus estudiantes.

Este hallazgo amplía la comprensión de la identidad docente al mostrar que, dentro del caso estudiado, el sentido profesional se fortalece mediante la construcción de vínculos pedagógicos significativos con el estudiantado.

Práctica docente

En el discurso de la docente se identificaron unidades de significado relacionadas con la planeación situada, el uso de estrategias contextualizadas y la búsqueda de alternativas para favorecer el aprendizaje matemático.

La práctica descrita por la participante se orienta hacia la consideración de los saberes previos, el diagnóstico y la selección de estrategias que buscan favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos. Al preguntarle cómo planifica sus clases de matemáticas y qué factores considera, la participante señaló: “En primer lugar considero los saberes previos, basándome en el diagnóstico, de ahí planteo el codiseño de los PDA (Proceso de Desarrollo de Aprendizaje), así como el orden en el que los voy a abordar, buscando materiales, videos o juegos que pueda usar para desarrollar mis sesiones” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025).

La descripción realizada por la participante sugiere una concepción socioconstructivista del aprendizaje, debido a la importancia que atribuye a los saberes previos, el diagnóstico y la interacción con materiales y actividades significativas. Este hallazgo permite advertir que, en el caso analizado, la práctica descrita por la participante no se limita a la aplicación técnica de contenidos curriculares, sino que incorpora procesos de adaptación pedagógica frente a las condiciones que reconoce en su contexto escolar. En concordancia con Ramos-Rodríguez et al. (2021), las decisiones didácticas del profesorado se encuentran condicionadas por factores

institucionales y contextuales que redefinen continuamente las formas de enseñar y aprender matemáticas.

La participante identificó el trabajo colaborativo, la revisión de dificultades y la mediación gradual como estrategias que considera eficaces para favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos. Estas estrategias pueden interpretarse como formas de mediación dialógica, debido a que promueven el intercambio entre estudiantes y la revisión colectiva de las dificultades de aprendizaje. El énfasis en el trabajo grupal y en la construcción compartida de los conocimientos guarda relación con la perspectiva educativa dialógica planteada por Freire (1997).

Entre los principales desafíos, la participante señaló las representaciones que presentan las matemáticas como una disciplina difícil o inaccesible para el estudiantado. La narrativa de la docente evidencia un proceso de transformación pedagógica orientado a cuestionar las representaciones tradicionales que conciben las matemáticas como una disciplina exclusiva o inaccesible.

En conjunto, el relato de la participante permite interpretar su práctica como un proceso de adaptación pedagógica y reflexión profesional frente a las condiciones materiales e institucionales que reconoce en su escuela. Las decisiones relacionadas con el diagnóstico, los saberes previos, los materiales y el trabajo colaborativo muestran las alternativas mediante las cuales busca favorecer la comprensión de las matemáticas dentro de su contexto específico.

Marginación educativa en el aula y la escuela

Ramlackhan et al. (2022) analizan cómo las experiencias de marginación vinculadas con factores sociales, culturales e institucionales participan en la construcción de la identidad profesional de los formadores docentes.

Al referirse a los principales retos enfrentados en su práctica, la participante señaló: “generar el interés de los alumnos, que hagan conciencia de su importancia y la falta de materiales” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025), revelando una lucha cotidiana contra el desinterés y la desmotivación del estudiantado. Desde una lectura freireana, esta dificultad puede comprenderse como un llamado a generar experiencias educativas que permitan al estudiantado reconocerse como participante activo en la construcción del conocimiento, en lugar de asumir el desinterés como una condición individual o permanente.

Además, la profesora de matemáticas manifiesta que las políticas educativas institucionales, en la mayoría de los casos, no acompañan el trabajo docente, indicando que “me gustaría mucho que gestionen equipos de cómputo, internet y calculadoras científicas... que nos faciliten y

permitan tener esas herramientas y beneficios para el aprendizaje de los alumnos” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025). La afirmación de la docente evidencia la existencia de una tensión entre los discursos institucionales orientados a la mejora educativa y las condiciones materiales reales en las que se desarrolla la enseñanza. En el caso estudiado, esta tensión puede interpretarse como una manifestación de marginación discursiva que limita las posibilidades pedagógicas que la propia docente reconoce en su contexto escolar.

Al preguntarle si en algún momento de su trayectoria había percibido riesgos para su integridad, la participante relató: “Sí. Hay situaciones de violencia con los alumnos que nuestras autoridades dejan pasar o no toman las medidas adecuadas para corregirlas... estamos siendo permisivos con los jóvenes para que falten al respeto a sus maestros” (D1, entrevista semiestructurada, 15 de agosto de 2025).

El testimonio expresa una percepción de desprotección institucional y debilitamiento del reconocimiento de la autoridad profesional docente. En la experiencia de la participante, la respuesta insuficiente de las autoridades ante determinadas situaciones escolares genera sentimientos de vulnerabilidad y desvalorización. Este hallazgo puede interpretarse como una manifestación simbólica de la marginación, siempre que se comprenda como una lectura situada del discurso de la participante y no como una caracterización general del sistema educativo.

Al afirmar que las condiciones materiales de la escuela influyen directamente en el aprendizaje, la docente evidencia que la marginación educativa constituye un fenómeno multidimensional, donde lo pedagógico, lo económico y lo institucional convergen. Su testimonio muestra que, pese a las carencias y a la percepción de desprotección institucional, la participante mantiene su compromiso con el aprendizaje de sus estudiantes y busca adaptar su práctica a las condiciones disponibles.

Finalmente, en el caso analizado, la marginación educativa se manifiesta no solo mediante carencias materiales, sino también a través de la percepción de desatención institucional, desvalorización profesional y limitaciones que afectan las decisiones pedagógicas de la participante.

La evidencia empírica permite comprender que la marginación educativa no solo restringe las condiciones materiales de enseñanza, sino que también redefine la manera en que la participante interpreta y resignifica su práctica profesional.

Conclusiones

El presente estudio permitió comprender cómo una docente de matemáticas de educación secundaria interpreta la relación entre determi-

nadas condiciones estructurales, discursivas y simbólicas de marginación educativa, la construcción de su identidad profesional y el desarrollo de su práctica pedagógica.

En el caso analizado, la identidad docente se configura como un proceso dinámico vinculado con la trayectoria personal y profesional de la participante, las experiencias construidas dentro del aula, el reconocimiento de los logros del estudiantado y las condiciones institucionales en las que desarrolla su trabajo. La transición desde una formación inicialmente ajena al ámbito educativo hacia el ejercicio de la docencia muestra un proceso de resignificación profesional mediante el cual la participante construyó un sentido de pertenencia hacia la enseñanza.

La experiencia de esta docente también permite identificar que su práctica pedagógica se encuentra mediada por la disponibilidad de recursos, las características del estudiantado y las condiciones organizativas de la escuela. Frente a estas circunstancias, la participante refiere que recurre a los saberes previos, el diagnóstico, el trabajo colaborativo, los materiales disponibles y distintas formas de contextualización para favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos. Estos hallazgos no permiten afirmar que tales prácticas caractericen al profesorado de matemáticas en general, pero sí muestran las formas particulares mediante las cuales la docente entrevistada responde a las necesidades que reconoce en su contexto.

Asimismo, el testimonio de la participante permite advertir la presencia de experiencias relacionadas con la escasez de materiales, la insuficiencia de recursos tecnológicos, la limitada respuesta institucional y la percepción de debilitamiento de la autoridad docente. Dentro del caso estudiado, estas condiciones son interpretadas como manifestaciones de marginación educativa que inciden tanto en las posibilidades pedagógicas como en la manera en que la docente comprende y valora su ejercicio profesional.

En el caso analizado, la inclusión, la participación y la transformación educativa aparecen como propósitos que la docente atribuye a su práctica, particularmente cuando busca contextualizar los contenidos, fortalecer los vínculos pedagógicos y favorecer la comprensión de las matemáticas. Estos resultados corresponden a la experiencia de la participante y no pretenden caracterizar las prácticas del profesorado de matemáticas en otros contextos.

Entre las principales limitaciones del estudio se encuentra el análisis de una sola participante, cuya experiencia no representa la diversidad de trayectorias, condiciones laborales y prácticas pedagógicas del profesorado de matemáticas. Además, la información procede exclusivamente de una entrevista semiestructurada, por lo que los hallazgos corresponden a la perspectiva y a la interpretación retrospectiva de la docente. El estudio no

incorporó observaciones de aula, documentos de planeación, producciones del estudiantado ni testimonios de otros integrantes de la comunidad escolar que permitieran contrastar las experiencias narradas.

A pesar de estas limitaciones, el caso aporta una comprensión situada sobre las relaciones que una docente establece entre trayectoria profesional, identidad, práctica pedagógica y condiciones de marginación educativa. Su valor no reside en la generalización de los resultados, sino en la profundidad interpretativa con la que permite visibilizar tensiones, significados y formas de adaptación profesional que pueden orientar nuevas preguntas de investigación.

Futuros estudios podrían ampliar el número de participantes, comparar experiencias entre docentes de matemáticas de distintas escuelas y contextos socioeducativos, e incorporar técnicas como la observación de aula, el análisis documental y las entrevistas a estudiantes, directivos y familias. Esto permitiría examinar si las relaciones identificadas en este caso se presentan de manera semejante o diferenciada en otros escenarios educativos.

Finalmente, a partir del caso estudiado, los hallazgos sugieren la pertinencia de continuar investigando las condiciones institucionales y materiales en las que se desarrolla la enseñanza de las matemáticas, así como las formas en que estas condiciones intervienen en la construcción de la identidad y la práctica profesional docente.

Referencias

- Abtahi, Y., & Planas, N. (2024). Mathematics teaching and teacher education against marginalisation, or towards equity, diversity and inclusion. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 307–318. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01602-x>
- Beijaard, D., Meijer, P. C., & Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 20(2), 107–128. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2003.07.001>
- Berbegal Vázquez, A., Daza Pérez, L., Carapeto Pacheco, L., & Rivas Flores, I. (2024). Becoming a secondary school teacher: Keys to a meaningful professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 148, Artículo 104697. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2024.104697>
- Bolívar, A. (2006). *La identidad profesional del profesorado de Secundaria: Crisis y reconstrucción*. Aljibe.
- Braun, V., & Clarke, V. (2021). One size fits all? What counts as quality practice in (reflexive) thematic analysis? *Qualitative Research in Psychology*, 18(3), 328–352. <https://doi.org/10.1080/14780887.2020.1769238>

- D'Ambrosio, U., & Rosa, M. (2017). Ethnomathematics and its pedagogical action in mathematics education. En M. Rosa, L. Shirley, M. E. Gavarrete, & W. V. Alangui (Eds.), *Ethnomathematics and its diverse approaches for mathematics education* (pp. 285–305). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-59220-6_12
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Comps.). (2012). *Manual de investigación cualitativa* (C. Pavón, Trad.; Vol. 1, El campo de la investigación cualitativa). Gedisa. (Trabajo original publicado en 2011).
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI.
- Freire, P. (1997). *Pedagogía de la esperanza*. Siglo XXI.
- Ramlackhan, K., Cranston-Gingras, A., Catania, N., Brobbey, G., & Rivera-Singletary, G. (2022). Re(framing) identity: Teacher educators' experiences with marginalization. *Higher Education Research & Development*, 41(3), 852–866. <https://doi.org/10.1080/07294360.2021.1877632>
- Ramos-Rodríguez, E., Vázquez, C., Valenzuela Molina, M., & Ruz, F. (2021). Beliefs of secondary school mathematics teachers about teaching practice and its relationship with the teaching of mathematics. *Mathematics*, 9(24), Artículo 3304. <https://doi.org/10.3390/math9243304>
- Sabariego Puig, M., & Bisquerra Alzina, R. (2009). Fundamentos metodológicos de la investigación educativa. En R. Bisquerra Alzina (Coord.), *Metodología de la investigación educativa* (2.ª ed., pp. 19–48). La Muralla.
- Timmermans, S., & Tavory, I. (2012). Theory construction in qualitative research: From grounded theory to abductive analysis. *Sociological Theory*, 30(3), 167–186. <https://doi.org/10.1177/0735275112457914>
- Valdenegro-Fuentes, L. (2023). Modelos de formación del profesorado e identidad docente: Una articulación necesaria. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 22(50), 215–234. <https://doi.org/10.21703/rexe.v22i50.2024>
- Van Manen, M. (2016). *Fenomenología de la práctica: Métodos de donación de sentido en la investigación y la escritura fenomenológica*. Universidad del Cauca. (Trabajo original publicado en 2014)



Formación de docentes en matemáticas

Competencias matemáticas del ciudadano y del profesor que educa ciudadanos: análisis de tareas en la formación inicial de maestros

Mathematical competencies of citizens and teachers who educate citizens: task analysis in initial teacher training



Elizabeth Torres  | etorresp@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

Lyda Constanza Mora Mendieta  | lmendieta@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia

Recepción: 22 de abril de 2026 | Aceptación: 31 de agosto de 2026

Resumen

El presente artículo analiza algunas tareas profesionales presentadas en tres espacios académicos llamados talleres de educación matemática como estrategia de formación inicial de profesores en la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). En dichas tareas analizamos dos competencias. La primera refiere a las matemáticas que son deseables en cualquier ciudadano: pensar matemáticamente; resolver problemas; razonar y argumentar matemáticamente; hacer modelos; comunicar; representar; simbolizar; y usar instrumentos. La segunda competencia plantea cuatro ejes competenciales para aprender a enseñar matemáticas en vínculo con la ciudadanía, que movilizan tres tipos de conocimiento del profesor de matemáticas (matemático, didáctico y actitud profesional). Estos ejes son: apropiación política, activa y crítica de los saberes; participación constructiva y responsable, y uso de herramientas sociales; apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático; y elementos de la práctica de la convivencia, democracia y responsabilidad. El análisis evidencia que la relación entre competencia matemática y competencia ciudadana se concreta de manera desigual en las tareas y que depende del tipo de conocimiento docente que estas demandan. Se concluye que los talleres ofrecen condiciones favorables para dicha articulación y se señalan los aspectos que requieren mayor desarrollo en la propuesta formativa.

Palabras clave

alfabetización matemática, ciudadanía, competencia matemática, educación primaria, formación inicial de profesores.



Autora de correspondencia | Elizabeth Torres

Abstract

This article analyzes several professional tasks presented in three academic spaces called mathematics education workshops, a strategy for initial teacher training in the Bachelor's Degree in Primary Education at the National Pedagogical University (Colombia). In these tasks, we analyze two competencies. The first refers to the mathematics desirable in any citizen: thinking mathematically; solving problems; reasoning and arguing mathematically; creating models; communicating; representing; symbolizing; and using instruments. The second competency outlines four competency axes for learning to teach mathematics in connection with citizenship, which mobilize three types of mathematics teacher knowledge (mathematical, didactic, and professional attitude). These axes are: political, active, and critical appropriation of knowledge; constructive and responsible participation and use of social tools; appropriation of a critical perspective through mathematics; and elements of the practice of coexistence, democracy, and responsibility. The analysis shows that the relationship between mathematical competence and civic competence is manifested unevenly in the tasks and depends on the type of teacher knowledge they demand. It is concluded that the workshops offer favorable conditions for this articulation and the aspects that require further development in the training proposal are pointed out.

Keywords

citizenship, mathematical competence, mathematical literacy, preservice teacher education, primary education.

Introducción

La relación entre educación matemática y ciudadanía es fundamental para el desarrollo integral, así como para la construcción de sociedades informadas y participativas. La educación matemática tiene un impacto directo en la capacidad de los ciudadanos para comprender, analizar y abordar cuestiones complejas en su entorno. Para obtener logros en este sentido se requiere superar prácticas centradas en la memorización de contenidos, teoremas o fórmulas, sin conexiones con la vida real o con otras ciencias.

En la formación de profesores en la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), esta relación adquiere especial relevancia, pues estos maestros están encargados de sentar las bases para el pensamiento crítico y la resolución de problemas en las primeras etapas de aprendizaje y de relacionar las matemáticas con otras áreas, sobre todo en contextos en los que los profesores de primaria enseñan todas las áreas. Más que instruir en conocimientos matemáticos, su labor incluye fomentar competencias como la argumentación, la toma de decisiones y la participación en la sociedad. Esto implica un enfoque

educativo que reconozca las matemáticas como una herramienta cultural y social que permita a los futuros ciudadanos interpretar y transformar su realidad.

El objetivo de este artículo es analizar algunas tareas profesionales, que hacen parte de los espacios de formación en matemáticas de futuros licenciados en básica primaria, desde la relación entre matemáticas y ciudadanía. El análisis se hace desde dos tipos de competencias: una que supone el desarrollo de competencias que todo ciudadano debería tener y que, por tanto, deberían desarrollar los futuros profesores (Alsina, 2010); y otra que supone aprender a enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía (Vanegas & Giménez, 2010). Se trata de un artículo derivado de una experiencia de formación docente, cuyo objeto es el análisis de las tareas y no el reporte de su implementación.

Contextualización teórica

Un ciudadano matemáticamente educado está mejor preparado para entender y contribuir a los debates sobre políticas públicas, economía y otros temas que afectan a la sociedad, así como para la toma de decisiones (Goñi, 2010). Las competencias matemáticas cobran sentido al enfrentar desafíos como los referidos a cuestiones financieras o a la comprensión de datos de salud, pues permiten cuestionar y evaluar las afirmaciones basadas en datos. Ahora bien, esta afirmación no es evidente por sí misma: sostener que las matemáticas contribuyen a la formación ciudadana exige precisar de qué competencias matemáticas y de qué ciudadanía se habla, y qué le corresponde hacer al profesor para articularlas. Esas tres precisiones organizan el presente apartado.

Las competencias matemáticas del ciudadano

La primera competencia que orienta el análisis es la que todo ciudadano debería desarrollar y que, por tanto, deben poseer los futuros profesores. Niss y Højgaard (2019) definen la competencia matemática como la capacidad fundamentada de actuar de manera pertinente ante situaciones que suponen un desafío matemático, y la organizan en un conjunto de competencias diferenciadas. Alsina (2010) retoma esta perspectiva y propone ocho competencias para la ciudadanía: pensar matemáticamente, resolver problemas, razonar y argumentar matemáticamente, hacer modelos, comunicar, representar, simbolizar y usar instrumentos. Su interés no reside en el dominio técnico de cada una, sino en que constituyen formas de actuación exigidas por la vida en común, por ejemplo, interpretar una gráfica económica, valorar un riesgo, sostener un argumento con datos o reconocer los límites de un modelo.

Conviene advertir, con Jablonka (2003), que no existe una única alfabetización matemática, pues cada formulación responde a intereses distintos y supone una determinada imagen del ciudadano deseable. El enfoque funcional que orienta las evaluaciones internacionales (OECD, 2023) enfatiza el uso eficaz de las matemáticas en contextos personales y laborales; el enfoque crítico, desarrollado por la educación matemática crítica (Frankenstein, 1983; Mancera-Ortiz et al., 2015; Skovsmose, 1994/1999, 2022, 2023; Valero et al., 2015), incorpora además la capacidad de examinar cómo las matemáticas configuran las decisiones que afectan la vida colectiva. En este artículo se asumen las ocho competencias de Alsina (2010) en esta segunda acepción, esto es, como herramientas para leer el mundo y no solo para desenvolverse en él (Gutstein, 2006).

La ciudadanía a la que se aspira

Hablar de ciudadanía en educación matemática exige, igualmente, precisar de qué ciudadanía se habla. Westheimer y Kahne (2004) distinguen tres modelos que subyacen a los programas de formación ciudadana: el ciudadano personalmente responsable, el ciudadano participativo y el ciudadano orientado a la justicia; únicamente el último supone analizar las causas estructurales de los problemas sociales y no solo responder ante ellos. Biesta (2011) advierte, además, que la ciudadanía no se aprende solo como contenido escolar, sino que se constituye en la participación efectiva en prácticas democráticas. De ahí que una tarea que se limita a pedir cálculos sobre datos sociales pueda formar un ciudadano informado, pero no necesariamente crítico; por lo tanto, la diferencia no está en el contexto de la tarea, sino en lo que se demanda hacer con él.

Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía

La segunda competencia que orienta el análisis es de naturaleza profesional, pues no basta con que el futuro profesor sea un ciudadano matemáticamente competente, debe además aprender a enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía. Vanegas y Giménez (2010) traducen esta exigencia en cuatro ejes: apropiación política, activa y crítica de los saberes; participación constructiva y responsable, y uso de herramientas sociales; apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático; y elementos de la práctica de la convivencia, democracia y responsabilidad, y en un conjunto de categorías que permiten identificar, en cada tarea, qué conocimiento matemático, qué conocimiento didáctico y qué actitud profesional se ponen en juego.

Este esquema resulta especialmente útil para el propósito del artículo porque ofrece descriptores observables y no solo declaraciones de intención,

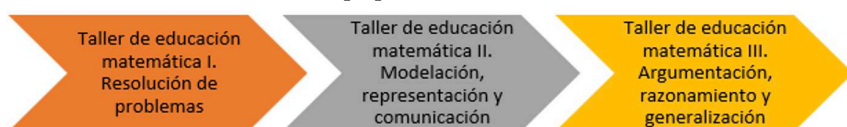
pues obliga a preguntar no si una tarea favorece la ciudadanía, sino qué le exige concretamente al maestro en formación. La articulación de ambas competencias, la del ciudadano y la del profesor que educa ciudadanos, es la que se examina en las tareas analizadas más adelante.

Contexto de la estrategia de formación inicial

Los talleres de educación matemática fueron contruidos priorizando los procesos más que los contenidos, como se muestra en la Figura 1:

Figura 1

Denominaciones de los talleres de matemáticas de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la UPN. Construcción propia



Se acogió la denominación de taller porque en estos espacios se pretende que los estudiantes progresen en competencias relacionadas con ciertos procesos, algunos objetos de las matemáticas escolares, su didáctica y las prácticas de enseñanza.

Para su diseño se consideraron los procesos generales de la actividad matemática como organizador curricular transversal. Dichos procesos se entienden, de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (1998, 2006), como aquellos que están presentes en la actividad matemática de quien aprende y guardan relación con lo que significa ser matemáticamente competente. Para el Ministerio de Educación Nacional (2006), una persona matemáticamente competente es capaz de formular y resolver problemas derivados de situaciones de la vida cotidiana, de otras áreas del conocimiento y de la propia matemática, lo cual implica analizar contextos, identificar información relevante, establecer relaciones, construir modelos y representarlos mediante distintos registros. Esta caracterización converge con las ocho competencias presentadas en el apartado anterior (Alsina, 2010), de modo que la estructura curricular de los talleres y el primero de los dos referentes de análisis comparten un mismo punto de partida.

De otro lado, reconocemos que la formación de maestros en todos los niveles requiere de tareas en las que los futuros profesores logren experimentar su actividad profesional, por lo que los formadores de profesores tienen el deber de diseñar tales tareas profesionales, entendidas como situaciones propuestas a profesores en formación o en ejercicio buscando desarrollar la competencia denominada mirar profesionalmente

(*professional noticing*) mediante el uso de representaciones de la práctica profesional, como análisis de material de enseñanza, análisis de respuestas de estudiantes, diseño de una situación de aula, planificación de una clase, entre otras. Estas tareas, vinculadas a problemas reales, integran distintos dominios del conocimiento docente y articulan la teoría con la práctica en la interpretación y toma de decisiones (Mora-Mendieta et al., 2026).

Las tareas propuestas en el marco de los talleres pretenden, fundamentalmente, formar a los futuros profesores en las competencias matemáticas deseables para cualquier ciudadano y en las competencias para enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía, de modo que puedan, a su vez, promoverlas en sus futuros estudiantes. Se asume, con Torres-Puentes et al. (2026), que esta relación es social, política, ética y transformadora, pues no se limita a enseñar matemáticas para resolver problemas cotidianos, sino que aspira a que los sujetos las utilicen para comprender, cuestionar y transformar realidades sociales. De ahí que los problemas abordados en las tareas no se elijan por su cercanía a la vida cotidiana, sino por su incidencia en la vida colectiva.

Los talleres son asignaturas obligatorias de 6 horas semanales, ubicadas en los semestres III, IV y V del plan de estudios, que los estudiantes cursan de manera consecutiva. Las tareas que se analizan a continuación corresponden a la propuesta curricular desarrollada entre 2022 y 2025, en la que participaron aproximadamente 300 maestros en formación, en modalidad a distancia. Los ejemplos de tareas que se presentan fueron seleccionados por ilustrar las dos competencias a las que ya nos hemos referido. El análisis recae sobre las tareas mismas, esto es, sobre lo que demandan al maestro en formación en términos de conocimiento matemático, conocimiento didáctico y actitud profesional; para dos de ellas se dispone, además, de registros de la implementación que se emplean para precisar los límites del análisis.

Análisis de la estrategia de formación inicial

A continuación, mostramos las tareas que sirven como estrategia de formación para desarrollar las dos competencias a las que ya hemos aludido. Iniciaremos por las competencias matemáticas propuestas por Alsina (2010) y luego abordaremos las competencias para enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía propuestas por Vanegas y Giménez (2010).

Competencias matemáticas para un ciudadano

El análisis de cada competencia se organiza en tres momentos: la caracterización que propone Alsina (2010); la tarea profesional que la moviliza en los talleres; y la exigencia concreta que esa tarea plantea al

maestro en formación. Este último es el que interesa particularmente, pues permite distinguir si la competencia se pone en juego en su acepción funcional, es decir, en el uso eficaz de las matemáticas en contextos personales y laborales (OECD, 2023), o en la acepción crítica que este artículo asume, esto es, como herramienta para examinar cómo las matemáticas configuran las decisiones que afectan la vida colectiva (Gutstein, 2006; Skovsmose, 1994/1999). Como se verá, las ocho competencias no se movilizan de la misma manera ni con la misma intensidad en este segundo sentido.

Primera competencia: pensar matemáticamente

Alsina (2010) plantea que esta competencia se relaciona con la capacidad de emplear el pensamiento lógico y cuantitativo en diferentes situaciones de la vida. Para ello, resulta fundamental desarrollar habilidades que permitan comprender y abstraer conceptos, establecer relaciones entre ellos, formular generalizaciones, realizar procesos intuitivos y asumir una postura crítica frente a los conocimientos matemáticos.

Se propone a los futuros maestros realizar generalizaciones con materiales didácticos (Figura 2), lo que implica relacionar conceptos, explicar y justificar sus procesos y avanzar hacia la abstracción. La tarea se resuelve de manera colectiva, de modo que los participantes confrontan sus respuestas con las de otros y deben conciliar alternativas conjuntas de solución.

Figura 2

Generalización con materiales didácticos. Archivo personal de las autoras



La exigencia que plantea esta tarea es doble. En el plano matemático demanda un tránsito de lo particular a lo general que no se agota en identificar un patrón, pues obliga a formular la regla y a justificar por qué opera. En el plano de la formación ciudadana, sin embargo, la exigencia es indirecta, pues no proviene del contenido de la tarea sino de su forma de trabajo. Al requerir que la generalización se acuerde colectivamente, la tarea convierte la justificación matemática en un asunto público que debe sostenerse ante otros, lo que corresponde a lo que Biesta (2011) describe como constitución de la ciudadanía en la participación efectiva y no como contenido escolar. Conviene reconocer el límite, dado que el objeto sobre el

que se generaliza es intramatemático y la tarea no demanda interrogar ningún uso social de las matemáticas. Se trata, por tanto, de una competencia evidenciada sobre todo en su registro funcional, con una apertura hacia lo ciudadano que depende del modo de trabajo y no del diseño de la tarea.

Segunda competencia: razonar y argumentar matemáticamente

Alsina (2010) plantea que esta competencia implica desarrollar un razonamiento matemático propio, en el que la persona no se limita a repetir conocimientos aprendidos, sino que comprende y fundamenta los conceptos mediante procesos de demostración y argumentación. Asimismo, supone trasladar el rigor y la capacidad crítica propios de las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana. Desde esta perspectiva, razonar matemáticamente implica un proceso activo y creativo que permite construir, analizar y justificar las propias ideas, lo que conecta con lo planteado por Torres-Puentes et al. (2026), en relación con la creatividad como elemento constitutivo entre educación matemática y ciudadanía.

Muestra del fomento de esta competencia es la tarea de la Figura 3, en la que los futuros profesores deben imaginar alternativas y construir nuevas formas de interpretar y transformar situaciones relacionadas con la realidad del aula de matemáticas.

Figura 3

Tarea para fomentar el razonamiento. Archivo personal de las autoras

Divisores de 18:

1
2
3
6
9
18

Contraejemplo:

$18 = 9 \times 2$, 9 es divisor de 18 y de 9, pero
NO es divisor de 2

3. Diego, un estudiante suyo de 5° de primaria, le dice que ha estado jugando con los divisores de los números y que ha descubierto algo: "si un número es divisor de otro, y este último se descompone en factores, el primero también es divisor de cada uno de los factores" y da un ejemplo:

"Como 3 es divisor de 18 y $18 = 6 \times 3$, entonces 3 es divisor de 6 y 3 es divisor de 3".

Ud. qué le dice a Diego:

- A. Que tiene la razón, le felicita por tan buen descubrimiento y le plantea otro ejemplo.
- B. Que no es cierto y le da un contraejemplo.
- C. Que debe aprenderse las tablas de multiplicar y hacer la criba de Eratóstenes.
- D. Que debe hacer un listado de los divisores y múltiplos de 18

4. Si la respuesta a la anterior pregunta es A, escriba en su cuaderno el otro ejemplo que le daría a Diego, tome una foto (nítida y en posición adecuada para revisión) de este y adjunte el archivo correspondiente.

Si la respuesta a la anterior pregunta es B, escriba en su cuaderno el contraejemplo que le daría a Diego, tome una foto (nítida y en posición adecuada para revisión) de este y adjunte el archivo correspondiente.

Si la respuesta es la C o D, escriba en su cuaderno la justificación correspondiente, tome una foto (nítida y en posición adecuada para revisión) de esta y adjúntela.

Esta tarea implica deliberación democrática, en tanto se requiere sostener una posición con razones ante quienes piensan distinto. La tarea exige que el maestro en formación no acepte ni rechace una afirmación por autoridad, sino que construya y examine los argumentos que la sostienen, procedimiento que traslada al aula lo que Westheimer y Kahne (2004)

atribuyen al ciudadano orientado a la justicia. No obstante, el contexto en el que se sitúa la argumentación es profesional, por lo que se relaciona con aprender a enseñar matemáticas en vínculo con la ciudadanía. La tarea fortalece con claridad la disposición argumentativa, pero deja al formador la responsabilidad de extender esa disposición a los asuntos de la vida colectiva, un tránsito que no está explícito en el diseño ni en su gestión.

Tercera competencia: resolver problemas

Resolver problemas no está relacionado con técnicas, por eso se distingue entre resolver problemas y resolver un ejercicio; un problema es una situación de la que no tenemos un método a seguir para resolverlo, ¡si lo tuviésemos, no sería un problema! “Resolver problemas es una actividad implícita o explícita en nuestra vida social” (Pollak, 1997, como se citó en Alsina, 2010, p. 96), por lo que desarrollar esta competencia en las matemáticas resulta ejemplificador para contar con insumos que aporten a resolver los problemas de la vida real.

Los estudiantes para profesor se ven confrontados sobre lo que consideran un problema y la forma de abordarlo, de tal manera que desaprenden la idea de que un problema es un enunciado o un ejercicio. Una tarea propuesta consiste en resolver el siguiente problema: “Leonardo tiene 9 plumones. Su amiga Mariana le regala algunos. Ahora tiene 17. ¿Cuántos plumones le regaló Mariana a Leonardo?” Para los futuros maestros este no era un problema, pero, si lo pensaban como una tarea para plantear a niños de primero de primaria, sí podría serlo. Los futuros maestros, para resolver el problema, se colocaron en el papel de sus futuros estudiantes y usaron un material didáctico, como se ve en la Figura 4.

Figura 4

Uso de material didáctico en la resolución de problemas. Archivo personal de las autoras



La exigencia de esta tarea no es resolver, sino decidir qué cuenta como problema y para quién. Ese desplazamiento tiene un alcance mayor del que

aparenta, pues obliga al maestro en formación a reconocer que la condición de problema no es una propiedad del enunciado sino una relación entre la situación y el sujeto que la enfrenta. Con ello se hace evidente lo que Jablonka (2003) señala respecto de la alfabetización matemática, esto es, que toda formulación supone una determinada imagen del sujeto al que se dirige. La tarea instala así una sospecha productiva sobre la neutralidad de lo que la escuela propone como problema, aunque la mantenga en el terreno didáctico y no la extienda todavía a los problemas que la sociedad reconoce o desconoce como tales.

Cuarta competencia: saber hacer modelos

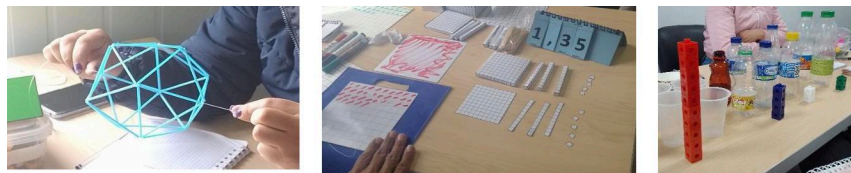
Esta competencia implica la capacidad de matematizar, de “ir del mundo real al modelo y del modelo hacia atrás, hacia el mundo real, en un fino juego para lograr mejores modelos, obteniendo e interpretando los resultados” (Alsina, 2010, p. 96). En física o economía, los modelos matemáticos permiten representar fenómenos y resolver problemas reales. Por ello, es fundamental que, desde edades tempranas, los estudiantes experimenten la modelación y otorguen sentido a las matemáticas.

Sobre todo, hay que buscar que los futuros maestros de matemáticas reconozcan la modelización como una competencia esencial en la escuela, especialmente porque su relación con la matematización no es potenciada en el aula de los primeros grados de primaria, no se aborda en el “paso que se da entre las estructuras que nacen a partir de las situaciones matematizables y la creación de modelos que reúnan tales estructuras” (Martínez et al., 2015, p. 12). Así, en el marco de los talleres es indispensable que los maestros en formación vivan la modelización, para que a su vez propendan a su desarrollo en sus futuros estudiantes.

Una tarea que desarrolla esta competencia es la utilización de diferentes modelos, de tipo geométrico, aritmético o estocástico, como se observa en la Figura 5.

Figura 5

Trabajo con modelos. Archivo personal de las autoras



De las ocho competencias, esta es la que mayor potencial crítico ofrece en la experiencia del desarrollo de los talleres y, a la vez, aquella en la que

ese potencial permanece menos explotado. Un modelo es una decisión sobre qué aspectos de la realidad se conservan y cuáles se descartan, y esa decisión es precisamente lo que Gutstein (2006) denomina leer el mundo con matemáticas. La tarea descrita ejercita el tránsito entre situación y modelo con solvencia técnica, pero no demanda al maestro en formación preguntarse qué queda fuera del modelo ni a quién favorece lo que el modelo omite. Incorporar esa pregunta convertiría una tarea de matematización en una tarea de lectura crítica sin alterar su contenido matemático. Este es uno de los aspectos que la propuesta formativa requiere desarrollar.

Quinta competencia: comunicación

Se debe entender que “la comunicación es una necesidad de los seres humanos para cualquier actividad que desempeñemos, es un proceso que ayuda a dar significado a las ideas, a su permanencia y a que sean públicas, incluye: hablar, escribir, leer y escuchar” (Mora, 2021, p. 1). El Ministerio de Educación Nacional (1998) recurre a Romberg para destacar que la comunicación resulta crucial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas por tres razones: el argumento lógico es el sustento del discurso matemático; mediante la comunicación los conocimientos personales se sistematizan y se aceptan como conocimiento nuevo; y el desarrollo del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño y su tránsito hacia una conciencia pública (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 95).

La actividad matemática ofrece un escenario propicio para el desarrollo de esta competencia, al tener que expresar conjeturas, explicar conceptos, procedimientos o justificar proposiciones. En la formación docente, esta competencia es esencial, pues en la relación entre educación matemática y ciudadanía posibilita el diálogo, la argumentación y la comprensión de problemas colectivos. Además, la comunicación no se limita a lo verbal (oral o escrita), aunque es la que más se promueve, también se hace de manera gráfica o simbólica, como se observa en la tarea y la respuesta en la Figura 6.

Comunicar matemáticamente no consiste solo en expresar con claridad, sino en hacer que un razonamiento propio quede disponible para el escrutinio de otros, condición sin la cual no hay deliberación posible sobre asuntos que involucren datos. La tarea de la Figura 6 exige al maestro en formación diversificar los registros de expresión, lo que fortalece la dimensión expresiva de la competencia. La dimensión deliberativa (comunicar para decidir con otros) se encuentra supuesta en el trabajo colectivo de los talleres, pero no aparece como demanda explícita de la tarea.

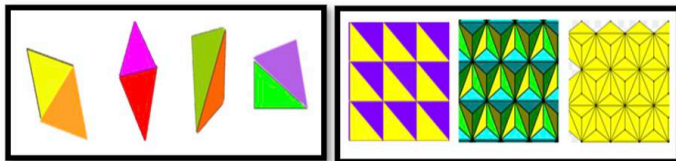
Figura 6

*Instrucción de una tarea y su respuesta, para potenciar la comunicación matemática.
Construcción propia*

1. Presente, en detalle, su razonamiento para convencerse (o convencer a otros) de que “Todo triángulo tesela”.

Los triángulos teselan porque:

- Teniendo en cuenta que los triángulos son polígonos simples que están conformados por tres vértices y tres lados, esto facilita su ubicación en el espacio seleccionado.
- La suma de los ángulos internos es de 180° y esto permite que se pueden hacer teselaciones fácilmente.
- Al unir dos triángulos se forma un cuadrilátero y los cuadriláteros siempre teselan cumpliendo de esta manera el teorema de los 360° afirmado por Segovia y Rico, 2011 (p.319) «Como la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es 360° , si se disponen de tal modo que en torno a cada vértice se sitúe cada uno de los cuatro ángulos del cuadrilátero, se cumplirá la condición requerida para teselar, es decir, que los ángulos alrededor de cada vértice suman 360° ” esto permite que no queden huecos dentro de la tesela, condición básica para que se formen teselados.

**Sexta competencia: representación**

Esta competencia “se trata de entender y/o usar numerosos materiales o recursos, representando tanto objetos como situaciones, pasando de un recurso a otro, codificando y decodificando, sabiendo usar varias alternativas de presentación, etc.” (Alsina, 2010, p. 97); en el ámbito numérico, es fundamental que los futuros docentes reconozcan al menos cuatro formas de representación: enactiva, gráfica, verbal y simbólica, y que promuevan su uso en el diseño de actividades. Creemos que “el profesor de matemáticas debe animar a sus estudiantes a que representen sus ideas matemáticas de tal manera que cobren sentido para ellos, y puedan expresar a los demás la forma cómo están pensando, aunque esas maneras no sean muy elaboradas” (Torres, 2021, p. 2).

Esta competencia permite que los ciudadanos entiendan todo tipo de representaciones, “desde tablas a ficheros, de códigos a gráficas económicas, de mapas de meteorología a libros web” (Alsina, 2010, p. 98); su inclusión es fundamental en la formación de profesores de matemáticas. El Taller II, en particular, se centra en ella y en su programa analítico se destaca que la modelación, la representación y la comunicación se implican mutuamente, pues no hay comunicación sin representación y toda modelización requiere representar (Universidad Pedagógica Nacional, 2022, p. 2).

En la Figura 7 se muestran distintas representaciones enactivas para números naturales, propuestas por los maestros en formación.

Figura 7

Distintas representaciones de números naturales con representaciones enactivas. Archivo personal de las autoras



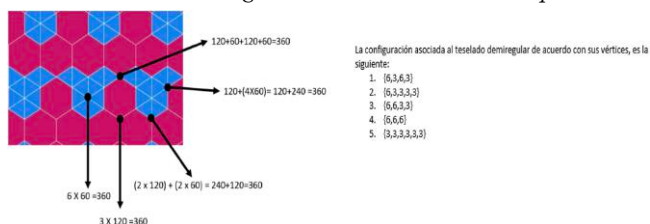
La exigencia de esta tarea tiene una consecuencia de equidad que conviene explicitar. Solicitar al futuro profesor que produzca y valore representaciones diversas de un mismo objeto no es solo una demanda técnica de versatilidad, pues supone aceptar que las formas de acceso al conocimiento matemático son plurales y que restringir los registros disponibles excluye a quienes no operan en el registro privilegiado. Reconocer como legítima una representación poco elaborada, según la formulación citada de Torres (2021), implica una decisión sobre quién tiene derecho a participar en la clase de matemáticas. En esa medida, la representación es la competencia en la que la articulación entre lo matemático y lo ciudadano opera de manera más directa en clave didáctica, aunque el vínculo permanezca implícito en la formulación actual de la tarea.

Séptima competencia: usar símbolos

Esta competencia es muy propia de las matemáticas, pero también de la vida cotidiana, “los símbolos forman parte del lenguaje actual y su buen uso debería facilitar la resolución de problemas elementales, por encima de todo, evitar las confusiones que se dan con estos” (Paulos, 1998, como se citó en Alsina, 2010, p. 98). El uso de símbolos está directamente relacionado con la representación; los símbolos hacen parte de las representaciones externas de los objetos matemáticos. Un ejemplo del uso de símbolos se ve en la tarea de la Figura 8, en la que unas futuras maestras construyeron un teselado demirregular en Polypad y lo describieron utilizando diferentes reglas sintácticas y símbolos propios de los teselados:

Figura 8

Descripción de un teselado demirregular usando símbolos. Archivo personal de las autoras



La tarea exige precisión en el uso de un código y consistencia entre la construcción y su descripción, lo que corresponde con nitidez al registro funcional de la competencia. El dominio de los códigos simbólicos distribuye de manera desigual la posibilidad de intervenir en discusiones públicas formuladas en términos técnicos, de modo que quien no accede al símbolo queda excluido del debate. Una tarea que abordara esta cuestión, por ejemplo, examinando cómo un mismo dato resulta comprensible o inaccesible según el registro simbólico en que se presente, vincularía esta competencia con el propósito formativo de los talleres.

Octava competencia: uso adecuado de instrumental

Alsina (2010) afirma que “esta es la competencia para saber usar bien, con sus límites y virtudes, toda clase de materiales, programas informáticos, aparatos de comunicación o reproducción” (p. 99). Esta es la competencia que nos permite usar instrumentos variados para comprender, comprobar o cuestionar los procesos y resultados al resolver un problema. Durante los tres talleres realizados se promueve el uso de materiales para la enseñanza de las matemáticas en básica primaria, diferenciando entre recurso, material didáctico y juego (Torres & Casallas, 2021).

El uso adecuado del instrumental permite desarrollar dos principios señalados por Martínez (2010, pp. 33–34), el de experiencia, según el cual la escuela debe ofrecer experiencias ricas que permitan construir el saber matemático sobre lo ya conocido, y el de transparencia, que exige no ocultar los pasos con los que se construyen los contenidos y elegir materiales que reflejen con fidelidad la realidad que toman como referencia. Estos dos principios deben ser vivenciados por los futuros profesores con el fin de que lleguen a la escuela a partir de sus propias experiencias que, además, contribuyen al desarrollo de sus conocimientos de contenido matemático y didáctico. Vale reconocer que esta competencia ha sido una de las que ha direccionado con mayor fuerza el diseño y puesta en práctica de los talleres, como se ha podido ver a lo largo del presente artículo.

El análisis de tareas como estrategia de formación de profesores de matemáticas, a la luz de las ocho competencias, permite proponer al menos tres tipos de tareas. Un primer tipo agrupa las competencias pensar matemáticamente, hacer modelos, comunicar y usar símbolos, pues las tareas movilizan la competencia principalmente en su registro funcional, y su potencial ciudadano permanece disponible pero no demandado. Un segundo tipo de tarea agrupa las competencias de razonar y argumentar, resolver problemas y representar, pues la exigencia instala disposiciones propias de la deliberación y del reconocimiento de la pluralidad, aunque situadas en el terreno didáctico más que en el social. Un tercer tipo

corresponde al uso de material, pues solo en él, a través del principio de transparencia, el diseño asume de manera explícita la acepción crítica de la alfabetización matemática.

Competencias para aprender a enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía

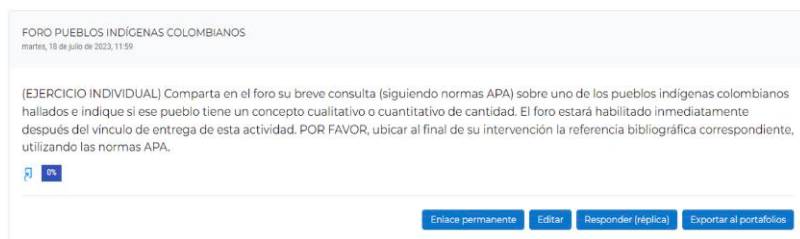
Analizamos ahora las tareas que tienen como centro aprender a enseñar matemáticas en vínculo con la ciudadanía, de acuerdo con los ejes planteados por Vanegas y Giménez (2010) y sus categorías. El criterio de análisis se relaciona con qué conocimiento matemático, qué conocimiento didáctico y qué actitud profesional exige del maestro en formación. Para dos de las tareas se dispone, además, de registros de la implementación en los talleres, que se incorporan cuando permiten precisar los límites del análisis.

Eje 1. Apropiación política, activa y crítica de los saberes

En los talleres consideramos dos categorías propuestas por Vanegas y Giménez (2010): problematización humanizada, y amistad y reconocimiento de pueblos y culturas. En relación con la segunda categoría, se les ha propuesto a los maestros en formación consultar las matemáticas usadas por los pueblos indígenas colombianos e indicar si manejan un concepto cualitativo y cuantitativo de cantidad (Figura 9).

Figura 9

Foro pueblos indígenas colombianos. Tomado del Moodle del Taller de Educación matemática I. Resolución de problemas. Unidad 2. Tema 2



El conocimiento matemático implícito en esta tarea requiere conocer que existen otras matemáticas, creadas por otras culturas, que pueden ser vivenciadas por los niños, no solo en contextos rurales, sino también urbanos. Los conocimientos didácticos de esta tarea se relacionan con “organizar herramientas que permitan discutir sobre experiencias multiculturales. Detectar concepciones alternativas y representaciones sociales de origen cultural” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 156); además, la actitud profesional apuesta a “reconocer elementos de identidad y diferencia cultural” (p. 157).

Esta tarea integra competencias como resolución de problemas, modelación y representación, lo que fomenta el reconocimiento de la diversidad de culturas. Implica pensar matemáticamente, anticipar respuestas de los estudiantes según sus estructuras, conocer símbolos indígenas para números y operaciones, y relacionarlos con referentes cercanos.

El conocimiento matemático y el conocimiento didáctico en la tarea son explícitos cuando se demanda consultar, comparar sistemas de numeración y anticipar cómo un niño podría operar con ellos. La actitud profesional, en cambio, queda invisibilizada, pues la consulta puede completarse satisfactoriamente sin que el maestro en formación modifique su posición respecto de qué cuenta como conocimiento matemático legítimo. El registro de la implementación permitió reconocer que, de los 35 aportes recibidos en el foro en el primer semestre del año 2025, 12 se limitaron a describir sistemas de numeración de pueblos como los muiscas o los nasa, mientras que 18 establecieron comparaciones explícitas con el sistema decimal e interrogaron por qué unas matemáticas se consideran escolares y otras no. Los cinco aportes restantes estaban incompletos o no se ocupaban del tema propuesto. La diferencia entre unos y otros no está en el dominio del contenido, sino en si el estudiante asumió o no una postura sobre la jerarquía cultural que el contenido revela. Que un tercio de los aportes permaneciera en la descripción indica que el tránsito hacia la apropiación crítica no está inscrito en la formulación de la tarea y depende de la discusión posterior orientada por el formador de formadores.

Eje 2. Participación constructiva y responsable, y uso de herramientas sociales

En los talleres apropiamos dos categorías de este eje: coherencia y compromiso, y colexión. Para la primera categoría, se propone analizar casos de clase en los que los niños han propuesto distintas formas para resolver un problema multiplicativo. Esta tarea implica “reconocer sistemáticamente estrategias” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 157).

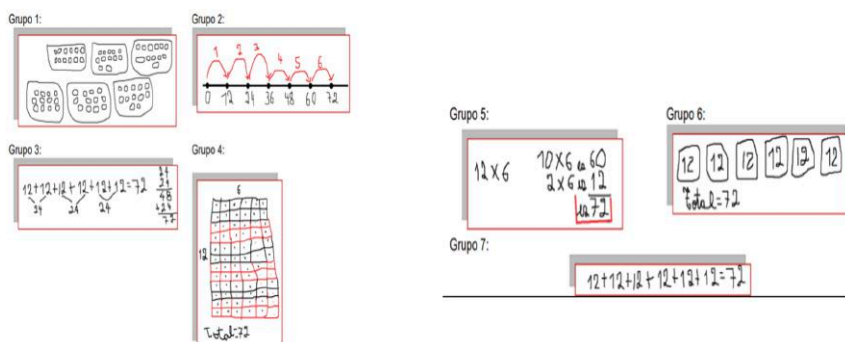
El problema planteado fue: “En una cubeta de huevos hay 12 huevos, Doña Matilde compró 6 cubetas. ¿Cuántos huevos en total compró Doña Matilde?”. Las distintas formas de solución se pueden ver en la Figura 10.

Para interpretar las respuestas dadas, los futuros maestros deben utilizar los referentes teóricos que han construido, tanto de tipo matemático como didáctico, desarrollando así la competencia mirar profesionalmente. Finalmente, la actitud profesional para esta categoría implica “reconocer valor para encontrar soluciones pertinentes a problemáticas” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 157), lo que se observa a la hora de identificar distintos

tipos de representaciones en las respuestas dadas por los estudiantes del caso. En la tarea, además, se puede ver el desarrollo de las competencias de modelación y representación por parte del profesor en formación, y a su vez la anticipación que podría hacer de estos procesos en los niños en su futura práctica profesional. La tarea demanda del maestro en formación competencias comunicativas para la explicación de los modelos utilizados por los estudiantes, así como competencias de razonamiento y argumentación relacionando los conocimientos de contenido matemático (respecto a los significados de la operación multiplicación) y de contenido didáctico.

Figura 10

Estrategias utilizadas por niños para resolver un problema de estructura multiplicativa. Tomado de Taller de Educación matemática II. Modelación, representación y comunicación



Aquí el conocimiento matemático y el didáctico están explícitos, pues interpretar una estrategia infantil exige ambos simultáneamente y no admite ser resuelto con uno solo. La actitud profesional, sin embargo, opera en un registro más exigente de lo que la formulación sugiere, pues reconocer valor en la estrategia de un niño no consiste en aceptarla como válida, sino en admitir que constituye una forma legítima de razonar, aunque no coincida con la propia. Los registros de la implementación permiten dimensionar esa distancia, pues de 45 producciones revisadas en el segundo semestre de 2024, 30 maestros en formación identificaron correctamente los distintos significados de la multiplicación puestos en juego, pero solo 15 avanzaron hacia una valoración de las estrategias infantiles en esos términos.

Eje 3. Apropiación de una perspectiva crítica a través de lo matemático

En relación con este eje, en los talleres abordamos tareas que le apuestan al desarrollo de las categorías: *reconocimiento del valor de las matemáticas como*

promoción de pensamiento crítico; uso de las matemáticas para analizar aspectos críticos de la sociedad (lo global o el entorno próximo del alumnado); valoración de la educación matemática para ser ciudadanos informados. Como ejemplo de las dos primeras categorías, se propuso hacer el abordaje del reclutamiento forzado en contextos rurales, que permite comprender fenómenos sociales mediante herramientas matemáticas (Figura 11).

Figura 11

Ejemplo de tarea sobre las medidas de tendencia central en las cifras de reclutamiento de menores. Tomado del Taller de Educación matemática III. Argumentación, razonamiento y generalización

Jacobo es un estudiante de grado quinto de la escuela rural 'Los soles'. El lunes de esta semana ha llegado muy inquieto a preguntarle a su profesora, qué significa la palabra promedio, pues escuchó el fin de semana en una reunión que se hizo en el pueblo, para prevenir el reclutamiento forzado de niños y niñas a los grupos armados, que la edad promedio de vinculación son los 13 años, y presentaron la siguiente imagen:



Tomado de: <https://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-16698908>

Jacobo estaba muy seguro que él no estaba en esas cifras, pues recién había cumplido los 14 años.

Piense por un momento, sobre sus razonamientos frente a la imagen ¿Qué significa que la edad promedio de reclutamiento forzoso sea los 13 años?

Esta tarea implica “interpretar y reconocer modelización y aplicaciones de las matemáticas. Valorizar sistemas simbólicos. Analizar y sistematizar informaciones” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 158). Así, se insta a los maestros en formación a comprender un fenómeno político y social a partir de conceptos matemáticos.

Los conocimientos didácticos relacionados con esta categoría tienen que ver con “desarrollar pruebas y refutaciones” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 158), por ello se les propuso a los profesores en formación que trataran de anticipar algunos razonamientos de los niños del caso, para motivar los argumentos precisos para probar y refutar, como se muestra en la Figura 12.

Finalmente, la actitud profesional es cuestionadora, pues implica “superar el puro reconocer transformaciones de conocimiento” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 158). De ahí que esta tarea no solo le apueste a la comprensión de un objeto matemático en un contexto particular, sino que también se espera que el maestro en formación reflexione sobre la realidad

del país, el lugar de la escuela en dicha realidad, y cómo la educación matemática permite comprender el fenómeno, en este caso el reclutamiento de menores, tratando de generar conciencia y acciones para su no repetición.

Figura 12

Ejemplo de tarea sobre el promedio en el contexto de reclutamiento de menores. Tomado de Taller de Educación matemática III. Argumentación, razonamiento y generalización

De acuerdo a la definición en los apuntes de esta profesora, ¿estos datos le sirven para explicar la frase de la imagen? ¿Cuáles son sus argumentos?

La profesora les pidió a los niños que sumaran estos datos y luego lo dividieran por el número de datos anotados en el tablero:

$$14+13+ 14+ 12+ 12+12+ 12+13+ 13+ 14=129/10 =12,9$$

Y les pidió a los niños que trataran de explicar qué significaba el 12,9 obtenido.

Trate de anticipar algunos razonamientos de los niños.

Algunos niños dijeron que no podía representar la edad, porque nadie tiene 12,9 años; pero otros dijeron que significaba que la edad de los niños estaba entre 12 años y 9 meses; otros dijeron que no tenía nada que ver con la edad, porque los años no se podía dividir entre número de personas.

La profesora, dadas las respuestas de los niños, les dijo que el cálculo que ella había hecho en el tablero se llamaba promedio, por tal razón, se podría afirmar que el promedio de las edades de los niños del curso es 12,9 o aproximándolo 13 años. Y por lo tanto, tenían que prevenir y protegerse del reclutamiento, pues, la imagen que había llevado Jacobo, sugería que los niños reclutados en los grupos armados podían tener las mismas edades que ellos.

Esta tarea demanda los tres componentes de manera explícita y simultánea. La diferencia con las anteriores no reside en el contexto, pues el reclutamiento forzado es, sin duda, un asunto de mayor densidad política que la consulta sobre pueblos indígenas, sino en que aquí el pronunciamiento sobre el fenómeno forma parte de lo que se pide entregar, y no de lo que se espera que ocurra. Este tipo de tareas trabaja sobre un contexto socialmente sensible y puede funcionar como mero revestimiento de un ejercicio estadístico, de modo que el estudiante calcule medidas de tendencia central sobre cifras de reclutamiento sin que el cálculo altere en nada su comprensión del fenómeno. Lo que impide ese desenlace no es la gravedad del tema, sino la exigencia de interpretar qué muestra y qué oculta el estadístico empleado.

Eje 4. Elementos de la práctica de la convivencia, democracia y responsabilidad

En los talleres se abordan las categorías: *responsabilidad cultural con un alcance lo más amplio posible; participación constructiva y efectiva; pluralidad, identidad y valoración de las diferencias*. El ejemplo que proponemos se relaciona con la segunda categoría, en una tarea que aborda el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos. Se describe una situación ficticia protagonizada por un par de profesores recién egresados del programa, a quienes les proponen enseñar álgebra en primaria, lo cual ocasiona discusiones entre los colegas. El estudiante para profesor debe plantear una

postura frente a lo que proponen los profesores noveles y los argumentos de los profesores más experimentados.

En esta tarea los conocimientos matemáticos refieren a la presentación creativa de ideas; se sugiere preguntarse si es viable enseñar y aprender álgebra en primaria, esto se conecta con la actitud profesional. En ese sentido, los conocimientos didácticos implican “planificar, organizar procesos participativos y discutir sus éxitos o fracasos” (Vanegas & Giménez, 2010, p. 159), por ello es importante, en esta tarea, que el maestro en formación sea consciente de su incidencia no solo en el ejercicio propio de la docencia con los estudiantes, sino que también se busca que sea consciente de la influencia en sus colegas y el potencial del trabajo colectivo del gremio.

Aquí la actitud profesional es el componente central y explícitamente demandado, pues tomar posición ante un desacuerdo entre colegas es justamente lo que se pide entregar. El conocimiento didáctico está igualmente comprometido, en tanto la postura debe sostenerse en consideraciones sobre cómo se aprende. La tarea admite ser resuelta con argumentos de orden general sobre la enseñanza sin que el estudiante deba explicitar qué entiende por pensamiento variacional ni qué objetos algebraicos serían accesibles en primaria. Esta observación no invalida la tarea, pues su valor formativo reside precisamente en instalar la deliberación profesional como práctica.

Consideraciones finales

Las tareas aquí presentadas son solo una muestra de las propuestas en los tres talleres de matemáticas de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la UPN. Su análisis permite formular tres consideraciones sobre las tareas analizadas como estrategia de formación y derivar de ellas algunas recomendaciones.

La primera se refiere a las competencias matemáticas del ciudadano. Las ocho competencias propuestas por Alsina (2010) están presentes en el conjunto de tareas, pero no se movilizan de la misma manera. Sobre todo, en las competencias de pensar matemáticamente, hacer modelos y usar símbolos, la tarea exige un desempeño técnico solvente sin requerir que el maestro en formación interrogue el uso social del conocimiento matemático implicado. La acepción crítica de la alfabetización matemática que este artículo asume (Gutstein, 2006; Skovsmose, 1994/1999) aparece de manera explícita únicamente en el principio de transparencia asociado al uso de material didáctico.

La segunda se refiere a las competencias para enseñar matemáticas en relación con la ciudadanía. Los ejes de Vanegas y Giménez (2010)

permitieron identificar que las tareas no demandan por igual los tres tipos de conocimiento docente, puesto que es la actitud profesional la que porta de manera más directa la dimensión ciudadana.

La tercera consideración es de orden analítico. Los ejes y categorías de Vanegas y Giménez (2010) resultaron productivos como criterio de revisión curricular, precisamente porque obligan a sustituir la pregunta por lo que una tarea favorece, formulación que admite casi siempre una respuesta afirmativa, por la pregunta por lo que una tarea exige, que puede constatarse en su enunciado.

De lo anterior se derivan dos recomendaciones para el diseño de este tipo de tareas como estrategia de formación de profesores de matemáticas. La primera consiste en incorporar la exigencia explícita de tomar posición, tal como ya ocurre en los ejes 3 y 4, en lugar de esperar que el pronunciamiento surja de la discusión posterior. La segunda consiste en añadir a las tareas de modelización y de uso de símbolos preguntas sobre qué omite el modelo construido y quién accede al código empleado, de modo que se conviertan en ocasiones de lectura crítica sin alterar su contenido matemático.

Reconocemos que desde los tres talleres se forma en cuatro elementos: formación en contenidos matemáticos, formación en contenidos propios de la didáctica de las matemáticas, formación en la práctica de la enseñanza de las matemáticas, y formación en la relación educación matemática y ciudadanía.

Consideramos que la relación entre educación matemática y ciudadanía destaca la importancia de formar maestros que no solo sean competentes en la enseñanza de la disciplina, sino que también estén conscientes del papel fundamental que juegan en la preparación de ciudadanos informados y participativos en una sociedad que requiere de su compromiso.

Referencias

- Alsina, C. (2010). Matemáticas para la ciudadanía. En M. L. Callejo & J. M. Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (pp. 89–102). Graó.
- Biesta, G. (2011). *Learning democracy in school and society: Education, lifelong learning and the politics of citizenship*. Sense Publishers.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 165(4), 315–339.
- Goñi, J. M. (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En M. L. Callejo & J. M. Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (pp. 11–58). Graó.

- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75–102). Kluwer.
- Mancera-Ortiz, G., Camelo, F., & González-Alvarado, M.-L. (2015). Un camino hacia una perspectiva socio-política de la educación matemática: Confesiones de un profesor-investigador. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(3), 25–45.
- Martínez, A. M., Cobos, J. C., & Torres, E. (2015). Matematización y modelización: Experiencias y saberes. Una propuesta de aula. *Espiral. Revista de Docencia e Investigación*, 5(2), 9–22.
- Martínez, J. (2010). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. Wolters Kluwer Educación.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares. Matemáticas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Mora, L. (2021). *Comunicación* [Documento de trabajo]. Universidad Pedagógica Nacional.
- Mora-Mendieta, L. C., Morales-Rozo, N., & Rendón-Mayorga, C. G. (2026). Tareas con sentido profesional para futuros profesores de matemáticas: Acercamiento desde su conceptualización. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (59), 247–265. <https://doi.org/10.17227/ted.num59-22633>
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- OECD. (2023). *PISA 2022 assessment and analytical framework*. OECD Publishing.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (P. Valero, Trad.). Una Empresa Docente. (Trabajo original publicado en 1994)
- Skovsmose, O. (2022). Concerns of critical mathematics education —and of ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 365–382. <https://doi.org/10.17227/rce.num86-13713>
- Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer.
- Torres, E. (2021). *La representación como proceso general en matemáticas* [Documento de trabajo]. Universidad Pedagógica Nacional.

- Torres, E., & Casallas, L. A. (2021). Materiales, recursos y juego: Una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas. *Infancias Imágenes*, 20(2), 206–215. <https://doi.org/10.14483/16579089.17590>
- Torres-Puentes, E., Salazar-Amaya, C., & Balda-Álvarez, P. A. (2026). La formación ciudadana en las prácticas educativas con las matemáticas. *Pedagogía y Saberes*, (65), 175–186. <https://doi.org/10.17227/pys.num65-22606>
- Universidad Pedagógica Nacional. (2022). *Programa analítico Taller de educación matemática II. Modelación, representación y comunicación*. Licenciatura en Educación Básica Primaria.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: De la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287–300. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1830>
- Vanegas, Y., & Giménez, J. (2010). Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. En M. L. Callejo & J. M. Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (pp. 147–166). Graó.
- Westheimer, J., & Kahne, J. (2004). What kind of citizen? The politics of educating for democracy. *American Educational Research Journal*, 41(2), 237–269. <https://doi.org/10.3102/00028312041002237>



Convocatorias

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en interacción con otras disciplinas

Convocatoria para número especial de Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

Eleany Barrios Borges  | eleany.barrios@cinvestav.mx
Cinvestav-IPN
Editora invitada

Diana del Carmen Torres Corrales  | diana.torres@itson.edu.mx
Instituto Tecnológico de Sonora
Editora invitada

Claudia Alejandra Vásquez Ortiz  | cavasque@uc.cl
Pontificia Universidad Católica de Chile
Editora invitada

Presentación

Las matemáticas no viven aisladas. Están en la base de las ciencias, resultan indispensables para la ingeniería y se encuentran en el corazón de los grandes desafíos de nuestro tiempo, como la salud, la energía o la crisis climática. Por eso, preparar a los estudiantes para movilizar las matemáticas más allá de las fronteras de una asignatura se ha vuelto una necesidad formativa en todos los niveles educativos.

En las aulas, sin embargo, las matemáticas se enseñan y se aprenden con frecuencia como un cuerpo autónomo, separado de los contextos y los problemas que les dan sentido. Esa separación dificulta que quien aprende reconozca para qué sirven las matemáticas y qué puede hacer con ellas, y contribuye a que las perciba como un conjunto de procedimientos alejado de sus intereses.

Frente a ello, distintas aproximaciones —como la modelización, el aprendizaje basado en problemas y proyectos o los enfoques STEM y STEAM— buscan tender puentes entre las matemáticas y otras disciplinas. Este número especial se organiza alrededor de la idea de enseñar y aprender matemáticas en interacción con otras disciplinas y ámbitos de conocimiento. En este marco, las conexiones con las ciencias, las ingenierías y la sostenibilidad constituyen ámbitos especialmente relevantes, sin excluir otras formas de articulación interdisciplinaria que permitan ampliar el sentido y los usos del conocimiento matemático.

Esta interacción no supone únicamente utilizar otras disciplinas o problemas del mundo real como contextos para aprender matemáticas. Interesa también poner en valor el papel del conocimiento matemático para comprender fenómenos, construir y analizar modelos, establecer relaciones, comparar alternativas, elaborar argumentos y fundamentar decisiones en situaciones que requieren integrar distintas perspectivas disciplinares.

En este empeño, las herramientas digitales, desde los sistemas de cálculo simbólico (CAS) hasta la inteligencia artificial (IA), pueden ser un apoyo valioso cuando se emplean con pertinencia, sin sustituir la comprensión matemática. Con este número especial queremos contribuir a una enseñanza de las matemáticas más conectada con el mundo y con otras disciplinas, que permita tanto enriquecer el aprendizaje matemático mediante problemas y saberes provenientes de diversos ámbitos como reconocer la contribución de las matemáticas a la comprensión y el abordaje de fenómenos y problemas complejos.

De aquí que interese reunir tanto investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en su articulación con otras disciplinas como experiencias docentes que, con evidencia, muestren cómo llevar esa articulación al aula, en cualquier nivel educativo. Buscamos hacerlo desde una mirada atenta a las condiciones concretas de nuestras aulas, y dar visibilidad al conocimiento que con frecuencia permanece implícito en la práctica docente.

Temáticas de interés

Se recibirán contribuciones que aborden, entre otros, los siguientes temas:

- Conexiones entre las matemáticas y las ciencias básicas (física, química, biología) en su enseñanza y aprendizaje.
- Conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas o ámbitos de conocimiento, más allá de las ciencias y las ingenierías, y sus posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Los usos de las matemáticas en la práctica de la ingeniería y sus implicaciones para la didáctica de las matemáticas.

- La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a partir de problemas de sostenibilidad, como el cambio climático, la transición energética y el uso de los recursos.
- El papel del conocimiento matemático en la comprensión de fenómenos, la construcción y análisis de modelos, la comparación de alternativas, la argumentación y la toma fundamentada de decisiones en contextos interdisciplinarios.
- La modelización matemática en el aula como puente entre las matemáticas y otras disciplinas.
- Enfoques STEM y STEAM y métodos basados en la indagación, los proyectos, los problemas, los casos, los retos y otros diseños de actividades para articular las matemáticas con otras áreas.
- El uso pertinente de herramientas digitales, del cálculo simbólico a la inteligencia artificial, como apoyo al trabajo interdisciplinario en el aula de matemáticas.
- El diseño curricular y de secuencias didácticas para integrar las matemáticas con otras disciplinas.
- La formación y el desarrollo profesional docente para enseñar matemáticas en conexión con otras disciplinas.
- La evaluación del aprendizaje de las matemáticas en contextos interdisciplinarios.

Tipos de contribuciones aceptadas

En consonancia con las secciones de REMED, se aceptan las siguientes modalidades, todas ellas referidas a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en conexión con otras disciplinas:

- Análisis de experiencias en el aula.
- Innovaciones en educación matemática.
- Retos y perspectivas en la enseñanza de las matemáticas.
- Propuestas de desarrollo curricular.
- Análisis de la práctica docente.
- Formación de docentes en matemáticas.
- Reseñas y recomendaciones de recursos.
- Historias de vida de profesores de matemáticas.

Ventajas de participar en un número especial

Participar en un número especial ofrece, además de la difusión habitual de la revista, algunas ventajas:

- Formar parte de un dossier temático: su artículo se publica junto a otros trabajos que abordan temáticas relacionadas, lo que permite

situarlo dentro de una conversación académica y profesional compartida.

- Difusión temática: la publicación conjunta de trabajos en torno a un mismo eje puede favorecer que la contribución llegue a investigadores, docentes y otros lectores interesados específicamente en la temática. Además, la difusión del número a través de los canales habituales de la revista puede ampliar su circulación.
- Acceso abierto: al tratarse de una revista de acceso abierto, los trabajos pueden consultarse sin barreras de pago, facilitando su acceso y circulación entre distintos públicos.
- Publicación sin costo: la revista no cobra cargos por procesamiento de artículos (APC), de modo que publicar en el número especial es gratuito para los autores.
- Vinculación con una comunidad: el número reúne a autores que trabajan en torno a una agenda compartida, lo que puede favorecer el intercambio y futuras colaboraciones en torno a un tema de interés creciente.
- Aporte al desarrollo del campo: la publicación contribuye a documentar y sistematizar conocimientos y experiencias en torno a un ámbito de interés creciente y, en el caso de experiencias docentes, a incorporar el conocimiento generado en la práctica a la conversación académica y profesional.

Directrices para el envío de manuscritos

- Los artículos deben ser originales e inéditos.
- Deben cumplir con los lineamientos editoriales de REMED y seguir el formato APA 7.
- La extensión de los manuscritos debe estar entre 4000 y 5000 palabras, incluyendo referencias y tablas.
- Se aceptarán artículos en español e inglés.
- Se permite un máximo de tres autores por artículo.
- Cada autor puede postular solo un artículo por convocatoria.
- Los artículos deben enviarse en formato anónimo (sin nombres ni afiliaciones en el documento principal) en archivo Word.
- El envío se realizará exclusivamente a través de la plataforma de la revista.
- Al someter el envío en la plataforma, es importante elegir la sección “Número especial: Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con otras disciplinas”, para que el artículo se dirija a la sección correspondiente.
- Más información en la Sección de Envíos de REMED.

Proceso de evaluación

Todos los manuscritos serán sometidos a un proceso de revisión por pares doble ciego. La decisión editorial podrá ser: aceptación, aceptación con revisiones, revisión y reenvío, o rechazo.

Fechas importantes

- Recepción de manuscritos: hasta el lunes 9 de noviembre de 2026
- Publicación del número especial: 31 de enero de 2027

Más información

Para mayor información sobre el envío de manuscritos, consulte la página de la revista (<https://remed.org.mx/>) o escriba a las editoras invitadas:

Eleany Barrios Borges eleany.barrios@cinvestav.mx

Diana del Carmen Torres Corrales diana.torres@itson.edu.mx

Claudia Alejandra Vásquez Ortiz cavasque@uc.cl

Esperamos sus contribuciones para enriquecer el debate académico sobre las matemáticas en diálogo con otras disciplinas.



Convocatorias

La formación inicial de docentes de matemáticas en las escuelas normales de México: Saberes, desafíos, innovaciones e investigación educativa para transformar la práctica docente

Convocatoria para número especial de Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

Juan Manuel Córdoba Medina  | editorjuancordoba2026@gmail.com
Escuela Normal Superior del Estado de México
Editor invitado

Alfredo García Delgado  | degalf70@gmail.com
Escuela Normal de Zumpango
Editor invitado

La Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI), editada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM), invita a la comunidad académica, a los docentes formadores, investigadores, estudiantes de posgrado y profesionales interesados en la educación matemática a contribuir a su número especial titulado “La formación inicial de docentes de matemáticas en las escuelas normales de México: Saberes, desafíos, innovaciones e investigación educativa para transformar la práctica docente”.

Presentación

La formación inicial de docentes de matemáticas constituye uno de los pilares fundamentales para el fortalecimiento de los sistemas educativos y la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En México, las Escuelas Normales desempeñan un papel estratégico en la preparación de profesionales

capaces de responder a los desafíos contemporáneos de la educación matemática, particularmente en el marco de las transformaciones curriculares, las demandas de la Nueva Escuela Mexicana, la integración de tecnologías digitales y los procesos de innovación pedagógica.

Las instituciones normalistas han desarrollado múltiples experiencias formativas, proyectos de investigación, propuestas curriculares e innovaciones didácticas que contribuyen de manera significativa a atender los desafíos inherentes en educación matemática. Sin embargo, gran parte de este trabajo requiere espacios de difusión y discusión que permitan visibilizar sus aportes, generar diálogo académico y fortalecer las redes de colaboración entre docentes, investigadores y estudiantes.

Este número especial busca reunir experiencias, investigaciones y reflexiones que contribuyan a comprender, documentar y analizar los procesos de formación inicial de docentes de matemáticas en las Escuelas Normales de México, promoviendo la construcción colectiva de conocimiento y el intercambio de perspectivas sobre los retos, oportunidades y horizontes de este campo educativo.

Temáticas de interés

Se recibirán contribuciones que aborden, entre otros, los siguientes temas:

- Práctica profesional y experiencias innovadoras en la formación inicial de docentes de matemáticas.
- Desarrollo curricular de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.
- Investigación educativa desarrollada en Escuelas Normales en torno a la educación matemática.
- Evaluación formativa de los aprendizajes matemáticos.
- Integración de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digitales (TICCAD) en la formación docente para la enseñanza de las matemáticas.
- Diseño, implementación y análisis de recursos didácticos manipulativos para la enseñanza de las matemáticas.
- Experiencias de acompañamiento y tutoría académica en la formación inicial de docentes de matemáticas.
- Retos y perspectivas de la formación de profesores de matemáticas en el contexto de la Nueva Escuela Mexicana.
- Innovación educativa y transformación de la práctica docente en educación matemática.
- Entornos personales de aprendizaje para la innovación y el fortalecimiento de los procesos de enseñanza de las matemáticas.

Tipos de contribuciones aceptadas

Las contribuciones podrán corresponder a alguna de las siguientes modalidades:

- Investigaciones empíricas relacionadas con la formación inicial de docentes de matemáticas.
- Estudios de caso desarrollados en Escuelas Normales.
- Experiencias de innovación educativa y didáctica.
- Proyectos de intervención educativa.
- Sistematizaciones de experiencias académicas y formativas.
- Ensayos teóricos y reflexiones fundamentadas sobre formación docente y educación matemática.
- Propuestas curriculares y análisis de planes y programas de estudio.
- Investigaciones relacionadas con la práctica profesional, la tutoría y el acompañamiento docente.

Directrices para el envío de manuscritos

- Los artículos deben ser originales e inéditos.
- Deben cumplir con los lineamientos editoriales de REMED y seguir el formato APA 7.
- La extensión de los manuscritos debe estar entre 4000 y 5000 palabras, incluyendo referencias y tablas.
- Se aceptarán artículos en español e inglés.
- Se permite un máximo de tres autores por artículo.
- Cada autor puede postular solo un artículo por convocatoria.
- Los artículos deben ser sometidos en formato anónimo, sin nombres ni afiliaciones en el documento principal.
- Al someter el envío en la plataforma, es importante elegir la sección “Número especial: Formación inicial de docentes de matemáticas en las Escuelas Normales”, para que el artículo se dirija a la sección correspondiente.
- Más información en la Sección de Envíos de REMED.

Proceso de evaluación

Todos los manuscritos serán sometidos a un proceso de revisión por pares doble ciego. La decisión editorial podrá ser: aceptación, aceptación con revisiones, revisión y reenvío, o rechazo. El proceso de evaluación podrá tomar entre uno y seis meses.

Fechas importantes

Publicación de la convocatoria: 31 de octubre de 2026.

Recepción de manuscritos: hasta el 15 de abril de 2027.

Notificación de dictámenes: 15 de julio de 2027.

Entrega de versiones finales: 15 de agosto de 2027.

Publicación del número especial: 31 de octubre de 2027.

Más información

Para mayor información sobre el envío de manuscritos, por favor consulte la página de la revista (<https://remed.org.mx/>) o escriba a los editores: Juan Manuel Córdoba Medina (editorjuancordoba2026@gmail.com) y Alfredo García Delgado (degalf70@gmail.com).

Esperamos sus contribuciones para enriquecer el debate académico sobre la formación inicial de docentes de matemáticas en las escuelas normales de México.