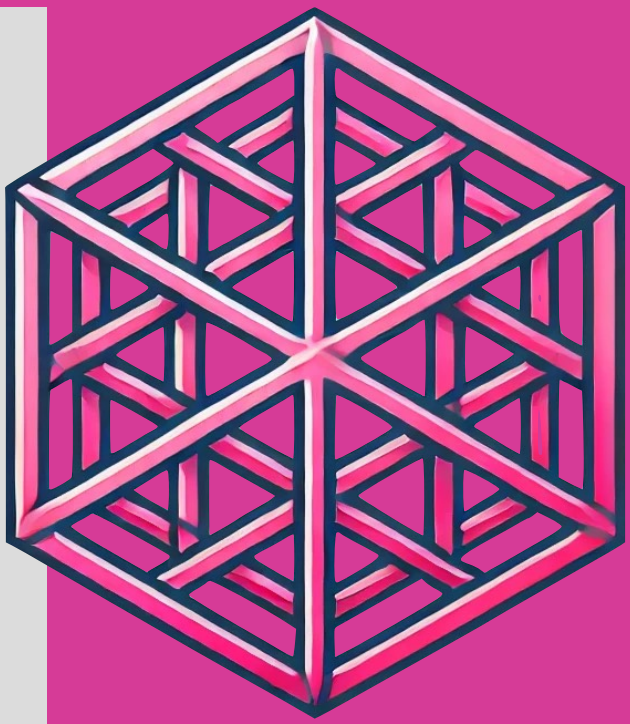
Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED)

ISSN: 3061-8282



Número especial

La enseñanza y el aprendizaje de la estocástica: Experiencias de las Jornadas Mexicanas en Educación Estocástica

Editores invitados:

Ana Luisa Gómez-Blancarte
Francisco Sepúlveda Vega
Cristian G. Paredes-Cancino
Damian A. Clemente Olague

Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática A.C. (SOMIDEM)

Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED)

Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática A.C.

Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED)

Volumen 2, Número 2, junio de 2026

© Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED), octubre de 2025, vol. 2 núm. 2, es una publicación cuatrimestral editada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A. C. (SOMIDEM), con domicilio en Adolfo Prieto 1734, Col. Del Valle Centro, C. P. 03100, Benito Juárez, Ciudad de México, correo electrónico: revistaremed@gmail.com

Editores responsables: Mario Sánchez Aguilar y Apolo Castañeda Alonso. Reserva de derechos al Uso Exclusivo del Título: 04-2025-022514380900-102, ISSN: 3061-8282 - Formato de la publicación: electrónico, ambos otorgados por la Dirección de Reservas de Derechos del Instituto Nacional del Derecho de Autor.

Publicación cuatrimestral. Se publica en los meses de enero, junio y octubre, con el financiamiento de la SOMIDEM.

La presentación y disposición en conjunto de cada página de la Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED), vol. 2, núm. 2, junio de 2026, son propiedad de D. R. © Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A. C.

Las opiniones expresadas por los autores no reflejan necesariamente la postura de los editores de la publicación ni de la SOMIDEM.

Los autores son responsables del contenido de sus contribuciones, incluyendo la exactitud de los datos, la atribución de citas y referencias bibliográficas, el cumplimiento de los derechos de autor y la gestión de la coautoría. Asimismo, deben garantizar que el material, los textos y las imágenes utilizados respeten los derechos de terceros. REMED no asume responsabilidad por el contenido de los trabajos presentados.

Todos los artículos publicados en REMED son de acceso libre. Los autores conservan los derechos sobre sus obras y otorgan a la revista el derecho de primera publicación. Los contenidos se distribuyen bajo la Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0), que permite copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato, siempre que se otorgue el crédito correspondiente, no se utilice con fines comerciales y no se modifique, transforme ni se generen obras derivadas sin autorización previa de los autores. https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/

Diagramación y corrección de estilo: Ingrid Eleonor Castañeda González, ingrideleonor@gmail.com

Fecha de la última actualización 30 de junio de 2026.

https://remed.org.mx
https://doi.org/10.24844/REMED

Editores invitados para el número especial

Ana Luisa Gómez-Blancarte
Instituto Politécnico Nacional, México

Francisco Sepúlveda Vega
Universidad Pedagógica Nacional

Cristian G. Paredes-Cancino
Benemérita Escuela Normal Veracruzana

Damian Alejandro Clemente Olague
Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios No. 084

Editores en Jefe

Mario Sánchez Aguilar
Instituto Politécnico Nacional, México

Apolo Castañeda
Instituto Politécnico Nacional, México

Editores Asociados

Ernesto Alonso Sánchez Sánchez
Cinvestav (Departamento de Matemática Educativa), México

Carlos Valenzuela García
Universidad de Guadalajara, México

David Block Sevilla
Cinvestav (Departamento de Investigaciones Educativas), México

Yolanda Chávez Ruiz
SOMIDEM, México

Luis Manuel Aguayo Rendón
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Zacatecas

María García González
Universidad Autónoma de Guerrero

Editores de Sección

Francisco Sepúlveda Vega
Cinvestav (Departamento de Matemática Educativa), México

Juan Manuel Córdoba Medina
Escuela Normal Superior del Estado de México

Marilyn Georgia Salcido Saenz
Universidad Autónoma de Chihuahua, México

Catalina Navarro Sandoval
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Luz Graciela Orozco Vaca
Secretaría de Educación Jalisco, México

María Guadalupe Vera Soria
Universidad de Guadalajara, México

Cristian Nava Guzmán
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México

Yesenia Esmeralda Basaldú Gutiérrez
Centro de Estudios Universitarios los Ángeles, Oaxaca, México

Carolina Rubí Real Ortega
Escuela Normal Superior de México, México

Verónica Vargas Alejo
Universidad de Guadalajara, México

Guadalupe Cabañas Sánchez
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Juan de Dios Viramontes Miranda
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

Judith Alejandra Hernández Sánchez
Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Heidy Cecilia Chavira
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

Rosa Isela González-Polo
Universidad Autónoma del Estado de México

Isaias Miranda Viramontes
Instituto Politécnico Nacional, México

Luis Manuel Cabrera Chim
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, México

Lady Elena Sosa Moguel
Universidad Autónoma de Yucatán, México

Rubén Alejandro Águeda Altúzar
SOMIDEM, México

César Lozano Díaz
ITESO, México

Santiago Alonso Palmas Pérez
Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Lerma

Editores de Sección

Saúl Elizarraras Baena
Escuela Normal Superior de México

Elizabeth Hernández Arredondo
Universidad de los Lagos,
Chile

Carlos Amilcar Fuentes Fuentes
Universidad San Carlos,
Guatemala

Wilmer Ríos-Cuesta
Universidad de Antioquia,
Colombia

Melissa Andrade-Molina
Pontificia Universidad Católica de
Valparaíso, Chile

Dinazar Isabel Escudero Ávila
Universidad Complutense de Madrid,
España

Luis Roberto Pino-Fan
Universidad de los Lagos,
Chile

Guadalupe Carmona
University of Texas at San Antonio,
Estados Unidos de América

Mihály André Martínez Miraval
Pontificia Universidad Católica del
Perú

Cristina Ochoviet Filgueiras
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Verónica Molfino Vigo
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Paola Alejandra Balda Álvarez
Universidad Pedagógica Nacional,
Colombia

Jaime Israel García García
Universidad Metropolitana de Ciencias
de la Educación, Chile

Eric Flores Medrano
Universidad Complutense de Madrid,
España

Índice

Editorial

La enseñanza y el aprendizaje de la estocástica: Experiencias de las Jornadas Mexicanas en Educación Estocástica
Ana Luisa Gómez-Blancarte, Francisco Sepúlveda Vega, Cristian G. Paredes-Cancino y Damian A. Clemente Olague 11

Análisis de Experiencias en el Aula

Implementación de una secuencia didáctica para el aprendizaje de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad en secundaria
Maricela Bonilla González, Saúl Elizarrarás Baena y Orlando Vázquez Pérez 17

¿Qué haremos con la basura? Proyecto de enseñanza de estadística en alumnos de secundaria
Juan Carlos Huerta Orozco. 33

Innovaciones en educación matemática

Propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes: Un acercamiento desde el análisis del espacio muestral
Marco Jesus Puc Chan, Daniel Fabricio Méndez Castillo, Vicente Jesús Caballero Chan, Silvia Linette Martínez Tun y Nahum Eliezer Pech Pat 49

Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

Evaluación de la alfabetización estadística en estudiantes de Educación para Personas Jóvenes y Adultas en contexto chileno
Fabián Guzmán Saavedra, Nicolás Sánchez Acevedo y Javiera Herrera Pérez 65

Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general
Saúl Elizarraras Baena y Ana María Ojeda Salazar 83

Propuesta de Desarrollo Curricular

Una trayectoria hipotética de aprendizaje preliminar para el concepto de distribución binomial en bachillerato
Francisco Sepúlveda Vega y Sofía Paz-Rodríguez 97

Reseñas y Recomendaciones de Recursos

Un acercamiento al potencial de los chatbots para generar "diálogos inteligentes" en educación estocástica
Santiago Inzunza Cazares 117

Convocatorias para número especial REMED

La inteligencia artificial generativa en la educación matemática: Posibilidades, tensiones y horizontes
Cristian Nava Guzmán 133

Editorial

La enseñanza y el aprendizaje de la estocástica: Experiencias de las Jornadas Mexicanas en Educación Estocástica

The teaching and learning of stochastics: Experiences from the Mexican Conference on Stochastic Education

Ana Luisa Gómez-Blancarte | algomezb@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional

Francisco Sepúlveda Vega | fsepulveda@upn.mx
Universidad Pedagógica Nacional

Cristian G. Paredes-Cancino | paredes.cancino92@hotmail.com
Benemérita Escuela Normal Veracruzana

Damian Alejandro Clemente Olague | damian.alex03@gmail.com
Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de servicios No. 084

Es un placer presentar el segundo número especial de la Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED). Este número está enfocado en la enseñanza y el aprendizaje de la estocástica y surge en el contexto de la 2ª Jornada Mexicana en Educación Estocástica (JMEE), organizada por la Red Mexicana en Educación Estocástica (RMEE). La 2ª JMEE se realizó los días 3 y 4 de octubre de 2025; en ella participaron investigadores en educación estocástica, profesores que imparten probabilidad y estadística en niveles educativos desde preescolar hasta el nivel superior, así como estudiantes que se forman para ser profesores de matemáticas. El presente número es producto de esa JMEE y reconoce el trabajo colaborativo entre los miembros de la RMEE.

Gómez-Blancarte, A. L., Sepúlveda Vega, F., Paredes-Cancino, C. G., & Clemente Olague, D. A. (2026). La enseñanza y el aprendizaje de la estocástica: Experiencias de las Jornadas Mexicanas en Educación Estocástica. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 11–16.
https://doi.org/10.24844/REMED/0202.00

La RMEE, creada en 2024, se propuso generar un espacio en el que educadores, investigadores y todos aquellos interesados en la educación en estadística y probabilidad (estocástica) puedan dialogar y reflexionar sobre las problemáticas de la enseñanza a nivel escolar de estas disciplinas y, sobre todo, unir esfuerzos para generar conocimiento teórico-práctico desde y para el aula.

Desde la teoría de Comunidades de Práctica (Wenger, 1998/2001), la RMEE se concibe como un espacio de "encuentros limitáneos" entre miembros cuya práctica se caracteriza por la enseñanza, la investigación o por ambas (Sztajn et al., 2014). Este carácter limitáneo de las prácticas que realizamos favorece el intercambio de conocimientos necesario para contribuir a la misión de la RMEE: propiciar el desarrollo de investigaciones y propuestas didácticas que incidan en la enseñanza y el aprendizaje de la estocástica en el escenario educativo (Clemente Olague et al., en prensa).

Uno de los proyectos primordiales de la RMEE es la organización de las JMEE, que propician encuentros entre sus miembros y generan un espacio para el aprendizaje, entendido como un proceso de interacción entre la *experiencia y la competencia* (Wenger, 1998/2001). La experiencia la personificamos los miembros con nuestros saberes adquiridos en las prácticas en las que participamos, ya sean de enseñanza, de investigación o de ambas; la competencia es tanto el compromiso para contribuir con lo que sabemos y con el conocimiento de otros como el cuerpo de conocimiento generado en nuestra disciplina, que empleamos como puntos de referencia para negociar nuestra práctica.

La elección de la REMED como medio para difundir parte del trabajo de quienes participaron en la 2ª JMEE obedece a su misión de ofrecer espacios que documenten y reconozcan el conocimiento que se genera en la práctica diaria de la enseñanza de las matemáticas, de manera que la experiencia de los docentes sea reconocida como insumo para informar la práctica de otros docentes y de los investigadores en la disciplina (Sánchez Aguilar & Castañeda, 2025). En este sentido, la misión de la REMED se alinea con la de la RMEE.

Artículos contenidos en el número

Los siete artículos que componen el número dan cuenta de los conocimientos estocásticos que los profesores e investigadores proponen o implementan en la enseñanza de la disciplina. Los artículos se organizan en cinco tipos: Análisis de Experiencias en el Aula, Innovaciones en Educación Matemática, Propuestas de Desarrollo Curricular, Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas y Reseñas y Recomendaciones de Recursos.

Análisis de Experiencias en el Aula

La Dra. Maricela Bonilla, el Dr. Saúl Elizarrarás Baena y el Dr. Orlando Vázquez Pérez laboran como formadores de profesores, es decir, de estudiantes de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas de la Escuela Normal Superior de México. Además, combinan su práctica como formadores con la de investigación en la disciplina. Como parte de su práctica docente, guían las prácticas profesionales y los trabajos de titulación de los estudiantes. La propuesta didáctica que reportan en su artículo, «Implementación de una secuencia didáctica para el aprendizaje de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad en secundaria», ejemplifica el tipo de estrategias con las que guían la formación de los estudiantes y el modo en que conectan las recomendaciones teóricas sobre la enseñanza de la estadística con la práctica de enseñar. En ello, contribuyen a la formación en estocástica de la comunidad de estudiantes de profesores de matemáticas, alineada con las competencias que demanda la investigación en la disciplina.

El M. en C. Juan Carlos Huerta Orozco se desempeña como profesor de matemáticas y física en la educación secundaria. Su artículo, «¿Qué haremos con la basura? Proyecto de enseñanza de estadística en alumnos de secundaria», es una propuesta de aula que surgió como parte de su labor docente y se originó a partir de las recomendaciones del plan y programa de estudio de la Nueva Escuela Mexicana para elaborar e implementar propuestas de indagación STEAM. El artículo documenta, mediante la aplicación de un proyecto de enseñanza, los aciertos y las áreas de oportunidad para implementar esta metodología directamente en el entorno escolar. Este artículo ejemplifica la labor docente para atender las recomendaciones curriculares, así como el uso de la estadística como disciplina interdisciplinaria que puede apoyar el desarrollo de proyectos de enseñanza que coadyuven a la implementación de metodologías de indagación STEAM.

Innovaciones en Educación Matemática

Marco Puc, Daniel Méndez, Vicente Caballero, Nahum Pech y Silvia Martínez, estudiantes del último semestre de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad Autónoma de Yucatán, es decir, futuros profesores de matemáticas, son los autores del artículo «Propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes: un acercamiento desde el análisis del espacio muestral». Su trabajo surge de su participación en la asignatura *Didáctica de la Probabilidad y Estadística,* específicamente del proyecto final del curso. En ese espacio formativo construyeron una versión inicial del diseño didáctico, cuyas ideas centrales sirvieron de base para la

propuesta que aquí se presenta. El artículo ejemplifica un tipo de diseño de tareas que se generan en los espacios de formación docente y muestra cómo estas iniciativas buscan replantear la enseñanza de la educación estocástica mediante la incorporación de aportes provenientes de la investigación. De esta manera, contribuye a la elaboración de recursos didácticos para el aula orientados al desarrollo del razonamiento probabilístico.

Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

El profesor Fabián Guzmán Saavedra, el Dr. Nicolás Sánchez Acevedo y la profesora Javiera Herrera Pérez colaboraron para presentar un artículo, «Evaluación de la alfabetización estadística en estudiantes de Educación para Personas Jóvenes y Adultas en contexto chileno», que también surge en el marco de la formación de profesores de matemáticas. En este caso, el primer autor, como parte de su formación para ser profesor de matemáticas y estadística en la Facultad de Educación de la Universidad Central de Chile, identificó una problemática relacionada con la alfabetización estadística de los estudiantes de la Educación para Personas Jóvenes y Adultas y, en conjunto con sus coautores, quienes guiaron su formación, planteó una perspectiva para evaluar dicha alfabetización. Este trabajo colaborativo entre futuros profesores y sus formadores es una manera de negociar las propuestas teóricas, adaptándolas al aula y ofreciendo nuevas perspectivas para enriquecerlas.

El Dr. Saúl Elizarrarás Baena y la Dra. Ana María Ojeda, investigadora en el Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav, presentan el artículo «Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general», que surge de su interés por estudiar el currículo de bachillerato y su contenido probabilístico. Los autores comparan cómo distintos formatos de probabilidad inciden en las respuestas de los estudiantes. Una de sus conclusiones es que los estudiantes se desempeñan mejor cuando la información se presenta en formato de frecuencias, ya que este formato ofrece un acercamiento natural a la comprensión de las ideas de azar y probabilidad. El artículo ilustra un trabajo de colaboración continua, pues, después del proyecto de investigación de tesis del primer autor, asesorado por la segunda autora, su interés en la investigación y su compromiso con la educación estocástica les permiten reencontrarse y organizarse en torno a la práctica de indagar en fenómenos de estudio que afectan el aprendizaje de la probabilidad.

Propuestas de Desarrollo Curricular

El Dr. Francisco Sepúlveda Vega y la Dra. Sofía Paz Rodríguez son recién egresados del doctorado en Matemática Educativa del Cinvestav. En la

elaboración de este artículo, combinaron la experiencia de Francisco en educación estadística y la de Sofía en el diseño de tareas, lo que constituye un ejemplo de intercambio de conocimientos. Su propuesta, «Una trayectoria hipotética de aprendizaje preliminar para el concepto de distribución binomial en bachillerato», surge a partir de las áreas de oportunidad identificadas en el nuevo programa de estocástica del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS). En este sentido, el trabajo representa tanto un esfuerzo como una invitación por parte de investigadores noveles para incidir en los sistemas educativos aprovechando las posibilidades que ofrecen los procesos de renovación curricular. Su trabajo constituye un aporte relevante para la comunidad docente al presentar una trayectoria de aprendizaje acompañada de orientaciones para la enseñanza. Asimismo, ofrece elementos para repensar el currículo de estocástica y promover propuestas que favorezcan la comprensión de conceptos estocásticos en el bachillerato.

Reseñas y Recomendaciones de Recursos

El Dr. Santiago Inzunza es profesor e investigador de la Universidad Pedagógica del Estado de Sinaloa. Actualmente es director general del Colegio de Bachilleres del Estado de Sinaloa. Una de sus líneas de investigación es el uso de la tecnología en la educación matemática. En este contexto, desarrolla la investigación sobre los retos y las perspectivas del uso de la inteligencia artificial (IA) en la enseñanza y el aprendizaje de la estocástica. En su artículo «Un acercamiento al potencial de los chatbots para generar "diálogos inteligentes" en educación estocástica», reflexiona sobre el potencial de estas herramientas de IA para generar diálogos en la clase de estocástica y comprender, por ejemplo, temas como la distribución muestral. Su artículo es una invitación a aprovechar el potencial de los recursos actuales, como los chatbots, para guiar la práctica tanto de enseñanza como de aprendizaje dentro y fuera del aula de clases.

Cierre

Como se muestra en la sección previa, los artículos de este número ofrecen una mirada al trabajo colaborativo de diversas comunidades educativas y de investigación en educación estocástica. Así como una mirada a la diversidad de experiencias, propuestas, perspectivas y recomendaciones que se plantean en el campo de la investigación en educación estocástica desde y para la práctica de la enseñanza. Estos artículos, como objetos cosificados, solo son, en palabras de Wenger (1998/2001), "la punta del iceberg" (p. 86). Detrás de ellos hay un intercambio de conocimientos mediado por la interacción entre la experiencia y la competencia. Estos artículos reflejan las prácticas

con las que nos comprometemos en los diferentes escenarios educativos y la manera en que podemos intercambiar saberes para negociarlas.

Como coordinadores de la RMEE, nos enorgullece enormemente la publicación de este número especial. Agradecemos a cada uno de los autores y revisores que hicieron posible los artículos que conforman el número, así como a los editores de la REMED por brindarnos este valioso espacio. Esperamos que estos artículos iluminen la práctica docente en la enseñanza y el aprendizaje de la estocástica y den pie a próximas líneas de investigación y de fortalecimiento dentro de nuestra comunidad. Así pues, consideramos que este número especial constituye un hito en el esfuerzo colaborativo de los miembros de la RMEE.

Referencias

Clemente Olague, D. A., Paredes-Cancino, C. G., Sepúlveda Vega, F., Gómez-Blancarte, A. L., & Verástegui Gutiérrez, M. A. (en prensa). *Red Mexicana en Educación Estocástica: un espacio de encuentros limitáneos.*

Sánchez Aguilar, M., & Castañeda, A. (2025). Un espacio para el conocimiento y las experiencias docentes en matemáticas: Bienvenida a REMED. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 1*(1), 9–15. https://doi.org/10.24844/REMED/0101.00

Sztajn, P., Wilson, P. H., & Edgington, C. (2014). Mathematics professional development as design for boundary encounters. *ZDM - Mathematics Education, 46*(2), 201–212. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0560-0

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad* (G. Sánchez Barberán, Trad.). Paidós. (Obra original publicada en 1998).

Análisis de experiencias en el aula

Implementación de una secuencia didáctica para el aprendizaje de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad en secundaria

Implementation of a Didactic Sequence for Learning the Classical and Frequentist Approaches to Probability in Secondary School

Maricela Bonilla González | marybog1804@gmail.com
Escuela Normal Superior de México

Saúl Elizarrarás Baena | sauleliba@gmail.com
Escuela Normal Superior de México

Orlando Vázquez Pérez | keplermx@gmail.com
Escuela Normal Superior de México

Recepción: 16 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen
En este artículo se describen los resultados de la implementación de una secuencia didáctica diseñada para plantear actividades que apoyen el estudio de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad en alumnos de primer grado de secundaria. La propuesta integró actividades basadas en juegos (monedas, dados, urna y ruleta) que permitieron comparar la probabilidad frecuencial con la teórica y, además, estimular el interés y la participación de un grupo de 20 estudiantes de primer grado de secundaria con quienes se trabajó. Los resultados muestran que la secuencia resultó útil para introducir a los estudiantes en el aprendizaje de los enfoques mencionados y, aunque no alcanzaron a formalizar algunos conceptos, les permitió enfrentar situaciones probabilísticas. Los hallazgos del estudio, basados tanto en un cuestionario como en el desarrollo de las actividades, también evidenciaron que los estudiantes evolucionaron desde nociones intuitivas, subjetivas y erróneas sobre situaciones probabilísticas hacia comprensiones más formales y estructuradas.

Palabras clave
Secuencia didáctica, enfoque clásico, enfoque frecuencial, probabilidad, secundaria.

Autor de correspondencia | Maricela Bonilla González

Bonilla González, M., Elizarrarás Baena, S., & Vázquez Pérez, O. (2026). Implementación de una secuencia didáctica para el aprendizaje de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad en secundaria. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 17–32. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.01

Abstract
This article describes the results of the implementation of a didactic sequence designed to propose activities that support the study of the classical and frequentist approaches to probability among first-year secondary school students. The proposal integrated game-based activities involving coins, dice, an urn, and a roulette wheel, which made it possible to compare frequentist probability with theoretical probability and, in addition, to stimulate the interest and participation of the group of 20 first-year secondary school students with whom the sequence was implemented. The results show that the sequence was useful for introducing students to the learning of the aforementioned approaches and, although they did not fully formalize some concepts, it enabled them to engage with probabilistic situations. The findings of the study, based both on a questionnaire and on the development of the activities, also showed that students evolved from intuitive, subjective, and erroneous notions about probabilistic situations toward more formal and structured understandings.

Keywords
Didactic sequence, classical approach, frequentist approach, probability, secondary school.

Planteamiento del problema

El estudio de la probabilidad en el nivel de secundaria (entre los 12 y los 15 años de edad) representa un desafío tanto para docentes como para los alumnos, ya que en muchas ocasiones se aborda de forma superficial debido al tiempo limitado asignado al currículo de matemáticas. Uno de los principales obstáculos para el desarrollo del razonamiento probabilístico en los estudiantes es el énfasis excesivo que algunos docentes ponen en el enfoque clásico de la probabilidad, pues este suele centrarse en procedimientos rutinarios y técnicas combinatorias para calcular probabilidades, dejando en segundo plano el enfoque frecuencial.

En el campo educativo se han desarrollado diversas investigaciones (Eichler & Vogel, 2014; Martínez & Sánchez, 2021; Nilsson, 2014; Provost et al., 2022) que se enfocan en la probabilidad desde una perspectiva frecuencial y en su relación con la probabilidad clásica. Martínez y Sánchez (2021) reportan un conocimiento limitado de conceptos básicos de probabilidad, de la relación entre los enfoques clásico y frecuencial y de su aplicación en contextos distintos de los juegos de azar por parte de estudiantes de bachillerato.

Eichler y Vogel (2014) argumentan que la enseñanza de la probabilidad debería integrar de manera articulada los enfoques clásico, frecuencial y subjetivo. En particular, destacan la importancia de explorar y hacer explícitas las conexiones entre los enfoques clásico y frecuencial. Por su

parte, Provost et al. (2022) propusieron examinar cómo un diseño instruccional que parte de un escenario científico, como el clima, puede ayudar a los estudiantes a comprender ambos enfoques. Los resultados muestran que el diseño, que partió de una perspectiva frecuentista, evolucionó hacia una clásica. La interacción con los datos mediante diversas representaciones, como simulaciones, tablas y gráficos, también fomentó la comprensión de esta conexión, aunque este experimento tuvo limitaciones, ya que solo se analizó el razonamiento de una pareja de estudiantes de sexto grado de educación primaria.

Nilsson (2014) destaca que uno de los desafíos en la enseñanza de la probabilidad es que, para comparar y ver la relación entre la probabilidad teórica y su estimación empírica, los estudiantes necesitan desarrollar una comprensión de la relación parte-todo y deben iniciarse en la experimentación con una buena comprensión de proporciones y porcentajes. Este autor advierte también que la conexión entre ambos enfoques de la probabilidad representa otro desafío conceptual para muchos estudiantes, pues argumenta que se presentan errores en los materiales curriculares sobre el tema, como definir "probabilidad experimental" (un concepto que no existe en matemáticas).

Las investigaciones mencionadas dan cuenta de las dificultades que los estudiantes presentan en el estudio de los enfoques frecuencial y clásico de la probabilidad y de la conexión entre ambos. En esta investigación se propuso implementar una secuencia didáctica para determinar si los juegos de azar ayudan al alumno en el aprendizaje de los enfoques señalados.

Consideraciones conceptuales

El origen de la teoría de la probabilidad se remonta al análisis de los juegos de azar. Los primeros esfuerzos por formalizar la probabilidad y desarrollar una teoría se atribuyen a Pascal y Fermat, quienes resolvieron ciertos problemas utilizando la probabilidad de manera implícita, sin llegar a definirla explícitamente. El concepto de probabilidad ha sido interpretado de distintas maneras a lo largo del tiempo, destacándose principalmente los enfoques clásico y frecuencial como dos de los más importantes.

El enfoque clásico se basa en la suposición implícita de que cada resultado del espacio muestral tiene la misma probabilidad. Es un enfoque a priori de la probabilidad, ya que permite calcular probabilidades antes de realizar cualquier ensayo. Como ha sido señalado por Batanero et al. (2021), fue Laplace quien introdujo el cálculo de la probabilidad como una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el de casos posibles. Una debilidad del enfoque clásico, que ha motivado a algunos autores a proponer el enfoque frecuencial como alternativa, es que

solo resulta aplicable a situaciones en las que el espacio muestral es equiprobable. Más allá de contextos de juegos, son muy pocas las situaciones naturales o sociales que pueden representarse de manera razonable bajo esta condición (Sánchez, 2009).

El enfoque frecuencial se fundamenta en la Ley de los Grandes Números y concibe la probabilidad de un evento como una estimación obtenida a partir de las frecuencias relativas de los resultados favorables en un experimento aleatorio repetido muchas veces bajo condiciones similares. Gómez et al. (2015) definen este enfoque como un "valor hipotético hacia el cual tiende la frecuencia relativa de un suceso al estabilizarse, asumiendo la repetibilidad del ensayo" (p. 75); se admite la existencia de dicho límite y la frecuencia relativa representa una aproximación al valor teórico de probabilidad. No obstante, Vásquez y Alsina (2015) argumentan que este enfoque presenta limitaciones, como la necesidad de realizar un número infinito de repeticiones bajo condiciones idénticas, la obtención de valores aproximados en lugar de valores exactos y la falta de claridad sobre la cantidad necesaria de repeticiones para lograr una aproximación precisa.

Método

Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo. Se trabajó con un grupo de 20 estudiantes de una escuela secundaria de la Ciudad de México. La secuencia didáctica se implementó en cinco sesiones de 50 minutos cada una y está relacionada con el Proceso de Desarrollo de Aprendizaje de primer grado: *Identifica eventos en los que interviene el azar, determina el espacio muestral y experimenta* (Secretaría de Educación Pública, 2022). Las actividades fueron diseñadas con la intención de que los alumnos aprendieran los enfoques clásico y frecuencial, además de otros conceptos básicos de probabilidad (azar, espacio muestral y frecuencia relativa) y para ello se utilizó el contexto de los juegos de azar.

Los instrumentos para la recolección de datos que fueron considerados en la investigación son:

- *Diario de clase:* utilizado en cada sesión como instrumento para registrar de forma sistemática lo observado en el aula durante la implementación de la secuencia didáctica.
- *Hojas de trabajo:* utilizadas durante las cinco sesiones, en ellas se incluyeron actividades diseñadas para el estudio de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad.
- *Cuestionarios de exploración*: se aplicó un cuestionario de exploración inicial, antes de implementar la secuencia didáctica, para conocer los conocimientos previos de los alumnos, y otro de exploración final para evaluar lo aprendido tras su implementación.

Los datos obtenidos de la aplicación de los cuestionarios de exploración inicial y final y de las actividades implementadas durante el desarrollo de las sesiones fueron analizados, con atención a las intuiciones y conocimientos expresados por los estudiantes en sus respuestas sobre los enfoques frecuencial y clásico y sobre otras nociones básicas de la probabilidad.

Para asegurar la validez del proceso de investigación, se llevó a cabo la triangulación de datos, ya que se verificó y se comparó la información obtenida en diferentes momentos (al inicio, durante y al término de la implementación de la propuesta didáctica) mediante distintos métodos (cuestionarios, observación participante y análisis de las actividades en las hojas de trabajo). A través de ellos se pudo analizar la evolución de los estudiantes en el aprendizaje de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad.

Diseño e implementación de la secuencia didáctica

A partir de los resultados obtenidos de la aplicación del cuestionario de exploración inicial, se diseñó una secuencia didáctica con el propósito de favorecer el aprendizaje de las nociones básicas de la probabilidad, de tal manera que los estudiantes superaran las dificultades identificadas en dicho cuestionario. La secuencia diseñada incluyó actividades basadas en el uso de juegos de azar, como monedas, dados, ruleta y urna, con el fin de estimular el interés y la participación del alumnado. En la Tabla 1 se presentan las sesiones, sus objetivos y las actividades realizadas durante la implementación de la propuesta didáctica.

Tabla 1

Sesiones desarrolladas con sus respectivos objetivos y actividades

Sesión	Objetivo de la sesión	Actividades realizadas
Sesión 1 Juegos de azar	Que los estudiantes identifiquen juegos que dependen y los que no del azar	- Preguntas detonadoras: *¿alguna vez han jugado un juego que dependa del azar?*, ¿cómo saben que estos juegos son de azar? - Clasificar en una tabla juegos que dependen y los que no del azar
Sesión 2 Lanzamiento de monedas	Que los estudiantes utilicen el enfoque frecuencial y lo vinculen con la probabilidad clásica mediante el lanzamiento de monedas Aplicación de la regla de Laplace	- Pregunta detonadora: *Si lanzo una moneda, ¿qué crees que saldrá: sol o águila?* - Lanzamiento de monedas, registro de los resultados en una tabla de frecuencias y cálculo de frecuencias relativas - Uso de la regla de Laplace para obtener la probabilidad clásica - Comparación de resultados entre la probabilidad frecuencial y clásica

Tabla 1

Sesiones desarrolladas con sus respectivos objetivos y actividades (continúa)

Sesión	Objetivo de la sesión	Actividades realizadas
Sesión 3 Lanzamiento de dados	Que los estudiantes utilicen el enfoque frecuencial y lo vinculen con la probabilidad clásica mediante el lanzamiento de un par de dados Obtención del espacio muestral Aplicación de la regla de Laplace	- Juego de carrera de caballos con el lanzamiento de un par de dados, suma de los puntos de los dados de ambas caras, registro en una tabla de frecuencias y cálculo de las frecuencias relativas - Obtención de todos los resultados al lanzar un par de dados (espacio muestral) - Uso de la regla de Laplace para obtener la probabilidad clásica - Comparación de resultados entre la probabilidad frecuencial y clásica
Sesión 4 Uso de la ruleta	Que los estudiantes utilicen el enfoque clásico para la toma de decisiones y vinculen dicho enfoque con la probabilidad frecuencial mediante el juego de la ruleta	- Obtención de la probabilidad teórica para la toma de decisiones sobre qué casilla tiene mayor probabilidad de caer al girar la ruleta. - Realización de la experiencia aleatoria con el uso de la ruleta y registro en una tabla de frecuencias - Obtención del espacio muestral - Comparación de resultados entre la probabilidad teórica y frecuencial
Sesión 5 Uso de la urna	Que los estudiantes utilicen el enfoque clásico para la toma de decisiones y vinculen dicho enfoque con la probabilidad frecuencial en el contexto de la urna	- Obtención de la probabilidad teórica para la toma de decisiones y elegir la opción con mayor probabilidad en el contexto de la urna - Realización de la experiencia aleatoria con el uso de la urna y registro en una tabla de frecuencias - Obtención del espacio muestral en el contexto de la urna - Comparación de resultados entre la probabilidad teórica y frecuencial

Resultados

Se analizan las respuestas de los estudiantes en los cuestionarios inicial (CI) y final (CF) y en las actividades de la intervención didáctica.

Cuestionarios

Mediante los cuestionarios, se pudo indagar en los conocimientos de los estudiantes para determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos específicos, identificar el espacio muestral y reconocer situaciones aleatorias. En la Tabla 2 se presentan los porcentajes de respuestas correctas de ambos cuestionarios. Es importante señalar que el cuestionario final es una versión modificada del cuestionario inicial, ya que se omitió el primer reactivo, pues este incluye una situación de conteo que constituye un conocimiento previo necesario para que los estudiantes obtengan el espacio muestral. No obstante, en el cuestionario final ya no fue necesario, pues los alumnos ya habían estudiado dicho espacio muestral.

Tabla 2
Porcentajes de respuestas correctas en el CI y CF

Reactivo	% de respuestas correctas en el *CI*	% de respuestas correctas en el *CF*
1. Marlen almuerza en el restaurante de su trabajo de lunes a viernes. Puede elegir entre dos opciones de entrada: sopa o arroz y tres opciones de plato fuerte: milanesa con ensalada (M), enchiladas suizas (E) y alambre (A). ¿Cuántos menús distintos puede seleccionar?	30%	
2. Si se lanza un dado numerado del 1 al 6, ¿cuál es la probabilidad de que salga el número 2?	0%	90%
3. Si lanzas dos dados comunes (numerados del 1 al 6) ¿cuáles son todos los posibles resultados que puedes obtener en este experimento?	0%	80%
4. ¿Puedes saber, antes de tirar los dados, qué número saldrá? Explica tu respuesta.	5%	100%
5. Si lanzas tres monedas al aire al mismo tiempo, ¿cuáles son los posibles resultados que se pueden obtener?	0%	70%
6. Si tú y 3 amigos lanzan las tres monedas simultáneamente, ¿es seguro que todas caigan sol? ¿Por qué?	40%	100%
7. Se ponen en una bolsa obscura seis canicas de diferente color 3 rojas, 2 verdes y una blanca, todas son de igual tamaño. Si metes la mano a la bolsa ¿qué color de canica tiene más probabilidad de salir?	100%	100%

Los resultados del CI muestran que, en el primer reactivo, los estudiantes tuvieron dificultades para obtener todas las combinaciones posibles en un problema de conteo, pues solo el 30% pudo seleccionar todos los menús distintos del restaurante. En el reactivo 2, relacionado con el lanzamiento de un dado, ningún alumno obtuvo la probabilidad de que saliera el número 2. En las respuestas, 12 estudiantes anotaron que había poca probabilidad de que cayera ese número y otros 3 escribieron porcentajes, pero estos fueron erróneos. El resto no respondió el reactivo.

En los reactivos 3 y 5, en los que se debía obtener el espacio muestral, ningún alumno pudo hacerlo; sin embargo, 12 anotaron algunos de los posibles resultados, pero no el total, y el resto no registró ninguna respuesta. El 40% identificaron en el reactivo 6 un evento aleatorio, pues respondieron que no se sabe qué sucederá si cae sol o águila. Algunas respuestas incorrectas fueron: "E2: Depende de la rapidez o la delicadeza con que se lancen las monedas", "E14: Depende de qué lado se lancen".

En las respuestas erróneas de los estudiantes se observó que están presentes ideas subjetivas o intuitivas, basadas en opiniones personales, más

que en ideas formales para estimar la probabilidad de un evento. Por último, en el reactivo 7, todos los estudiantes acertaron al decir que, si meten la mano a la bolsa, hay una mayor probabilidad de sacar una canica roja.

A continuación se describe el desarrollo de las sesiones realizadas durante la implementación de la propuesta didáctica.

Sesión 1. Juegos de azar

La clase comenzó con una breve charla para explorar los conocimientos previos de los alumnos. La docente planteó dos preguntas: ¿Alguna vez han jugado un juego que dependa del azar? ¿Cómo saben que estos juegos son de azar? A la primera pregunta, todos los estudiantes respondieron afirmativamente y mencionaron ejemplos como la lotería, UNO, canicas en la feria y monedas, entre otros. En la segunda, todos los estudiantes coincidieron en que estos juegos "dependen de la suerte". Posteriormente, entre todos los estudiantes, se clasificaron en una tabla elaborada en el pizarrón los juegos mencionados, como aquellos que dependen y los que no del azar.

Sesión 2. Lanzamiento de monedas

Se llevó a cabo una actividad de lanzamiento de monedas; para ello se preguntó a los estudiantes: *Si lanzo una moneda, ¿qué crees que saldrá: sol o águila?* A esta pregunta, 30% respondió acertadamente, argumentando: "no se puede saber lo que sucederá"; 35% recurrió a expresiones que reflejan una comprensión basada en intuiciones personales más que en criterios formales, por ejemplo: "E1: Depende de la suerte", "E2: Seguro que sale más veces sol porque así me pasa siempre", "E3: Sale la mayoría águila". El resto no registró ninguna respuesta.

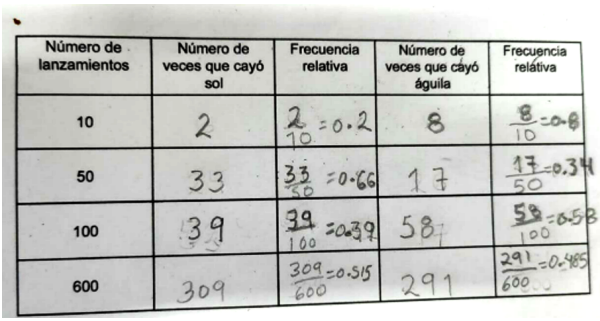
Posteriormente, se organizó a los alumnos en equipos para lanzar la moneda 10 veces, con el propósito de introducir el concepto de probabilidad frecuencial y vincular la experiencia con la noción de probabilidad clásica. A cada estudiante se le entregó una hoja de trabajo en la que debía registrar los resultados de sus lanzamientos. Después de realizar la experiencia aleatoria, los alumnos respondieron tres preguntas para que reflexionaran sobre los resultados del lanzamiento de las monedas: a) *¿cuántas águilas cayeron por jugador?* b) *¿cuántos soles cayeron por jugador?* y c) *si realizan 2 rondas más, ¿creen que obtendrían los mismos resultados?* Aunque los valores de los soles y de las águilas que cayeron al lanzar la moneda variaron entre los equipos, en la tercera pregunta todos los estudiantes coincidieron en que obtendrían resultados similares si lanzaran la moneda 10 veces en 2 rondas más. Enseguida se solicitó a los equipos que repitieran la experiencia dos veces más, de modo que cada alumno

completara un total de tres rondas de lanzamientos. Después de concluidas las tres rondas, la docente preguntó: *¿cuántos soles obtuvieron en total?* Algunas respuestas fueron las siguientes: "E1: De los 30 lanzamientos yo obtuve 21 veces sol" y "E2: Yo obtuve 13 soles". Con estas respuestas los estudiantes pudieron notar que, aunque todos realizaron el mismo número de lanzamientos, los resultados no fueron idénticos, lo que evidenció la naturaleza impredecible del experimento.

En el pizarrón se anotó el número de veces que cayeron sol y águila de cada equipo y, posteriormente, se sumaron dichos valores. Después, la docente introdujo el concepto de frecuencia relativa. Para ello, solicitó a los estudiantes que elaboraran una tabla en la que dividieran el número de veces en que ocurrió un evento entre el número total de resultados obtenidos en la experiencia aleatoria. Los estudiantes debían obtener la frecuencia relativa para 10, 50, 100 y 600 lanzamientos, los cuales se realizaron en equipo (10 lanzamientos), o bien se sumaron los obtenidos de algunos o de todos los equipos (50, 100 y 600 lanzamientos), y se anotaron en el pizarrón. En la Figura 1 se muestra la tabla elaborada por el E17, en la que se obtienen correctamente valores decimales de las frecuencias relativas. Cabe señalar que ninguno de los estudiantes tuvo dificultades para expresar dichas frecuencias en forma decimal.

Figura 1

Tabla de frecuencias relativas elaborada por E17 en el lanzamiento de monedas



Número de lanzamientos	Número de veces que cayó sol	Frecuencia relativa	Número de veces que cayó águila	Frecuencia relativa
10	2	$\frac{2}{10}=0.2$	8	$\frac{8}{10}=0.8$
50	33	$\frac{33}{50}=0.66$	17	$\frac{17}{50}=0.34$
100	39	$\frac{39}{100}=0.39$	58	$\frac{58}{100}=0.58$
600	309	$\frac{309}{600}=0.515$	291	$\frac{291}{600}=0.485$

Con respecto a esta tabla, la docente preguntó: *¿qué observan en estos valores? ¿Cómo es la cantidad de soles que cayeron con respecto a las águilas en cada caso?* Algunas respuestas fueron: "E17: Con 10 lanzamientos nosotros obtuvimos 2 soles", "E12: De los 600 lanzamientos que hicimos entre todo el grupo, 309 cayeron sol y 291 cayeron águila". El resto de los estudiantes dio respuestas similares.

Enseguida, la docente presentó la regla de Laplace como una fórmula fundamental de la probabilidad teórica, aplicable cuando todos los sucesos

de un experimento son equiprobables. Posteriormente, planteó algunas preguntas que fueron respondidas por los estudiantes como sigue:

Docente: *¿cuántos posibles resultados hay al lanzar una moneda?*
E11: *La moneda sólo puede caer águila o sol*
Docente: *Si utilizan la regla de Laplace para obtener la probabilidad de que al lanzar la moneda caiga sol, ¿cómo quedaría?*
E7: *Según yo sería: la probabilidad de que salga sol es igual a 1 entre 2.*
Docente: *Es correcto, y si un medio lo expresamos en decimal, ¿cómo quedaría?*
E7: *Pues creo que se divide 1 entre 2 y queda cero punto 5*

El resto de los estudiantes estuvo de acuerdo con esas respuestas, por lo que la docente solicitó que compararan este valor (0.5) con los valores de la frecuencia relativa cuando cayó sol. Algunos estudiantes dieron las siguientes respuestas: "E6: Los valores de la tabla también son decimales como 0.5", "E5: Los valores de las frecuencias relativas son un poquito más grandes o un poquito más pequeños que 0.5, pero el valor más cercano es 0.515". Estas respuestas reflejan que los estudiantes perciben que se trata de valores similares.

La intención de la docente en esta actividad era que los estudiantes observaran que la probabilidad teórica sugiere un resultado equitativo (50%-50%), pero que en la práctica los resultados pueden variar y que, entre más lanzamientos se realicen, nos acercamos más a esos valores.

Sesión 3. Lanzamiento de dados

En esta sesión se realizó la actividad "carrera de caballos". Para la actividad, se formaron equipos y se repartió a cada estudiante un tablero de carrera de caballos y un par de dados. Se explicó que en la carrera participan 12 caballos numerados del 1 al 12 y se dijo que, antes de empezar el juego, debían apostar por un caballo en el que consideraban que podían ganar. Por turnos, los alumnos debían lanzar dos dados, sumar los puntos de cada uno y el caballo con ese número de puntos avanzaba una casilla, que debían registrar con una marca en la tabla. Gana el caballo que llegue primero a la meta. Antes de iniciar el juego, la docente preguntó: *¿a cuál caballo crees que debes apostar? y ¿por qué?* El E5 respondió: "Yo al 5, porque es mi número de la suerte".

Otros tres estudiantes dijeron que elegían ese número porque sentían que con ese podían ganar. Después de que se llevó a cabo el juego con el lanzamiento de dados, hubo un caballo ganador y la docente planteó otras preguntas que fueron respondidas por los estudiantes como sigue:

Docente: *¿Volverían a apostar por el mismo caballo? ¿Por qué?*
E8: *No porque casi no salió el 10*
Docente: *¿A qué caballo no apostarían? ¿Por qué?*

E1: *Al 1 porque nunca sale*

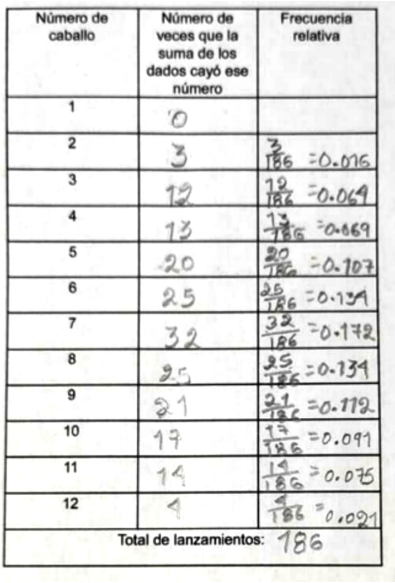
Docente: *¿Creen que hay un caballo que tenga mayor probabilidad de ganar?*

E4: *Vi que los números que más salieron fueron el 7 y 8 pero como salió más el 8 voy a elegir ese*

Todos los estudiantes coincidieron en que no apostarían al 1, porque la menor suma de puntos que se puede obtener es 2, y 12 alumnos señalaron que les convendría apostar al 6, 7, 8 o 9 porque se dieron cuenta de que son las sumas de números que aparecen con mayor frecuencia. Posteriormente, se pidió que llevaran a cabo dos juegos más de lanzamiento de dados, que registraran en la tabla las sumas obtenidas y que calcularan la frecuencia relativa de cada número en el total de lanzamientos. En la Figura 2 se presenta la tabla que completó el E9, en la que obtuvo correctamente las frecuencias relativas de los resultados al lanzar los dados.

Figura 2

Tabla de frecuencias relativas elaborada por el E9 en el juego de carrera de caballos

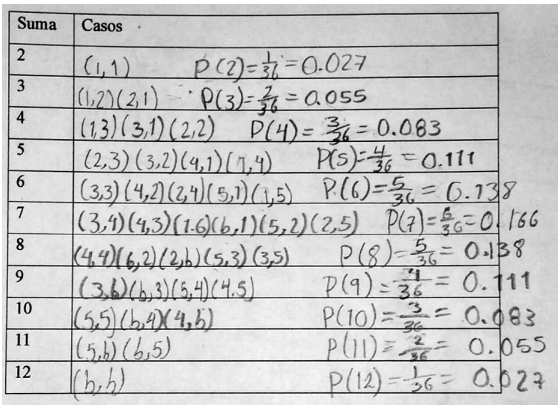


Número de caballo	Número de veces que la suma de los dados cayó ese número	Frecuencia relativa
1	0	
2	3	$\frac{3}{186}$ =0.016
3	12	$\frac{12}{186}$ =0.064
4	13	$\frac{13}{186}$ =0.069
5	20	$\frac{20}{186}$ =0.107
6	25	$\frac{25}{186}$ =0.134
7	32	$\frac{32}{186}$ =0.172
8	25	$\frac{25}{186}$ =0.134
9	21	$\frac{21}{186}$ =0.112
10	17	$\frac{17}{186}$ =0.091
11	14	$\frac{14}{186}$ =0.075
12	4	$\frac{4}{186}$ =0.021
Total de lanzamientos: 186		

Después de que los alumnos completaron la tabla anterior, la docente solicitó que obtuvieran el espacio muestral del lanzamiento de un par de dados y que calcularan la probabilidad teórica de que saliera cada suma de números; esto, con la intención de que se dieran cuenta a cuál caballo conviene más apostar; un ejemplo de ello es el trabajo del E7 (Figura 3), quien obtuvo correctamente todos los valores. Es importante señalar que ningún estudiante tuvo dificultades al realizar esta tarea.

Figura 3

Respuestas del E7 sobre el espacio muestral del lanzamiento de un par de dados



Suma	Casos
2	(1,1) $P(2)=\frac{1}{36}=0.027$
3	(1,2)(2,1) $P(3)=\frac{2}{36}=0.055$
4	(1,3)(3,1)(2,2) $P(4)=\frac{3}{36}=0.083$
5	(2,3)(3,2)(4,1)(1,4) $P(5)=\frac{4}{36}=0.111$
6	(3,3)(4,2)(2,4)(5,1)(1,5) $P(6)=\frac{5}{36}=0.138$
7	(3,4)(4,3)(1.6)(6,1)(5,2)(2,5) $P(7)=\frac{6}{36}=0.166$
8	(4,4)(6,2)(2,6)(5,3)(3,5) $P(8)=\frac{5}{36}=0.138$
9	(3,6)(6,3)(3,4)(4.5) $P(9)=\frac{4}{36}=0.111$
10	(5,5)(6,4)(4,6) $P(10)=\frac{3}{36}=0.083$
11	(5,6)(6,5) $P(11)=\frac{2}{36}=0.055$
12	(6,6) $P(12)=\frac{1}{36}=0.027$

Después de lo anterior, la docente planteó otras preguntas con la intención de que los estudiantes compararan los valores de las frecuencias relativas con los valores de la probabilidad teórica del lanzamiento del par de dados y para verificar que todos obtuvieran correctamente el espacio muestral, y además, que indicaran las distintas formas en que pueden caer los dados para que la suma de los puntos de los dados sea 3 y cuál número tiene mayor probabilidad de caer. En ese sentido, se llevó a cabo la siguiente interacción entre la docente y los estudiantes.

Docente: *¿Cómo son los valores de las frecuencias relativas con respecto a los valores que obtuvieron utilizando la regla de Laplace?*

E14: *Pues se parecen un poco*

Docente: *Al lanzar los dados, ¿de cuántas maneras diferentes es posible que caigan?*

E18: *Yo conté que son 36*

E2: *Yo también digo que son 36*

Docente: *Correcto. Ahora, si la suma de los dados es igual a 3 ¿de cuántas maneras pueden caer ambos dados?*

E15: *De 2 distintas maneras, 1+2 y 2+1*

Docente: *¿Cuál número tiene mayor probabilidad de caer?*

E7: *Según yo es el 7*

E11: *Cuando lanzamos los dados los números que más salieron fueron el 6, 7, 8 y 9 pero cuando obtuvimos el espacio muestral vi que el que es más probable que salga es el 7.*

Mediante las preguntas anteriores, todos los estudiantes pudieron darse cuenta de que, al lanzar los dados, la suma de 7 tiene mayor probabilidad de salir. En esta actividad se definió el espacio muestral como el conjunto de todos los resultados posibles de una experiencia aleatoria. Es importante señalar que, al igual que en la actividad de la sesión 2, los estudiantes

pudieron concluir que, cuando el experimento se repite muchas veces, el valor de la probabilidad frecuencial se aproxima al de la probabilidad teórica.

Sesiones 4 y 5. Ruleta y urna

En estas sesiones, la intención era que los estudiantes anticiparan los resultados mediante el uso de la probabilidad teórica, de tal forma que les ayudara a tomar decisiones sobre la opción que conviene elegir antes de realizar la experiencia aleatoria. Para ello, se utilizaron la ruleta y la urna. El trabajo con la ruleta se llevó a cabo mediante una historieta que ejemplifica un caso en el que es posible aplicar la probabilidad teórica antes de realizar la experiencia aleatoria; se repartió una historieta de tres páginas. Para su lectura, se pidió la participación de dos estudiantes, quienes interpretaron a los personajes y leyeron los diálogos en voz alta. La historia comienza cuando Dani necesita reunir 300 pesos para seguir disfrutando de la feria. Antes de girar una ruleta para intentar ganar dinero, se pregunta si se podrá obtener esa cantidad, lo que da pie a utilizar el concepto de probabilidad teórica como herramienta útil para tomar decisiones informadas. Con respecto a esta narrativa, la docente preguntó: *¿cuál es la probabilidad de que Dani obtuviera los 300 pesos?*, algunos ejemplos de las respuestas de los estudiantes fueron: "E2: Viendo la ruleta puedo decir que hay 12 casos favorables de un total de 16", "E7: Se puede decir que Dani tiene mucha probabilidad de ganar 300 o más porque hay varias cantidades que son mayores o iguales que 300".

Los alumnos identificaron el número de casos posibles en una ruleta con cantidades monetarias. La intención era que comprendieran que no solo las casillas con la cantidad exacta de $300 representaban casos favorables, sino también las que contenían montos superiores. En la realización de esta actividad, todos los estudiantes dieron una respuesta correcta utilizando la probabilidad teórica, y se pudo concluir que, para calcular esta probabilidad, no es necesario llevar a cabo el experimento —como ocurre en la probabilidad frecuencial—, sino que basta con conocer dos datos: el conjunto total de resultados posibles en una situación aleatoria y el número de resultados que favorecen al evento en cuestión.

Con el uso de la urna, los estudiantes también pudieron utilizar la probabilidad teórica para la toma de decisiones al predecir qué canica tiene mayor probabilidad de salir al meter la mano en una urna, de tal forma que, al llevar a cabo la experiencia, el 60% acertó en sus predicciones. Cabe destacar que durante la experiencia los estudiantes registraron los datos en una tabla de frecuencias, obtuvieron el espacio muestral y compararon los resultados entre la probabilidad teórica y la frecuencial. Con esta actividad

quedó claro para los estudiantes que la decisión que tomen, apoyados en el uso de la probabilidad clásica, no es la que ocurrirá si se realiza la experiencia, sino la más probable.

En los resultados del CF se observó que todos los estudiantes evolucionaron satisfactoriamente (Tabla 2), pues de los 20 estudiantes, 18 resolvieron correctamente el 85% de los reactivos, mientras que los otros 2 resolvieron acertadamente solo el 40%, debido a su asistencia poco regular durante la implementación de la propuesta didáctica. Cabe señalar que en este cuestionario, 5 de los 20 estudiantes no pudieron obtener la totalidad del espacio muestral, lo que sugiere la necesidad de plantear más actividades que permitan obtener todos los resultados posibles en una experiencia aleatoria.

Algunas diferencias entre los resultados del CI y del CF se ilustran en las respuestas a los reactivos 2 y 4. En el reactivo 2 se preguntó: *si se lanza un dado numerado del 1 al 6, ¿qué probabilidad hay de que salga el número 2?* El 90% lo respondió correctamente, expresando la probabilidad como una fracción; en el CI, ninguno de los estudiantes pudo resolverlo. En el reactivo 4 se preguntó: *¿puedes saber, antes de tirar un par de dados, qué número saldrá?* Todos los estudiantes anotaron que no se puede saber qué número saldrá, lo cual es correcto, por lo que pudieron darse cuenta de que se trataba de un evento aleatorio cuyo resultado no puede predecirse con certeza. En el CI, los estudiantes dieron respuestas como: "Si se lanzan de una forma horizontal y lenta, sí se puede saber".

Estos resultados permitieron observar cómo los estudiantes de primer grado de secundaria pasaron de tener concepciones intuitivas, subjetivas y erróneas sobre algunas situaciones de probabilidad a desarrollar ideas más formales y estructuradas mediante el uso de dados, monedas, urnas y ruletas.

Es importante señalar que durante la implementación de la secuencia didáctica se llevó a cabo una evaluación formativa, apoyada en un proceso continuo y sistemático de evaluación del aprendizaje de los estudiantes, de modo que se monitoreó el progreso de cada uno y se proporcionó retroalimentación inmediata.

Consideraciones finales

Los resultados muestran que los estudiantes comprenden los conceptos de probabilidad teórica, probabilidad frecuencial, frecuencia relativa y espacio muestral de una experiencia aleatoria cuando se trabajan mediante situaciones que involucran juegos de azar.

En las sesiones 2 y 3, cuando se trabajó con el uso de monedas y dados, los estudiantes pudieron obtener la probabilidad de un evento a partir de las frecuencias relativas de los resultados favorables, y se concluyó que, al

incrementarse las repeticiones en una experiencia aleatoria, el valor de la frecuencia relativa se aproxima al de la probabilidad teórica. Con el uso de la ruleta y la urna, en las que utilizaron la probabilidad clásica para la toma de decisiones, los estudiantes comprendieron que dicha probabilidad clásica sirve como referencia para la toma de decisiones probabilísticas, pero no decide por sí misma. Es decir, proporciona información útil para elegir, aunque nunca determina cuál es la mejor opción; únicamente indica qué es lo más probable que ocurra.

Entre los hallazgos más relevantes, destaca que en el CF se observó un mejor conocimiento para estimar la probabilidad de que ocurran determinados eventos, identificar el espacio muestral, identificar situaciones aleatorias y argumentar respuestas más fundamentadas en los conocimientos probabilísticos adquiridos durante el desarrollo de la secuencia didáctica. Por parte de la docente, se adquirió una visión más amplia sobre la enseñanza de los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad, reconociendo la necesidad de implementar juegos de azar que promuevan el análisis y la reflexión de los estudiantes.

Referencias

Batanero, C., Begué, N., Álvarez-Arroyo, R., & Valenzuela-Ruiz, S. M. (2021). Prospective mathematics teachers understanding of classical and frequentist probability. *Mathematics, 9*(19), 2526. https://doi.org/10.3390/math9192526

Eichler, A., & Vogel, M. (2014). Three approaches for modelling situations with randomness. En E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 75–99). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_4

Gómez, E., Contreras, J. M., & Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para Educación Primaria en Andalucía. En C. Fernández-Verdú, M. Molina, & N. Planas (Eds.), *Investigación en educación matemática XIX* (pp. 73–87). SEIEM.

Martínez, S. A., & Sánchez, E. A. (2021). Análisis de las intuiciones y conocimientos sobre probabilidad de estudiantes de bachillerato. *PARADIGMA, 41*(e1), 342–369. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p342-369.id1028

Nilsson, P. (2014). Experimentation in probability teaching and learning. En E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 509–532). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_28

Provost, A., Lim, S. S., York, T., & Panorkou, N. (2022). Bridging frequentist and classical probability through design. En A. E. Lischka, E. B. Dyer, R. S. Jones, J. N. Lovett, J. Strayer, & S. Drown (Eds.), *Proceedings of the forty-fourth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1548–1556). Middle Tennessee State University. https://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2044%202022%20Proceedings.pdf

Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática, 21*(2), 39–77.

Secretaría de Educación Pública. (2022). *Programa de estudio para la educación secundaria: Programa Sintético de la Fase 6*. SEP. https://www.sev.gob.mx/educacion-basica/secundaria/consejo-tecnico-escolar-2025-2026/cte-sesion1/programa-sintetico-secundaria-fase-6/

Vásquez, C., & Alsina, Á. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: Situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 19*(2), 441–462.

Análisis de experiencias en el aula

¿Qué haremos con la basura? Proyecto de enseñanza de estadística en alumnos de secundaria

What Will We Do with the Waste? A Statistics Teaching Project for Secondary School Students

Juan Carlos Huerta Orozco | juan.huerta.oro@chih.nuevaescuela.mx
Escuela Secundaria Técnica 19 , Chihuahua, México.

Recepción: 14 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen
Este artículo reporta una experiencia de enseñanza de un proyecto integrador realizado en el marco de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Dicho proyecto integrador se llevó a cabo en una escuela secundaria de la comunidad de Ignacio Zaragoza, Chihuahua. El proyecto tuvo como objetivo tratar de dar solución a la problemática del manejo de los residuos en la escuela y, posteriormente, el manejo de residuos en la comunidad. El diseño consideró múltiples tareas que buscaron promover la obtención, organización, presentación y el análisis de datos para promover acciones sociales a favor del medio ambiente, así como la proyección a futuro de lo que se puede lograr o no de llevar a cabo dichas acciones. Entre las dificultades se encuentra la integración entre los diferentes campos formativos, donde se sugiere que la estadística logra tender un puente entre los diferentes saberes, al integrar al conocimiento contextual. Se informa en el presente los resultados mostrados por los alumnos de tercer grado.

Palabras clave
Estadística, manejo de datos, Nueva Escuela Mexicana, proyecto integrador.

Autor de correspondencia | Juan Carlos Huerta Orozco

Huerta Orozco, J. C. (2026). ¿Qué haremos con la basura? Proyecto de enseñanza de estadística en alumnos de secundaria. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 33–47.
https://doi.org/10.24844/REMED/0202.02

Abstract
This article reports on a teaching experience involving an integrative project carried out within the framework of the New Mexican School (NEM). This integrative project was implemented in a secondary school in the community of Ignacio Zaragoza, Chihuahua. The objective of the project was to address the problem of waste management at the school and, subsequently, waste management in the community. The design included multiple tasks aimed at promoting the collection, organization, presentation, and analysis of data in order to foster social actions in favor of the environment, as well as future projections of what could or could not be achieved through the implementation of such actions. Among the difficulties identified was the integration of the different formative fields, where it is suggested that statistics can build a bridge among different areas of knowledge by incorporating contextual knowledge. This article presents the results shown by third-year secondary school students.

Keywords
Statistics, data management, New Mexican School, integrative project.

Introducción

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) fue impulsada en 2019 para promover una "educación bajo un enfoque de igualdad y derechos humanos en todos los niveles educativos" (Ventura, 2023, p. 165). La NEM propone una educación integral desde un enfoque humanista (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2019), que busca fomentar en niñas, niños y adolescentes "aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo a lo largo del trayecto de su formación" (p. 2).

La NEM plantea una educación basada en campos formativos (SEP, 2024) donde se enlazan distintas materias. Los campos formativos son 1) Lenguajes, 2) Saberes y pensamiento científico (SyPC), 3) Ética, naturaleza y sociedad y 4) De lo humano y lo comunitario. El propósito de este enlace de asignaturas es "una mayor vinculación entre conocimientos, impulsando la comprensión de las situaciones" (p. 12) que acontecen en el contexto del alumnado. Estas situaciones contextuales, en conjunto con el diagnóstico y el reconocimiento de las expectativas y voces de niñas, niños y adolescentes, integran la lectura de la realidad. Así pues, los alumnos están llamados a utilizar el conocimiento de los campos formativos para fomentar una transformación desde la lectura de la realidad (p. 55). El campo de SyPC en educación básica aspira a la búsqueda de soluciones para problemáticas contextuales, donde se "describan, registren, argumenten y formalicen las interpretaciones de fenómenos y procesos naturales y socioculturales" (SEP, 2024, p. 57). Es posible deducir, entonces, que la disciplina que coadyuva al logro de la búsqueda de soluciones descrita anteriormente es la estadística.

La estadística, históricamente impartida en los niveles de educación media superior y superior, ha sido enseñada mediante enfoques de uso de fórmulas sin reflexión desconectados de los intereses y realidades de la sociedad (Lemus & Brun Battistini, 2023). Así pues, en la enseñanza de la estadística se prioriza la resolución de ejercicios descontextualizados, la mecanización de procedimientos y la entrega de un resultado sin fomentar el análisis. En contraste, Makar y Rubin (2009) proponen, para la enseñanza de la estadística, tareas que involucran a niñas, niños y adolescentes en el contexto de los datos. Además, dichas tareas deben permitir a los alumnos experimentar para obtener datos, que posteriormente se discuten en comunidad para argumentar una conclusión probabilística con base en los datos recabados (Makar, 2013).

La NEM sugiere el uso de distintas metodologías sociocríticas para guiar el trabajo docente con los alumnos y perseguir el desarrollo de proyectos integradores. El principal objetivo de los proyectos integradores es "desarrolla[r] competencias para observar, planear, diseñar y realizar acciones sistemáticas y pertinentes para el logro de cambios en el entorno" (Hewitt Ramírez, 2007, p. 238). De acuerdo con Pineda Castillo et al. (2025), un proyecto integrador, "más allá de demandar el uso de habilidades académicas, exige a los estudiantes optar por una mirada crítica hacia lo que observan y con lo que interactúan" (p. 5). Así pues, los proyectos integradores logran entrelazar los diferentes campos formativos y promueven el aprendizaje de los alumnos, así como una transformación de la comunidad y pueden ser un buen medio para implementar las tareas sugeridas por Makar y Rubin (2009).

Específicamente, para el campo formativo de SyPC, la metodología propuesta es STEAM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas, por sus siglas en inglés). Esta metodología se basa principalmente en las matemáticas, la aptitud para manejar números, realizar cálculos y pensar lógicamente "para interpretar y analizar información, simplificar y resolver problemas, evaluar riesgos y tomar decisiones informadas" (SEP, 2022, p. 71). Dicha metodología permite abordar deficiencias en el desarrollo académico actual al permitir la resolución de problemas no solo teóricos, sino del mundo real donde se desenvuelven los estudiantes (Trejo Trejo et al., 2024).

Con base en estas afirmaciones, aunado al propósito del campo formativo de SyPC, la propuesta de proyectos integradores y el enfoque metodológico STEAM, es posible inferir que la NEM promueve el uso de la estadística como herramienta que permite la lectura de la realidad a partir de los datos que la comunidad produce, así como la posterior transformación fundamentada de dicha realidad.

El presente artículo busca mostrar el uso de la estadística en el desarrollo de proyectos integradores en el marco de la NEM.

Marco teórico

En el marco de la NEM, el campo formativo de SyPC "demanda un enfoque interdisciplinario y transdisciplinario para ofrecer explicaciones desde las ciencias y los saberes de las comunidades" (SEP, 2022, p. 69). El marco metodológico STEAM, según Terán-Bustamante et al. (2024), promueve habilidades fundamentales para desarrollar a las personas, así como a las naciones, en un mundo complejo interconectado y cambiante. Además, integra disciplinas mediante ideas que permiten ser mediadas dependiendo de la disciplina desde donde se le observa para solucionar problemas reales (Gras & Alí, 2023).

Dado que la educación propuesta por la NEM considera un enfoque interdisciplinario y de indagación, Gras y Alí (2023) proponen que se plantee desde cuatro diferentes enfoques, entre los que destacan la visión de desarrollo sostenible y el bienestar social. Dicha visión, aunada a la metodología STEAM, permite al alumnado visualizar la necesidad de proyectos interdisciplinarios y los sensibiliza para conectar con la comunidad en la que conviven y su entorno, incluyendo la cultura y la biodiversidad.

La metodología STEAM, como es propuesta por la SEP (2022), está compuesta por cinco diferentes fases:

1) Fase 1. Con base en la lectura de la realidad, se introduce al tema y se cuestionan los saberes previos. Posteriormente se identifica una problemática que permita la indagación y se establecen preguntas de investigación. Cabe recalcar que dicha problemática debe partir del contexto y vincularse con la comunidad.
2) Fase 2. Se realiza el diseño de la investigación, otorgando roles y tiempos de entrega. Se inicia con la indagación, se recopilan datos y se generan hipótesis que puedan dar respuesta a las preguntas de investigación. Estas hipótesis pueden incluir descripciones, comparaciones, distinciones o regularidades que se consideren importantes en el contexto de las preguntas.
3) Fase 3. Se establecen conclusiones con base en el análisis e interpretación de los datos recabados. Se clarifican conceptos y explicaciones relacionadas con la problemática.
4) Fase 4. Se presentan los resultados de la indagación y se elaboran propuestas de acción para tratar de dar solución a la problemática. Es importante considerar que la problemática se resuelve en la medida de lo que está al alcance de la comunidad educativa.

5) Fase 5. Se entra en un ciclo de reflexión sobre lo realizado, los planes de trabajo, las acciones de cada integrante y del grupo, procesos, logros, dificultades, fracasos y otras cuestiones que considere la comunidad educativa. Este análisis a posteriori se conoce como la fase de metacognición.

Metodología y análisis de datos

La experiencia de enseñanza se llevó a cabo en la escuela secundaria técnica 19, ubicada en Ignacio Zaragoza, Chihuahua. Dicha experiencia de enseñanza se basó en la aplicación de un proyecto integrador. El proyecto buscó promover acciones para un mejor manejo de los residuos generados en la escuela y en la comunidad. Dicha problemática fue propuesta en plenaria con base en la lectura de la realidad, realizada por alumnos y docentes. En el presente artículo se muestran las tareas y los resultados, desde el campo formativo de SyPC con hincapié en la asignatura de matemáticas, de los alumnos de tercer grado.

Con base en la metodología STEAM, que busca resolver problemáticas mediante proyectos prácticos, se trató de fomentar la obtención, organización y presentación de datos, para posteriormente realizar un análisis de los mismos para promover acciones que posiblemente podían coadyuvar a la solución de la problemática. Específicamente, los procesos de aprendizaje (PDA) de matemáticas, relacionados directamente con estadística, que dieron soporte pedagógico al proyecto integrador fueron los siguientes: 1) usar tablas, gráficas de barras y circulares para el análisis de información y 2) determinar y comparar las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y de dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos para tomar decisiones.

Tomando en cuenta las fases de la metodología STEAM se diseñaron distintas tareas para cumplir con las fases necesarias respectivamente.

Fase 1

Con la finalidad de introducir el tema y que los alumnos conocieran de mejor forma el contexto de los datos, se debatió de manera superficial acerca de la problemática del manejo de los residuos en la escuela y la comunidad. Con base en las respuestas de los alumnos, se realizaron algunas preguntas para guiar la discusión, de manera que se reflexionó en por qué el manejo de residuos seguía siendo un problema a pesar de los esfuerzos de limpieza. Entre las respuestas de los alumnos, se encontró una crítica hacia la cultura del desecho y al consumismo.

Posteriormente, se les solicitó una investigación documental sobre los tipos de residuos. Los alumnos, con base en lo investigado, pudieron

reconocer que no todos los residuos son basura. En este punto, surgieron las preguntas de investigación del proyecto integrador: ¿cuál es el residuo que más se genera en la escuela? ¿Cuál es el residuo que más se genera en la comunidad?

Una vez que se enunciaron las preguntas, los alumnos inmediatamente comenzaron a inferir que el residuo más generado debía ser el plástico. Dicha inferencia vino directamente de la observación directa y de la experiencia de los alumnos. En este punto, algunos alumnos expusieron algunas razones completamente contextuales como: "creo que el plástico porque es lo que más venden", "en mi casa se desecha mucho plástico, entonces en las otras casas también", "en las calles se ve puras bolsas, entonces es el plástico", etcétera. El docente decidió tomar una postura escéptica, en la que sugirió que necesitaban evidencia para poder asegurar que sus intuiciones eran correctas.

Con base en estas razones mostradas, el docente decidió aprovechar el momento y promovió un breve debate respecto a qué datos recopilar. Los alumnos discutieron respecto a cuál era la forma preferible de cuantificar la cantidad de basura, contando desechos (por ejemplo, contando bolsas de plástico) o pesándolos por tipo. Con ayuda del profesor, llegaron a la conclusión de que era preferible cuantificar la masa (en kilogramos) de los desechos. Esta decisión fue fundamentada para que los alumnos consideraran que los datos recopilados pueden afectar el resultado, además de promover la visión de posibles escenarios que refuten sus conclusiones.

Fase 2

Se inició el proceso de indagación, donde se solicitó a los alumnos investigar sobre alternativas del manejo de los residuos (5R's, compostaje, separación de residuos) y qué tipo de residuos se pueden considerar basura. Aunado a esto, se les solicitó conocer la composición y el tiempo de degradación de los residuos para que se reintegren a la biosfera. Finalmente, se les preguntó si hay residuos que pueden dañar las diferentes capas de suelo que deban tener un manejo especial.

Con base en lo investigado, se llevó a cabo un análisis estadístico del tipo de residuo más común en la escuela. Para el análisis, los alumnos dividieron la escuela por zonas, donde se ubican los diferentes contenedores de basura. Por equipos, y con ayuda de básculas, los alumnos realizaron medidas de la masa de residuos generados durante una semana de clases en la zona que eligieron. La investigación anterior permitió a los alumnos considerar la cuantificación por tipos de residuos generados en la escuela. El docente sugirió la actividad de utilizar los datos obtenidos para calcular el promedio de basura generada por semana y el tipo de basura más generada en la

escuela. Esta actividad permitió identificar qué zonas eran las más afectadas por la problemática.

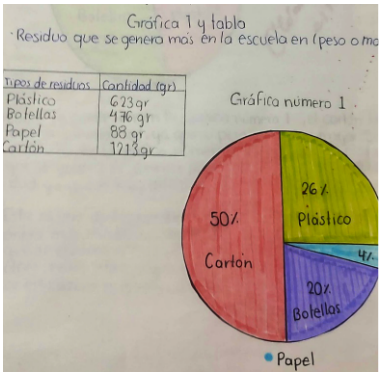
Para expandir el horizonte de consideraciones, se solicitó a los alumnos que analizaran cómo expandir su investigación hacia la comunidad en general. Para recopilar datos de la comunidad en general, los alumnos encuestaron a una muestra para reconocer el tipo de residuo que más se genera en los hogares. Por iniciativa propia, los alumnos decidieron realizar la encuesta de manera digital, a través de formularios de Google que hicieron llegar a través de grupos de WhatsApp. Además, se realizó una jornada de limpieza en la comunidad, en conjunto con el campo formativo De lo humano y lo comunitario. Dicha jornada de limpieza se realizó para cumplir con tres objetivos: 1) los alumnos obtuvieran datos sobre la cantidad de basura que se puede recoger con un grupo de personas organizadas, 2) promover hábitos de vida saludables, mediante el *plogging*, que es una práctica deportiva que combina correr con la recolección de residuos y 3) fomentar los valores de colaboración y solidaridad de los alumnos.

Fase 3

Los alumnos comenzaron a organizar los datos recabados en la jornada de limpieza y la semana de recolección de datos escolares. La pregunta de qué residuo se genera más en la escuela fue contestada con datos recopilados por los alumnos con el uso de básculas. Dichos datos, posteriormente, fueron organizados y utilizados para construir las tablas y gráficas del reporte de investigación (Figura 1). Las dificultades que presentaron los alumnos para la construcción de gráficas de pastel fueron la obtención de porcentajes y su posterior conversión proporcional a porciones de círculo. El docente apoyó con algunos ejemplos guiados.

Figura 1

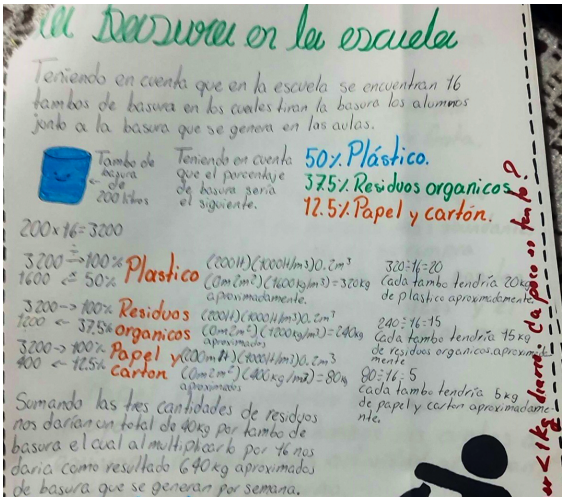
Gráfica construida con los datos recabados



Con base en los datos recopilados, el docente solicitó a los alumnos estimar cuánta basura se tira diariamente en la escuela por zona e inferir cuánta se tira en la comunidad. Posteriormente, se sugirió hacer una proyección sobre la cantidad de residuos generados por la comunidad, dicha proyección se realizó de manera aritmética exclusivamente (Figura 2). Además, se solicitaron propuestas para promover un mejor manejo de los residuos. El docente solicitó dos productos que dependerían de los datos que recabarían los alumnos: 1) implementar una acción para mejorar el manejo de residuos y 2) un reporte de lo realizado, que incluyera una inferencia informal sobre la cantidad de tiempo en que se podría mejorar el problema de la basura en la comunidad. La actividad buscó fundamentar si era posible solucionar el problema y, en caso de una respuesta positiva, proponer en cuánto tiempo habría resultados observables y responder a la pregunta: ¿es posible limpiar por completo la comunidad si cada ciudadano levantara un residuo?

Figura 2

Ejemplo de estimación aritmética de residuos generados en la escuela



Fase 4

Las acciones que llevaron a cabo los alumnos para mejorar el manejo de los residuos fueron las siguientes:

1) Exposición en las escuelas primarias de la comunidad respecto al cuidado del medio ambiente y manejo de residuos. Algunos alumnos sugirieron que el cambio debía tomar en cuenta a las nuevas generaciones, por lo que solicitaron presentar lo encontrado a los alumnos del nivel primaria.

2) Creación de "contenedores de basura" hechos con material de reutilización. Con base en los datos recabados, un grupo de alumnos consideró que hacían falta mayor cantidad de contenedores en la escuela. Por lo tanto, crearon un depósito de basura con las llantas que tenían en un taller de desponchado. El docente aprovechó la oportunidad para solicitar que calcularan el volumen de dichos depósitos. En este mismo orden de ideas, algunos alumnos llevaron solicitudes a la presidencia municipal para que se consiguieran más depósitos para la basura en la comunidad.
3) Contenedor de separación de residuos.
4) Sistema de riego hecho con material reciclado. Un alumno tomó la idea de conectar pedacería de tubos PVC, para hacer un sistema de riego por inundación en uno de los jardines de la escuela.
5) Creación de composta con los residuos orgánicos de la escuela. Los alumnos llevaron algunas llantas, que rellenaron con tierra y residuos orgánicos, para crear composta, que podría ser útil para los jardines escolares.
6) Mural de concientización. Otro grupo de alumnos sugirió que era necesario concientizar a las personas en la calle, por lo que solicitaron permiso para pintar una pared con un mensaje en contra del mal manejo de los residuos.
7) Creación de la campaña de concientización digital a través de las redes sociales. Con el argumento de que "hacer carteles también genera residuos", los alumnos propusieron una campaña de carteles digitales, que subieron a sus redes sociales. Es importante puntualizar que algunos de los carteles estuvieron escritos en inglés, integrando al campo formativo de Lenguajes.

Fase 5

El proceso de metacognición fue llevado a cabo mediante la revisión del reporte final, en la que los alumnos argumentaron la posible solución o no de la problemática. Posteriormente, con base en lo recopilado, el docente realizó algunas preguntas que promovieran el análisis de lo realizado, lo concluido y lo conseguido por el proyecto. La mayoría de los alumnos se mostró receptivo y orgulloso de lo realizado y consideraron que, aunque difícil, era necesario un cambio de cultura para toda la comunidad.

Resultados

Los resultados se analizan con base en las cinco fases del proyecto STEAM. Cada fase tuvo su referente de observación, en la que se utilizaron listas de cotejo y guías de observación para la obtención de datos. En el presente, se

discute específicamente sobre los dos productos realizados en la fase 3 del proyecto integrador.

El producto 1 fue que los alumnos implementaran una acción que pudiera solucionar, aunque sea parcialmente, la problemática de la basura en la escuela y la comunidad. La multiplicidad de diferentes ideas que surgieron de los alumnos da muestra de la creatividad que tienen para la búsqueda de soluciones.

Por ejemplo, se puede poner en el foco de atención a los "tambos", elaborados con llantas y el sistema de riego. Dichos productos pueden fungir como prototipos de cierre de la metodología STEAM. Los depósitos tomaron un desecho (llantas) que son un reto ambiental en cualquier parte del mundo, debido a su composición y lenta degradación, y funcionan como solución para el problema de la falta de depósitos. El sistema de riego se basó en recoger pedazos de material para crear un producto nuevo. Ambos productos demuestran que el enfoque STEAM es positivo para los alumnos, pues los impulsa a buscar soluciones a la problemática desde su conocimiento contextual y hacer uso de su imaginación para promover un cambio en su comunidad.

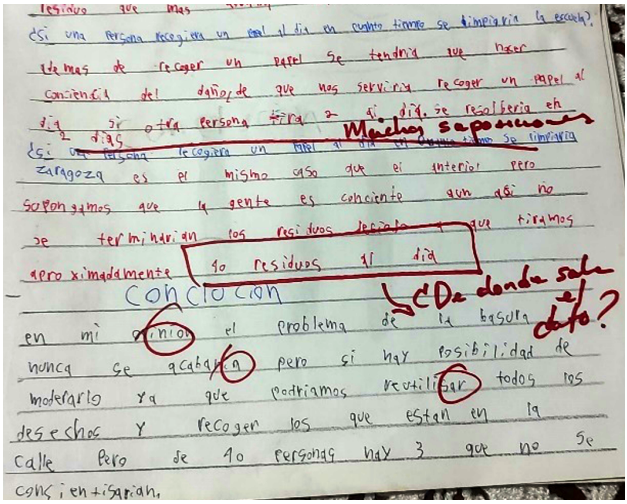
Es posible considerar que el desarrollo del proyecto integrador logró promover el activismo a favor del medio ambiente. El mural pintado, las exposiciones en las primarias y las solicitudes de depósitos a la presidencia municipal sugieren que los alumnos consideraron que era necesario hacer algo para concientizar a la comunidad, ya sea desde la perspectiva de la comunicación del mensaje, así como desde la perspectiva de la responsabilidad social de las personas que se encuentran en posiciones de representación popular.

Respecto al producto 2, los reportes de investigación incluyeron las evidencias estadísticas de las tareas diseñadas (Figura 1). Los alumnos construyeron gráficos de círculo, realizaron proyecciones y cálculos aritméticos que buscaban respaldar la argumentación de la pregunta: ¿es posible limpiar por completo la comunidad si cada ciudadano levanta un residuo? Las respuestas a dicha pregunta fueron variadas y es posible analizar los argumentos con base en las razones que los respaldan. Los estudiantes presentaron argumentos con base en algunos de sus datos ("… solo 3200 habitantes pueden recoger basura, si cada uno de ellos recolectara 12.731 kg de basura el problema terminaría en semanas") o en la consideración contextual de la cultura de la comunidad ("Difícilmente podremos cambiar los hábitos, falta participación", "si concientizamos a los niños y adultos mayores tendríamos que recolectar menos"). Así pues, se observa el uso de razones estadísticas o razones contextuales para dar fundamento a un argumento.

Hubo alumnos que llegaron a la conclusión de que el problema podía ser solucionado con diversas acciones (promoción, espacios donde depositar residuos, campañas de limpieza, etcétera). Sin embargo, otros alumnos consideraron que nunca habría solución ("Producimos mayor cantidad de desechos que nuestra población puede limpiar", "así como recogemos, vuelven a tirar"). Cabe resaltar que algunos de los argumentos utilizaron datos no recabados en el trayecto de las actividades o datos obtenidos de suposiciones ("creo que por cada basura que recojo alguien tira como 10 más", "de que serviría recoger un papel al día si otra persona tira 2 al día") (Figura 3).

Figura 3

Argumentos de un alumno sobre la falta de solución de la problemática



Conclusiones

El razonamiento estadístico debe tomar en cuenta los datos y el contexto. Al comparar argumentos, se puede considerar que los alumnos que explican que podría haber solución hicieron uso de razones estadísticas. Los argumentos se basan en los datos numéricos obtenidos en el transcurso del proyecto para sustentar que la problemática puede tener solución. En cambio, los alumnos que no hacen uso de razones estadísticas se enfocan en razones contextuales para sustentar su conclusión (la cultura de la gente, la falta de depósitos, la cantidad de basura que pueden tirar los demás comparado con lo que se puede recoger, etcétera). Desde esta perspectiva, el razonamiento estadístico de los alumnos debería considerar tanto las razones contextuales como las razones estadísticas para dar soporte a un argumento.

Hay múltiples áreas de oportunidad, que incluyen el papel del docente y la instrucción. Por ejemplo, la forma en que dirigió los debates pudo incentivar al alumno a realizar lo que el docente consideraba correcto, como medir la cantidad de residuos por masa en lugar de contar residuos. Es probable que la idea hubiera surgido del propio alumno cuando estuviera envuelto en las tareas de medición.

Otra área de oportunidad surge con la pregunta de investigación estadística del producto 2 (¿es posible limpiar por completo la comunidad si cada ciudadano levanta un residuo?), esta pregunta puede ser ambigua en el sentido de que no hay una pauta para la recolección de dicho residuo. Desde una perspectiva lógica, la respuesta inmediata es "no", debido a que es probable que haya más residuos que habitantes en la comunidad. Además, no establece tiempos para lograr la hazaña de limpiar el pueblo. Así pues, algunos alumnos no reflexionaron de manera profunda debido a que la pregunta propuesta para el producto 2 no favorece la búsqueda y análisis de datos.

Otro punto que puede considerarse como área de oportunidad versa sobre los pocos productos generados que pueden considerarse como estadística. Hay recolección de datos, organización y presentación en forma de gráficas, pero no se logró ir más allá. Las inferencias de los alumnos fueron informales en el sentido de que hubo pocos datos que pudieran respaldar sus conclusiones o que permitieran un contexto rico en consideraciones diferentes que el alumno pudiera contrastar. Debido a esto, el debate entre los alumnos que consideran que hay solución y los que consideran que no la hay se enfocó en la cultura, en lugar de centrarse en los datos cuantitativos obtenidos.

Desde una perspectiva de logros, los alumnos utilizaron los datos generados por la investigación estadística para generar su lectura de la realidad; y se promovió que expusieran razones por las cuales se puede o no solucionar la problemática de la basura. El hecho de que lograran utilizar los datos, aunque pocos, y las vivencias del proyecto para fundamentar una conclusión puede considerarse como un logro en el marco de la NEM, pues tomaron en cuenta el contexto y utilizaron su conocimiento para declarar un juicio fundamentado. Ambas posturas, respecto a la solución de la problemática de la basura, son consideradas válidas, solo es importante recalcar que la defensa de dichos argumentos recae directamente sobre la lectura de la realidad, proporcionada por los datos recabados a través de las diferentes tareas propuestas en el proyecto integrador.

Además, se logró vincular mediante el proyecto a cada campo formativo. Algunos de los PDA utilizados en el proyecto fueron: 1) organiza una campaña en inglés sobre soluciones a problemas de la comunidad

(Lenguajes); 2) implementa acciones de colaboración, reciprocidad, solidaridad y de participación igualitaria como valores para un desarrollo sustentable (Ética, naturaleza y sociedad); y 3) diseña, organiza y participa en actividades recreativas, de iniciación deportiva y deporte educativo, con la intención de fomentar el bienestar personal y social (De lo humano y lo comunitario). Cada PDA tuvo su propio producto derivado (carteles en inglés, campañas de concientización y participación en el evento de *plogging*, respectivamente) que los docentes de las asignaturas pudieron evaluar mediante sus propios instrumentos. Así pues, se cumplió con el enfoque integral del proyecto.

En el orden de ideas de las acciones, es importante recalcar que la lectura de la realidad surgida de la obtención de datos aportó un toque cívico. Surgieron alumnos que buscaron un cambio de cultura con exposiciones, murales, solicitudes y la generación de una conciencia del consumo, al preferir hacer carteles digitales, para no generar más residuos que podrían terminar en la basura. En este sentido, el proyecto integrador y el enfoque estadístico fomentaron la concientización del alumnado y una conexión con la mejora de la comunidad y su entorno. A pesar de desconocer del tema en su momento, el docente utilizó de manera implícita el marco de referencia de estadística cívica, propuesto por Gal et al. (2022). Dicha estadística cívica busca atacar problemáticas sociales mediante la estadística. De alguna manera, encaja con lo que busca la NEM en los alumnos: "Las y los estudiantes desarrollan la conciencia social que les permite actuar con respeto a los derechos humanos, y comprender que su participación es importante y tiene repercusiones en su grupo y comunidad" (SEP, 2019, ¿Qué es la Nueva Escuela Mexicana?).

En conclusión, se muestra que la estadística es una herramienta fundamental para implementar los procesos de aprendizaje, para conectar los diferentes campos formativos o para promover un cambio de cultura. Fomenta una ciudadanía informada, participativa y cuyas decisiones están fundamentadas en datos y el contexto. Así pues, la estadística allana el camino hacia el impacto comunitario que busca la NEM y permite la concientización del alumnado hacia la mejora continua que tanto necesita la sociedad mexicana actual.

Referencias

Gal, I., Nicholson, J., & Ridgway, J. (2022). A conceptual framework for civic statistics and its educational applications. En J. Ridgway (Ed.), *Statistics for empowerment and social engagement: Teaching civic statistics to develop informed citizens* (pp. 37–66). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-20748-8_3

Gras, M. (Coord.), & Alí, C. (2023). *Educación STEM y su aplicación. Una estrategia inclusiva, sostenible y universal para preescolar y primaria.* Movimiento STEM.

Hewitt Ramírez, N. (2007). El proyecto integrador: Una estrategia pedagógica para lograr la integración y la socialización del conocimiento. *Psychologia. Avances de la Disciplina, 1*(1), 235–240. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=297224869006

Lemus, M. E., & Brun Battistini, D. (2023). Aplicación de una trayectoria de aprendizaje en estadística universitaria usando tecnología en un proyecto integrador. En A. Castañeda (Ed.), A*portes y recursos para la innovación en la educación matemática* (pp. 43–68). SOMIDEM Editorial. https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S1/2023/01-02

Makar, K. (2013). Predict! Teaching statistics using informal statistical inference. *Australian Mathematics Teacher, 69*(4), 34–40. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1093095.pdf

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal, 8*(1), 82–105. https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.457

Pineda Castillo, K. A., Cortés Calderón, L. M., & Ramírez Zavala, A. Z. (2025). Impacto de proyectos integradores en el desarrollo de competencias transversales y evaluación entre pares. *CIENCIA ergo-sum, 32*(1). https://doi.org/10.30878/ces.v32n0a6

Secretaría de Educación Pública. (2019). *La nueva escuela mexicana: Principios y orientaciones pedagógicas.* SEP. https://dfa.edomex.gob.mx/sites/dfa.edomex.gob.mx/files/files/NEM%20principios%20y%20orientacio%C3%ADn%20pedago%C3%ADgica.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2022). *Sugerencias metodológicas para el desarrollo de los proyectos educativos. Ciclo escolar 2022-2023*. SEP. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/C3_1-Sugerencias-Metodologicas-proyectos.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2024). *Programa de Estudio para la Educación Secundaria: Programa sintético de la Fase 6.* SEP. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/06/Programa_Sintetico_Fase_6.pdf

Terán-Bustamante, A., Martínez-Velasco, A., & de La Torre-Díaz, L. (2024). Women and STEM skills for innovation and technological entrepreneurship. *International Conference on Gender Research, 7*(1), 494–503. https://doi.org/10.34190/icgr.7.1.2295

Trejo Trejo, G. A., Domínguez Gutú, J., Gordillo Espinoza, E., & Constantino González, F. E. (2024). STEAM integrada con metodologías activas para mejorar el rendimiento académico y percepción de estudiantes en educación primaria. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 8*(1), 8670–8687. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.10199

Ventura, F. (2023). Las implicaciones de la Nueva Escuela Mexicana en el proceso pedagógico. *Revista Boletín REDIPE, 12*(8), 161–174. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1996/1985

Innovaciones en educación matemática

Propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes: Un acercamiento desde el análisis del espacio muestral

Didactic Proposal for Teaching Bayes' Theorem: An Approach Based on Sample Space Analysis

Marco Jesus Puc Chan | marsus.pc@gmail.com
Universidad Autónoma de Yucatán

Daniel Fabricio Méndez Castillo | fabricio_mdz@hotmail.com
Universidad Autónoma de Yucatán

Vicente Jesús Caballero Chan | viscaballero@hotmail.com
Universidad Autónoma de Yucatán

Nahum Eliezer Pech Pat | nahum.epech@gmail.com
Universidad Autónoma de Yucatán

Silvia Linette Martínez Tun | m.tunline@gmail.com
Universidad Autónoma de Yucatán

Recepción: 16 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen

Se presenta una propuesta didáctica para enseñar el Teorema de Bayes en bachillerato, motivada por las dificultades de los estudiantes para interpretar probabilidades condicionales inversas y considerar la probabilidad inicial en sus cálculos. Estas dificultades se relacionan con el reconocimiento del espacio muestral, pues el teorema suele abordarse como fórmula, sin analizar sus componentes ni reorganizar los casos posibles respecto del evento condicionante. La propuesta sitúa el espacio muestral como eje mediante situaciones sobre detección de noticias falsas, e integra simulaciones inspiradas en la paradoja de Monty Hall y en el modelo Naïve Bayes. Asimismo, incorpora momentos para reconstruir el espacio muestral, identificar cambios en casos favorables y posibles, y analizar el tránsito de probabilidades a priori a posteriori. Con ello, busca atender dificultades como la falacia de la tasa base y favorecer el razonamiento probabilístico para tomar decisiones fundamentadas, usando tablas y diagramas de árbol.

Palabras clave

Probabilidad, teorema de Bayes, espacio muestral, noticias falsas, propuesta didáctica.

Autor de correspondencia | Marco Jesus Puc Chan

Puc Chan, M. J., Méndez Castillo, D. F., Caballero Chan, V. J., Pech Pat, N. E., & Martínez Tun, S. L. (2026). Propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes: Un acercamiento desde el análisis del espacio muestral. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 49–64.
https://doi.org/10.24844/REMED/0202.03

Abstract

This paper presents a didactic proposal for teaching Bayes' Theorem at the high school level, motivated by students' difficulties in interpreting inverse conditional probabilities and considering prior probability in their calculations. These difficulties are related to the recognition of the sample space, since the theorem is often approached as a formula without analyzing its components or reorganizing the possible cases with respect to the conditioning event. The proposal places the sample space at the center of the analysis through situations involving fake news detection and integrates simulations inspired by the Monty Hall paradox and the Naïve Bayes model. It also includes moments for reconstructing the sample space, identifying changes in favorable and possible cases, and analyzing the transition from prior to posterior probabilities. In this way, it seeks to address difficulties such as the base rate fallacy and to foster probabilistic reasoning for informed decision-making, using tables and tree diagrams.

Keywords

Probability, Bayes' theorem, sample space, fake news, task design.

Problemática

El aprendizaje del Teorema de Bayes en bachillerato se ha centrado en la memorización de fórmulas y definiciones formales, por lo que las prácticas de enseñanza no suelen favorecer una comprensión conceptual (Martignon & Wassner, 2002, citados por Díaz & de la Fuente, 2006). Además, presentar el Teorema de Bayes únicamente como una fórmula conduce, en parte, a que los estudiantes recurran a reglas mnemotécnicas o esquemas mecánicos sin comprender sus aspectos epistémicos (Batanero et al., 2016); por otra, limita el desarrollo de otros significados asociados, por ejemplo, al estudio del espacio muestral y al tránsito entre probabilidad *a priori y a posteriori,* lo que resulta insuficiente para desarrollar una comprensión conceptual de la probabilidad condicional inversa.

El enfoque de la probabilidad bayesiana emplea el Teorema de Bayes como herramienta para actualizar una creencia inicial hacia una conclusión informada mediante la incorporación de nueva información (Díaz & de la Fuente, 2006). Sin embargo, esta actualización, entendida como una adecuada cuantificación e interpretación de probabilidades, se ve obstaculizada por sesgos cognitivos, como la falacia de la tasa base (Gigerenzer & Hoffrage, 1995). En este marco, el trabajo de Díaz et al. (2012) muestra la persistencia de esta situación, evidenciando que los estudiantes tienden a ignorar la probabilidad *a priori* al resolver problemas bayesianos. Esto evidencia una dificultad en la comprensión del papel de este componente y en las relaciones involucradas en el teorema, en

particular, en la integración de la probabilidad inicial con la probabilidad condicional asociada a la evidencia para la actualización de los juicios previos, es decir, la actualización de su probabilidad.

Asociadas a estas dificultades, algunas investigaciones señalan el papel crítico de la construcción del espacio muestral en el aprendizaje del Teorema de Bayes (Díaz et al., 2012). Spiridonov (2024) advierte que, en la enseñanza tradicional, la independencia de eventos se juzga frecuentemente desde la intuición y no desde criterios matemáticos, debido a que rara vez se construye explícitamente el espacio muestral en situaciones no equiprobables. Esta construcción se considera fundamental, pues permite establecer las probabilidades iniciales y comprender cómo la incorporación de nueva información reorganiza el espacio muestral bajo un evento condicionado, dando lugar al cálculo de probabilidades *a posteriori*. De modo que, como se ha señalado previamente, la omisión del análisis del espacio muestral produce escenarios como el reportado por Gigerenzer y Hoffrage (1995), donde se dificulta la reinterpretación de la información dentro del espacio muestral para la actualización de probabilidades.

En esta línea, Spiridonov (2024) sostiene que es necesario repensar su enseñanza mediante enfoques que, a partir de contextos significativos para los estudiantes, favorezcan la construcción del espacio muestral desde el principio; perspectiva que, según Batanero y Álvarez (2024), se potencia al vincular los conceptos probabilísticos con contextos reales, propiciando la comprensión conceptual en los estudiantes jóvenes. No obstante, el potencial de estos contextos no radica únicamente en su carácter auténtico, sino en el tratamiento didáctico que se realiza, el cual, en este caso, orienta la actividad hacia la organización e interpretación probabilística de la información, haciendo visibles las relaciones entre los eventos y favoreciendo el desarrollo del razonamiento probabilístico.

En síntesis, las dificultades en el aprendizaje del Teorema de Bayes trascienden lo meramente operativo (véase Díaz & de la Fuente, 2006; León Gómez, 2008), al vincularse con la falta de comprensión de las relaciones entre los eventos y su interpretación dentro de un espacio muestral. En este sentido, se sostiene que, sin un tratamiento que articule probabilidad inicial, la evidencia y las relaciones condicionales asociadas a esta, la reinterpretación de la información y la actualización de juicios en contextos de incertidumbre se ven obstaculizadas. Aunque estas dificultades forman parte de una problemática más amplia asociada al razonamiento bayesiano, el presente trabajo centra su atención en el componente relacionado con la construcción y reorganización del espacio muestral como base para comprender las probabilidades condicionales y su actualización. En este marco, se propone un diseño didáctico orientado a favorecer el

análisis y la reorganización del espacio muestral en contextos significativos para los estudiantes, con el propósito de fortalecer la comprensión conceptual del Teorema de Bayes.

Marco de referencia

La propuesta se inspira en los aportes de Pascal, Bernoulli y Laplace, quienes abordaron la incertidumbre mediante la razón y la experiencia para tomar decisiones. Pascal, en su célebre *apuesta*, argumenta cómo decidir ante la incertidumbre, integrando una creencia y sus posibles consecuencias; Bernoulli muestra que la experiencia puede organizarse cuantitativamente mediante relaciones probabilísticas sustentadas en la evidencia, permitiendo comprender la probabilidad como un constructo dinámico que se nutre de la evidencia; por su parte, Laplace establece que es posible ir de lo observado hacia lo probable, indicando que la probabilidad *a posteriori* es proporcional a la verosimilitud de los datos multiplicada por su probabilidad *a priori* (Landázuri, 2016). Desde esta perspectiva, el Teorema de Bayes se asume como una herramienta para interpretar y actualizar información en contextos de incertidumbre. En particular, el diseño didáctico incorpora situaciones y preguntas orientadas a que los estudiantes analicen cómo la incorporación de nueva evidencia reorganiza el espacio muestral y modifica la plausibilidad de determinados eventos o hipótesis. De este modo, se busca favorecer procesos de razonamiento basados en la relación entre información previa, evidencia y actualización de probabilidades.

Para organizar la información en contextos de incertidumbre se requiere del espacio muestral, entendido no solo como el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, sino como una estructura organizadora para delimitar, clasificar y relacionar información de los eventos aleatorios (Elbehary, 2022; Díaz & de la Fuente, 2006). En este sentido, la asignación de probabilidades puede abordarse inicialmente bajo condiciones de equiprobabilidad, estableciendo relaciones cuantitativas sustentadas en la organización del espacio muestral; sin embargo, al incorporar nueva evidencia, dichas relaciones requieren ser reinterpretadas y actualizadas (Landázuri, 2016).

Aquí, el Teorema de Bayes ofrece un marco para estimar la veracidad de un suceso a partir de evidencias observables, donde las probabilidades iniciales o *a priori* se actualizan al integrar nueva evidencia, reorganizando y restringiendo el espacio muestral, dando lugar a probabilidades *a posteriori* (Borovcnik & Kapadia, 2014).

El razonamiento bayesiano se manifiesta entonces como la reorganización del espacio muestral ante la incorporación de información,

permitiendo reinterpretar la probabilidad de los eventos en función de los nuevos datos (Díaz & de la Fuente, 2006). No obstante, esta reestructuración no es inmediata para el sujeto, sino que requiere de mediadores para dar sentido a la información.

Como proponen Martignon y Wassner (2002, citado en Díaz & de la Fuente, 2006), el uso de diagramas de árbol y frecuencias naturales facilita la identificación de eventos, la interpretación y la estructuración de los datos, favoreciendo una comprensión más accesible dada la estrecha relación entre estos métodos y la forma inductiva en que procesamos la información en los problemas bayesianos.

Se asume que parte de las dificultades en el razonamiento bayesiano están asociadas a la organización e interpretación de la información probabilística más que en errores operativos. Díaz y de la Fuente (2006) mencionan que tales dificultades se manifiestan por una interpretación fragmentada de la información, donde los eventos no se analizan desde una estructura común que permita establecer sus relaciones, conduciendo a valorar la evidencia en detrimento de la probabilidad inicial. En este sentido, la falacia de la tasa base puede entenderse como una consecuencia de la dificultad para reorganizar el espacio muestral ante la incorporación de nueva información (Tversky & Kahneman, 1982, citados en Díaz et al., 2012). Desde este marco, se reconoce que la construcción del espacio muestral y el uso de representaciones como diagramas de árbol, favorecen la interpretación de las relaciones entre eventos para la actualización de probabilidades a partir de evidencia.

Finalmente, la construcción del espacio muestral se considera como el elemento que dota de coherencia a la interpretación de la información, haciendo viable la actualización de probabilidades al explicitar las relaciones entre los casos posibles. El desarrollo epistemológico expuesto por Landázuri (2016) revela que el Teorema de Bayes puede entenderse como una herramienta para la toma de decisiones cuya eficacia depende de esta estructura organizadora; sin ella, el razonamiento se vuelve vulnerable a las distorsiones cognitivas descritas. Por tanto, la propuesta busca favorecer la toma de decisiones basadas en la probabilidad a partir de evidencia, mediante tareas orientadas a la construcción, representación y reorganización del espacio muestral.

Objetivo de la propuesta

Establecer la noción de probabilidad bayesiana como un proceso de actualización de probabilidades, construyendo y reorganizando el espacio muestral en contextos de detección de noticias falsas en redes sociales, para interpretar cómo la nueva información modifica un juicio inicial o previo.

Diseño didáctico

El diseño de la propuesta se estructura en tres momentos didácticos secuenciales. Las actividades, las cuales pueden consultarse en Puc et al. (2026), tienen como objetivo principal favorecer la comprensión de la probabilidad bayesiana como un proceso de actualización de probabilidades ante la incorporación de nueva información; y construir la fórmula del Teorema de Bayes a partir de representaciones como tablas y diagramas de árbol, contrario a su tratamiento típico escolar, y en función de poder emitir juicios fundamentados sobre la veracidad de una noticia. Para ello, los estudiantes deben construir y reorganizar el espacio muestral, de modo que puedan interpretar cómo cambian las probabilidades cuando se introducen nuevas condiciones. Como objetivos secundarios se pretende transitar de nociones intuitivas hacia un razonamiento basado en probabilidades; y reconocer la importancia de la probabilidad *a priori* y *a posteriori* para la estimación de verdad de una noticia, atendiendo, en consecuencia, la falacia de la tasa base.

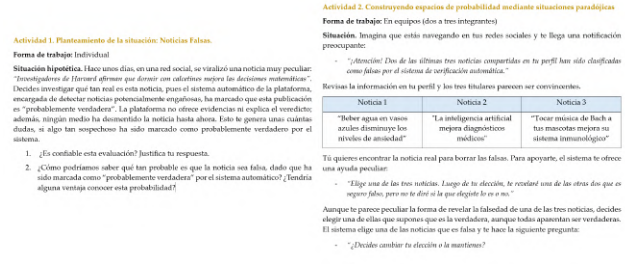
Para la implementación de esta propuesta, se requiere que los estudiantes hayan abordado los siguientes contenidos: el principio de multiplicación, la probabilidad clásica, la probabilidad condicional y la probabilidad de eventos independientes, así como haber desarrollado habilidades para representar la información probabilística en diagramas de árbol y tablas. Al cumplir estas condiciones se puede centrar la atención en la interpretación del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas.

Momento 1

Las actividades del Momento 1 se conforman de las actividades 1 y 2 (Figura 1), conjuntadas en una sesión con un tiempo estimado de implementación de hora y media, cuyo propósito es favorecer el análisis sobre cómo la incorporación de nueva información modifica la organización del espacio muestral en situaciones de probabilidad, a partir del análisis de contextos relacionados con noticias falsas.

Figura 1

Parte del diseño del Momento 1



Actividad 1. Planteamiento de la situación: Noticias Falsas.

Forma de trabajo: Individual

Situación hipotética. Hace unos días, en una red social, se viralizó una noticia muy peculiar: *"Investigadores de Harvard afirman que dormir con calcetines mejora las decisiones matemáticas"*. Decides investigar qué tan real es esta noticia, pues el sistema automático de la plataforma, encargada de detectar noticias potencialmente engañosas, ha marcado que esta publicación es "probablemente verdadera". La plataforma no ofrece evidencias ni explica el veredicto; además, ningún medio ha desmentido la noticia hasta ahora. Esto te genera unas cuántas dudas, si algo tan sospechoso ha sido marcado como probablemente verdadero por el sistema.

1. ¿Es confiable esta evaluación? Justifica tu respuesta.
2. ¿Cómo podríamos saber qué tan probable es que la noticia sea falsa, dado que ha sido marcada como "probablemente verdadera" por el sistema automático? ¿Tendría alguna ventaja conocer esta probabilidad?

Actividad 2. Construyendo espacios de probabilidad mediante situaciones paradójicas

Forma de trabajo: En equipos (dos a tres integrantes)

Situación. Imagina que estás navegando en tus redes sociales y te llega una notificación preocupante:

- *"¡Atención! Dos de las últimas tres noticias compartidas en tu perfil han sido clasificadas como falsas por el sistema de verificación automática."*

Revisas la información en tu perfil y los tres titulares parecen ser convincentes.

Noticia 1	Noticia 2	Noticia 3
"Beber agua en vasos azules disminuye los niveles de ansiedad"	"La inteligencia artificial mejora diagnósticos médicos"	"Tocar música de Bach a tus mascotas mejora su sistema inmunológico"

Tú quieres encontrar la noticia real para borrar las falsas. Para apoyarte, el sistema te ofrece una ayuda peculiar:

- *"Elige una de las tres noticias. Luego de tu elección, te revelaré una de las otras dos que es seguro falsa; pero no te diré si la que elegiste lo es o no."*

Aunque te parece peculiar la forma de revelar la falsedad de una de las tres noticias, decides elegir una de ellas que supones que es la verdadera, aunque todas aparentan ser verdaderas. El sistema elige una de las noticias que es falsa y te hace la siguiente pregunta:

- *"¿Decides cambiar tu elección o la mantienes?*

La *actividad 1* se diseña con el propósito de reflexionar individualmente sobre cómo determinar la veracidad de una noticia falsa y comprender la importancia de actualizar la probabilidad de la hipótesis. Para ello, se presenta una situación hipotética en la que una noticia inusual ha sido catalogada por un sistema automático como "probablemente verdadera". Este escenario debe ocasionar una disputa entre la intuición y el conocimiento previo sobre el cálculo de probabilidades, para sentar las bases de la evolución hacia un razonamiento basado en la probabilidad.

A partir de este escenario, se espera que los estudiantes establezcan un juicio sobre la veracidad del resultado emitido por el sistema. Luego, se preguntará sobre cómo determinar la veracidad de la noticia dado que ha sido marcada previamente como probablemente verdadera. Esta última pregunta evidenciará que aún no se posee la información (los criterios para actualizar el juicio) ni las herramientas necesarias (el Teorema de Bayes) para calcular una medida de probabilidad.

En síntesis, con esta actividad no se esperan respuestas correctas, ni que calculen la medida de probabilidad planteada, sino que, al finalizar la actividad, se verbalice la necesidad de determinar la veracidad de la noticia y, en su caso, actualizar la tasa base de falsedad de dicha noticia.

La *actividad 2* plantea estudiar cómo la nueva información reorganiza el espacio muestral de un experimento aleatorio, usando el fenómeno de las noticias falsas como contexto.

Organizados en grupos de dos o tres integrantes, los estudiantes enfrentarán una adaptación de la paradoja de Monty Hall diseñada para generar un conflicto cognitivo y confrontar nuevamente las intuiciones iniciales del comportamiento probabilístico, mostrando que la aparición de nueva información es un factor que altera los casos posibles. Así, la situación obliga al análisis de la redefinición del espacio muestral en función de las condiciones observadas y de la probabilidad inicial.

Los estudiantes deben acceder a la simulación selección de noticias falsas[1], en la que se presentan tres noticias verosímiles, de las cuales dos han sido clasificadas como falsas por un sistema de verificación; los estudiantes deberán identificar cuál es la noticia verdadera. Tras elegir una, el sistema descarta una de las opciones no seleccionadas revelando que es falsa. Ante esta nueva información, los estudiantes deberán decidir si mantener o cambiar su elección, enfrentando el reto de actualizar su creencia –probabilidad– dados los nuevos datos.

A partir de la experiencia previa, los estudiantes realizan una secuencia de cinco tareas. La tarea *2.a* consiste en determinar las configuraciones posi-

[1] https://colab.research.google.com/drive/1UlefeecRuqX8q4qERhrKn5p4cPE1vm7G?usp=sharing

bles de verdad (V) y falsedad (F), asumiendo una noticia verdadera y dos falsas. El espacio muestral esperado es el siguiente:

$$\Omega_V = \{(V, F, F), (F, V, F), (F, F, V)\}$$

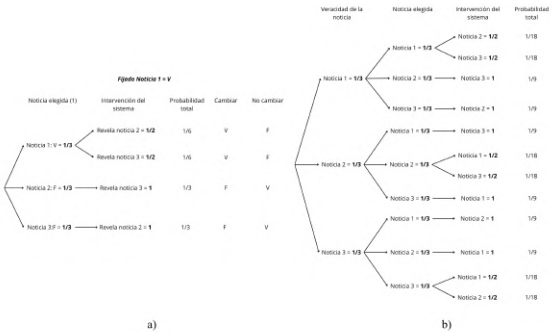
Este espacio muestral considera la ubicación de la noticia verdadera (V) en cualquier posición (1, 2 o 3). Al no haber información extra, la probabilidad de que la noticia verdadera ocupe cualquier lugar es $P(V) = \frac{1}{3}$.

Posteriormente, la tarea *2.b* solicita a los estudiantes determinar la probabilidad de elegir la noticia verdadera, siendo $\frac{1}{3}$ al inicio del experimento. El conflicto surge tras la intervención del sistema (descarte de una noticia falsa), donde la intuición suele dictar erróneamente una probabilidad laplaciana de $\frac{1}{2}$ para las opciones restantes, al quedar solo una verdadera entre dos noticias posibles.

Para atender el conflicto, la tarea *2.c* consiste en elaborar un diagrama de árbol para representar el cambio en la naturaleza del experimento dada la intervención del sistema. Para ello, los estudiantes deben asumir el rol del sistema y revelar una noticia, considerando que no se revela la noticia verdadera ni la inicialmente seleccionada. Los diagramas esperados pueden observarse en la Figura 2.

Figura 2

Diagrama de árbol que representa la intervención del sistema



Nota. a) Diagrama de árbol cuando la noticia 1 es siempre verdadera; b) Diagrama de árbol con todos los estados posibles.

El diagrama a) de la Figura 2 asume que la Noticia 1 ha sido elegida y analiza qué pasa después, dependiendo de su veracidad. Este diagrama se considera más simple y muestra con menos ramificaciones el comportamiento del experimento. Por otro lado, en el diagrama b) no se asume ninguna elección inicial y se desglosa todas las combinaciones posibles durante el experimento. Estos diagramas de árbol se emplearán en la tarea *2.d* para calcular la opción más viable para acertar (cambiar o mantener la elección), justificando la respuesta mediante el diagrama.

El análisis del diagrama de árbol revelará que los caminos de éxito al cambiar la elección concentran una probabilidad de $\frac{2}{3}$, frente al $\frac{1}{3}$ de mantenerla; asimetría consecuente de la redistribución de la probabilidad tras la intervención condicionada del sistema.

Para finalizar, la tarea *2.e* solicita a los estudiantes construir el espacio muestral empleando alguno de los diagramas de árbol resultantes, para así analizar de qué manera este ha sido modificado tras la intervención del sistema. Se espera la siguiente respuesta:

$$\Omega = \{(1,1,2), (1,1,3), (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,2,1), (2,2,3), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1), (3,3,1), (3,3,2)\}$$

Este espacio muestral muestra las posibles formas de seleccionar noticias durante el experimento, y no es equiprobable. A diferencia del primero, no se basa en la autenticidad de las noticias, sino, más bien, en las formas de decidir sobre la veracidad de estas, pues el experimento se transforma mientras transcurre y ahora se debe decidir (cambiar o mantener una elección). Es importante realizar esta distinción, pues las etapas del experimento (inicio, elección e intervención), son fundamentales para entender la naturaleza del comportamiento de los datos y el espacio muestral. En particular, la etapa final evalúa la decisión de cambiar la noticia más que la veracidad de esta, revelando formas de elección y no de juicio.

Momento 2

Las actividades 3 y 4, correspondientes al Momento 2 (Figura 3), buscan mostrar que es posible determinar la veracidad de una noticia mediante un sistema de verificación y construir el Teorema de Bayes. En particular, la *actividad 3* prepara esa construcción en una sesión estimada de una hora, mediante seis preguntas que se sugiere sean abordadas en equipos de tres a cuatro integrantes, destacando la importancia de las probabilidades a priori y a posteriori en la estimación de la veracidad de una noticia.

Figura 3

Parte del diseño del Momento 2

Actividad 3. Simulación de detección de noticias falsas empleando el modelo de Naïve Bayes.

Forma de trabajo: En equipos (tres a cuatro integrantes)

Situación. La intuición nos ayuda a determinar si una noticia es falsa o no. Por ejemplo, si accedemos a una noticia de algún sitio poco reconocido, o poco confiable, detectamos que tiene una URL falsa, utiliza un lenguaje sensacionalista, presenta errores gramaticales o no incluye las fuentes de la información, entonces estamos ante una posible "Fake-New". No obstante, en la realidad no siempre podemos estar seguros de que reunamos toda la evidencia suficiente para indicar si es falsa o verdadera. En la actualidad, para la detección de noticias falsas, se suelen utilizar softwares para determinar la veracidad de la información. Uno de los modelos utilizados para detectar dicha veracidad es el de Naïve Bayes.

El modelo Naïve Bayes actualiza la probabilidad de que una noticia sea falsa (F) dado cierto indicador (I) que se ha definido a priori. La probabilidad se calcula a partir del caso con el supuesto que la noticia sea falsa con una tasa base, entre la probabilidad total.

Se definen al menos tres indicadores importantes para reconocer si una noticia es falsa:

- **Titular clickbait**, es decir, un título que se escribe de forma exagerada y maximiza el interés, pero termina siendo un engaño, para ello se identifican signos exclamativos o de interrogación.
- **Fuente desconocida**, es decir, que la noticia no provenga de un medio reconocido.
- **Errores ortográficos** y/o gramaticales.

Actividad 4. Construcción del Teorema de Bayes a partir de frecuencias naturales.

Forma de trabajo: En equipos (tres a cuatro integrantes)

Situación. Datos de Redline (2024) apuntan a que una proporción significativa de la población mundial ha sido expuesta a desinformación, especialmente en temas políticos, de salud y conflictos internacionales. Aproximadamente el 60% de la información en línea es falsa.

a) Expliquen la relevancia de la probabilidad *a priori* de las noticias falsas en internet mencionada y qué repercusiones tendría si se desconoce.

b) Describe la naturaleza del espacio muestral que se obtendría en la detección de noticias falsas para el indicador clickbait y cómo se actualizaría para los otros dos indicadores.

c) La base de datos de la simulación contiene 41,282 noticias y el 60% son falsas. Si el 20% son falsas con clickbait y el 10% de las noticias verdaderas incluyen clickbait. Completa la siguiente tabla:

Total de noticias:				
	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
Total				
Clickbait	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)

Al inicio se presentan tres indicadores (denominados condiciones) para identificar si una noticia es falsa: (1) titular clickbait; (2) errores ortográficos y/o gramaticales; (3) fuente desconocida o no confiable. Estos permiten reconocer titulares sensacionalistas, errores de redacción y ausencia de una fuente original o confiable.

Para afianzar la importancia de los indicadores, la pregunta *3.1* solicita explicar cómo afecta la percepción de veracidad al reconocer dos o más de estos aspectos en una noticia. Se espera que indiquen que la noticia es más probable de ser falsa, introduciendo la noción de que cada criterio actualiza la probabilidad sobre su veracidad.

En la pregunta *3.2* se solicita que, basándose en sus experiencias, indiquen cuál es la probabilidad de que una noticia cualquiera que circule por internet sea falsa. Este inciso pretende que se asigne subjetivamente una probabilidad *a priori*, y junto a la pregunta *3.3*, se solicita explicar cómo cambiaría la probabilidad *a priori* si observaran en una noticia los indicadores mencionados anteriormente.

Ambas preguntas tienen por propósito destacar el papel que tiene la probabilidad *a priori.* Principalmente, con la pregunta *3.3* se espera resaltar su importancia como un elemento esencial de la estructura del Teorema de Bayes, que da paso a la probabilidad *a posteriori* ante la aparición de nueva evidencia.

A continuación, la pregunta *3.4* solicita que seleccionen una noticia de un periódico digital y que anoten el título, el contenido de la noticia y el nombre del periódico seleccionado. Se sugieren medios como: *New York Times, Daily Express y Daily Mirror*, por mencionar algunos. Posteriormente, los estudiantes deben determinar su veracidad según los criterios previos y asignar subjetivamente una medida de probabilidad *a posteriori* sobre qué tan factible es que la noticia sea verdadera o falsa.

Para contrastar los resultados intuitivos, se utiliza una simulación basada en el modelo de Naïve Bayes para darle mayor credibilidad[2] a la detección de noticias falsas. Por la naturaleza del algoritmo de aprendizaje automático, este modelo supone que los indicadores son independientes. Aunque esto pueda parecer ingenuo, para la clasificación de una noticia como falsa o verdadera resulta una apuesta bastante sólida; la cual se retomará para la construcción del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas. La explicación del modelo también se puede encontrar en el contenido de la actividad 3 (véase Puc et al., 2026).

Por último, se propone que los estudiantes contesten las últimas dos preguntas: (*3.5*) explicar los motivos por los que la probabilidad intuitiva no

[2] https://colab.research.google.com/drive/1-OD5_9IxY98qo9H2hUExfKBp8K7sGQuc?usp=sharing

correspondió a las probabilidades obtenidas con el software; y (3.6) explicar cómo afectaría su percepción de la evaluación si el sistema asegurara que el 60% de la información en internet es falsa. El contraste espera incentivar la construcción de un método para calcular la probabilidad de que una noticia es falsa.

La *actividad 4* tiene como propósito construir un método (el Teorema de Bayes) para calcular la medida de probabilidad de que una noticia sea falsa dada la aparición de ciertos indicadores y reflexionar sobre la importancia de la tasa base (probabilidad *a priori*) en un problema bayesiano. Se estima una sesión de una hora para su implementación.

Primero se reflexionará sobre la importancia de la tasa base. Para ello, se comparte la siguiente información: de 41,262 noticias, el 60% de las noticias son falsas, 20% son falsas con clickbait y el 10% de las noticias verdaderas incluyen clickbait. Seguidamente, la pregunta *4.a* solicita que expliquen la importancia de la probabilidad *a priori* del 60% y las repercusiones de su desconocimiento. Aunque inicialmente se anticipan respuestas que consideren la probabilidad *a priori* como un simple dato procedimental, el objetivo es contrastar esta visión inicial mediante las preguntas de las que se compone la actividad y atender la falacia de la tasa base.

La pregunta *4.b* solicita que describan la naturaleza del espacio muestral. Se espera que reconozcan la dicotomía de las noticias (V o F) y la dicotomía del indicador clickbait. Asimismo, se espera describir el siguiente espacio muestral: $\Omega = \{(F, i_1) \mid F, i_1 \in \{0,1\}\}$, donde F representa la veracidad de la noticia; se asigna el valor 1 si la noticia es falsa y 0 si es verdadera. Por su parte i_1 indica la presencia (1) o ausencia (0) del indicador clickbait.

También se les solicita describir cómo cambia el espacio muestral si se integran los demás indicadores. Por ello, deben reconocer que los indicadores 'errores ortográficos' y 'fuentes desconocidas' también tienen un resultado dicotómico. Basta con añadir los dos resultados para tener un espacio muestral como el siguiente: $\Omega = \{(F, i_1, i_2, i_3) \mid F, i_1, i_2, i_3 \in \{0,1\}\}$.

Este espacio muestral se define como un producto cartesiano dado que se analiza un experimento compuesto, pues cada componente se presenta en forma simultánea o sucesiva para una misma noticia. Como cada variable toma solo dos valores, el conjunto de las relaciones conjuntas está dado por considerar que cada condición tiene un estado por cada una de las otras condiciones, teniéndose un producto de $F \times i_1 \times i_2 \times i_3$.

Una vez descrita la naturaleza del espacio muestral, se solicitará en las tareas *4.c* y *4.d* completar una tabla con frecuencias naturales y construir un diagrama de árbol utilizando las probabilidades de la proporción entre el

número de noticias falsas, falsas con clickbait, y verdaderas con clickbait, respectivamente. La tabla permitirá calcular en la pregunta *4.e* una probabilidad *a posteriori*, como una aparente relación de casos favorables entre casos posibles, obsérvese la Figura 4.

Figura 4

Tabla de la tarea 4.c y resultado tipo Laplace

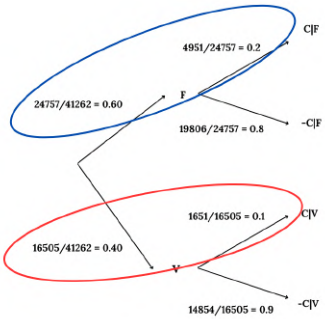
Total de noticias:				
41,262				
	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
Total	24,757 (60%)		16,505 (40%)	
Clickbait	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	4,951 (20%)	$\frac{4951}{24757} \approx 0.20$	1,651 (10%)	$\frac{1651}{16505} \approx 0.10$

$$P(F|C) = \frac{4951}{6602} = \frac{4951}{4951 + 1651} \approx 0.75$$

Aunque en la Figura 4 se presenta la probabilidad como una regla de tipo Laplace, las frecuencias obtenidas resultan de una reorganización de los casos del espacio muestral, lo cual puede pasar desapercibido; incluso en los diagramas de árbol, ya que muestran subdivisiones probabilísticas, pero no siempre representan fielmente dicho espacio. Véase la Figura 5.

Figura 5

Diagrama de árbol de la tarea 4.d y resultado bayesiano



$$P(F|C) = \frac{0.2 \cdot 0.6}{0.2 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.4} \approx 0.75$$

$$P(F|C) = \frac{P(C|F) \cdot P(F)}{P(C|F) \cdot P(F) + P(C|V) \cdot P(V)}$$

Para calcular la probabilidad basta con multiplicar los pesos (probabilidades) de ramas específicas y expresarlas como un cociente. No obstante, realizar el producto de las ramas solo es intuitivo si se ha trabajado anteriormente con el principio multiplicativo, de lo contrario, encontrarle sentido al producto de los pesos puede resultar complejo. Además, la representación del diagrama de árbol resultaría difícil si no se ha trabajado con problemas que involucren necesariamente equiprobabilidad.

Se espera que en la tarea *4.e* el estudiante exprese los valores numéricos de dos maneras: de forma laplaciana usando la tabla y mediante la

estructura del Teorema de Bayes con el diagrama. Aquí la intervención del profesor resulta esencial para promover el reconocimiento del carácter condicional y la estructura del teorema, solo después de haber calculado la probabilidad solicitada. Además, se debe considerar que las representaciones median la comprensión de la probabilidad, por lo que no es conveniente prescindir de ellas.

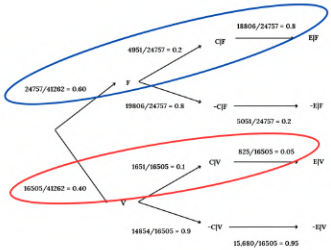
La pregunta *4.f* está planteada para que el estudiante reflexione nuevamente sobre la pregunta inicial. Se le presenta el caso hipotético de que la probabilidad *a priori* sea 80% en lugar del 60% y se le cuestiona cómo afecta al cálculo de probabilidades sin realizar ningún procedimiento. Ahora que el estudiante es capaz de movilizar la idea del Teorema de Bayes, podría intercambiar el valor de la probabilidad *a priori* por la nueva tasa y concluir que existe un incremento de la probabilidad de que la noticia sea falsa. El diseño se estructuró de forma que se concluya que la tasa base tiene relevancia en la determinación de la probabilidad *a priori* o inicial, y cómo su omisión conduce a la falacia de la tasa base.

Las últimas tareas *4.g* y *4.h*, buscan cerrar el propósito inicial: mostrar cómo una probabilidad se actualiza a partir de nueva información. Para ello, se debe llenar una segunda tabla y construir un segundo diagrama de árbol, las cuales permitirán calcular la actualización de la probabilidad *a posteriori* inicial, señalando que la independencia es la que permite obtener un tercer nivel en el diagrama de árbol y que la frecuencia de noticias con la intersección de condiciones sea equivalente a multiplicar sus probabilidades. Véase la Figura 6.

Figura 6

Tabla y Diagrama de árbol para la actualización de la probabilidad

Total de noticias:				
41,262				
	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
Total	24,757 (60%)		16,505 (40%)	
Clickbait	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	4,951 (20%)	$\frac{4951}{24757} \approx 0.2$	1,651 (10%)	$\frac{1651}{16505} \approx 0.1$
Errores ortográficos	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	19,806 (80%)	$\frac{19806}{24757} \approx 0.8$	825 (5%)	$\frac{825}{16505} \approx 0.05$
Clickbait y Errores ortográficos	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	3,961	$0.2 \cdot 0.8 = 0.16$	82	$0.05 \cdot 0.1 = 0.005$



$$P(F|C) = \frac{3961}{3061 + 330} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6}{0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.4} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{P(C \cap E|F) \cdot P(F)}{P(C|F) \cdot P(E|F) \cdot P(F) + P(C|V) \cdot P(E|V) \cdot P(V)} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{P(C \cap E|F) \cdot P(F)}{P(C \cap E|F) \cdot P(F) + P(C \cap E|V) \cdot P(V)} \approx 0.97$$

Por último, se espera verbalizar lo que se propuso al inicio de este momento: añadir criterios actualiza la medida de probabilidad, y le da sentido al Teorema de Bayes como herramienta para actualizar la probabilidad del juicio inicial.

Momento 3

Para el Momento 3 se designa la *actividad 5* cuyo propósito es institucionalizar el conocimiento del Teorema de Bayes en un tiempo estimado de una hora (Figura 7). La actividad presenta una situación basada en datos sobre la identificación de noticias falsas en plataformas de redes sociales, en la que los estudiantes deben analizar la información proporcionada y calcular la probabilidad a *posteriori*.

Figura 7

Parte del diseño del Momento 3

Actividad 5. Institucionalización: Aplicación del Teorema de Bayes.

Forma de trabajo: En equipos (tres integrantes)

Actividad: Los estudiantes se enfrentan a una situación, en la que deben aplicar los conocimientos desarrollados a lo largo de la secuencia didáctica. Además, se plantea una pregunta que los invita a ir más allá de los cálculos numéricos, reflexionando sobre cómo los datos cuantitativos pueden respaldar decisiones mejor fundamentadas.

Situación. La Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en 2021 analizó como los estudiantes identifican noticias falsas en dos plataformas: WhatsApp y Facebook donde se recolectaron los siguientes datos:

- El 90% de las noticias que los estudiantes reciben llegan por WhatsApp.
- En WhatsApp, el 90% de las noticias son falsas. En Facebook, el 88% son falsas.
- Si una noticia es falsa, los estudiantes la identifican como sospechosa en el 80% de los casos en WhatsApp, y en el 70% en Facebook.
- Se ha observado que alrededor del 10% de las noticias verdaderas también son marcadas como sospechosas por los estudiantes, principalmente por el contenido confuso o proviene de una fuente dudosa.

Esta actividad funciona como una evaluación integradora de los conocimientos adquiridos a lo largo de la propuesta didáctica, ya que permite evidenciar tanto el dominio de los procedimientos como la comprensión conceptual. Se espera que el estudiante no solo sea capaz de realizar cálculos probabilísticos correctamente, sino también de interpretar los resultados obtenidos, contextualizarlos y darles sentido dentro de la situación planteada. Asimismo, se busca que desarrolle una postura crítica frente a la información que recibe diariamente, reconociendo la utilidad del análisis cuantitativo para fundamentar tomas de decisiones. Por ello, se invita a incluir otros contextos significativos, como las noticias falsas.

Recomendaciones para la implementación

La implementación de esta propuesta en el aula requiere del acceso a recursos tecnológicos, como computadora o tableta con conexión a internet.

Se sugieren dichos equipos para favorecer el trabajo colaborativo y permitir que las simulaciones se ejecuten adecuadamente. No obstante, es posible acceder desde cualquier dispositivo con conexión a internet.

En el plano didáctico, se debe priorizar el tratamiento conceptual más que el procedimental, favoreciendo la construcción de significados del Teorema de Bayes en relación con el espacio muestral. Del mismo modo, ante posibles dificultades, el docente debe guiar al estudiante hacia un ejercicio metacognitivo en lugar de únicamente señalar los errores. Adicionalmente, para favorecer la motivación y la cercanía con el contenido, se propone emplear noticias locales que sitúen el análisis en el contexto del estudiante.

Por otra parte, resulta pertinente vincular el Teorema de Bayes con los contenidos de probabilidad del bachillerato, particularmente con la probabilidad condicional, ya que su vinculación permite entender al Teorema de Bayes como parte del desarrollo del razonamiento probabilístico y no como un concepto aislado.

Conclusiones

El presente trabajo se sitúa en una etapa inicial y se contempla una futura fase de implementación en el bachillerato, lo que permitirá realizar adecuaciones en su estructura y contenido a partir de la evidencia empírica. Para su implementación, conviene considerar la viabilidad de la propuesta en función del subsistema de bachillerato en el que se desarrolle, así como realizar ajustes en los sistemas de representación empleados o adaptar las tareas para favorecer la comprensión conceptual del Teorema de Bayes, dado que el desarrollo del razonamiento probabilístico en el aula depende, en parte, de las estrategias de enseñanza implementadas y de la manera en que el profesor concibe y replantea la probabilidad escolar. En este sentido, el presente artículo constituye también una invitación al profesorado para dialogar en torno a la propuesta, explorarla en el aula e identificar áreas de oportunidad que contribuyan a su mejora continua, tanto en términos didácticos como de contenido.

Referencias

Batanero, C., & Álvarez, R. (2024). Teaching and learning probability. *ZDM – Mathematics Education, 56*, 5–17. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3

Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability. En E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 7–34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_2

Díaz, C., & de la Fuente, I. (2006). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el teorema de Bayes: Un estudio exploratorio en estudiantes españoles de psicología. *Educación Matemática, 18*(2), 75–94. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol18/2/vol18-2-02_REM_18-3.pdf

Díaz, C., Contreras, J. M., Batanero, C., & Roa, R. (2012). Evaluación de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en futuros profesores de educación secundaria. *BOLEMA, 26(*44), 1207–1225. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000400006

Elbehary, S. (2022). Rethinking mathematics teachers' professional knowledge for teaching probability from the perspective of probabilistic reasoning: A proposed framework. I*nternational Electronic Journal of Mathematics Education, 17*(3), em0695. https://doi.org/10.29333/iejme/12145

Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review, 102*(4), 684–704. https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.4.684

Landázuri, E. (2016). *Del Teorema de Bayes como herramienta a la probabilidad inversa como noción: un estudio histórico-epistemológico* [Tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Biblioteca digital Univalle. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/server/api/core/bitstreams/81b7996f-4071-4f7b-b8ba-71ed6dc2139c/content

León Gómez, N. A. (2008). Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al teorema de Bayes: Un caso con futuros profesores de matemáticas. *Paradigma, 29*(2), 187–219. https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/420/417

Puc, M., Méndez, D., Caballero, V., Pech, N., & Martínez, S. (2026). *Secuencia de actividades para el aprendizaje del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas* [Dataset]. Versión v4. Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.21010734

Spiridonov, M. Y. (2024). Нужно ли изучать формулу Байеса в курсе теории вероятностей? [¿Es necesario estudiar la fórmula de Bayes en un curso de teoría de la probabilidad?]. *Continuum. Математика. Информатика. Образование,* (1), 59–75. https://doi.org/10.24888/2500-1957-2024-1-59-75

Evaluación de la alfabetización estadística en estudiantes de Educación para Personas Jóvenes y Adultas en contexto chileno

Assessment of Statistical Literacy among Students in Youth and Adult Education in the Chilean Context

Fabián Guzmán Saavedra | fabian.guzman@alumnos.ucentral.cl
Liceo Arturo Pérez Canto, Chile

Nicolás Sánchez Acevedo | nicolas.sanchez@ucentral.cl
Universidad Central de Chile

Javiera Herrera Pérez | jherreraperez@ucentral.cl
Universidad Central de Chile

Recepción: 15 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen

Este estudio analiza los niveles de alfabetización estadística en estudiantes de la modalidad de Educación para Personas Jóvenes y Adultas en Chile. Se adoptó un enfoque cualitativo con un diseño de estudio de caso, trabajando con 13 estudiantes de segundo nivel de educación media. El instrumento consistió en un cuestionario de respuesta abierta, centrado en una situación contextualizada sobre ingresos y desigualdad, y construido a partir del modelo de alfabetización estadística y de la taxonomía SOLO. El análisis se realizó en dos etapas: primero, se identificaron los elementos de conocimiento movilizados por los estudiantes y, luego, se clasificaron las respuestas según su nivel de complejidad. Los resultados muestran una concentración en los niveles preestructural y uniestructural, lo que evidencia dificultades para integrar el conocimiento estadístico con el contexto y para justificar las respuestas. Estas dificultades son especialmente visibles en la representación gráfica, donde no se observan estrategias adecuadas tanto para seleccionar como para construir gráficos pertinentes. Se concluye que la alfabetización estadística se caracteriza por un conocimiento fragmentado, lo que refuerza la necesidad de promover tareas que favorezcan la interpretación y el uso de datos en contextos reales.

Palabras clave

Alfabetización estadística, educación de personas jóvenes y adultas, taxonomía SOLO, educación estadística.

Autor de correspondencia | Nicolás Sánchez Acevedo

Guzmán, F., Sánchez-Acevedo, N., & Herrera, J. (2026). Evaluación de la alfabetización estadística en estudiantes de educación para personas jóvenes y adultas en contexto chileno. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 65–81. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.04

Abstract

This study analyzes levels of statistical literacy among students enrolled in Youth and Adult Education in Chile. A qualitative approach with a case study design was adopted, working with 13 students at the second level of secondary education. The instrument consisted of an open-ended questionnaire focused on a contextualized situation about income and inequality, and was constructed based on the statistical literacy model and the SOLO taxonomy. The analysis was carried out in two stages: first, the knowledge elements mobilized by the students were identified; then, the responses were classified according to their level of complexity. The results show a concentration at the prestructural and unistructural levels, revealing difficulties in integrating statistical knowledge with the context and in justifying responses. These difficulties are especially visible in graphical representation, where adequate strategies for both selecting and constructing appropriate graphs were not observed. It is concluded that statistical literacy is characterized by fragmented knowledge, which reinforces the need to promote tasks that foster the interpretation and use of data in real contexts.

Keywords

Statistical literacy, youth and adult education, SOLO taxonomy, statistics education.

Antecedentes y problema de investigación

En las últimas décadas, el crecimiento del acceso a la información, la digitalización y la presencia de datos en la vida cotidiana han transformado la manera en que las personas se relacionan con el conocimiento. Gráficos, porcentajes, promedios y tablas se han vuelto elementos habituales en distintos ámbitos sociales, lo que exige habilidades para analizar, interpretar y utilizar información cuantitativa en contextos cotidianos (Arteaga et al., 2016).

En este escenario, la alfabetización estadística (AE) se posiciona como una competencia fundamental para la participación informada en la sociedad, ya que permite comprender y evaluar críticamente la información basada en datos (Gal, 2002). Se trata de un proceso que integra distintos tipos de conocimiento, como el estadístico y el contextual, así como las habilidades críticas necesarias para interpretar y comunicar información. En este sentido, una persona alfabetizada estadísticamente es capaz de analizar información en situaciones reales, reconocer la incertidumbre y tomar decisiones informadas (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

La relevancia de la AE cobra especial importancia en contextos educativos caracterizados por trayectorias escolares interrumpidas. En Chile, la Educación para Personas Jóvenes y Adultas (EPJA) busca

garantizar el derecho a la educación de quienes no pudieron acceder a la escolaridad, permanecer en ella o finalizarla en el plazo previsto (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2024). Diversos estudios han señalado que la EPJA atiende a estudiantes con trayectorias educativas heterogéneas y con menores oportunidades para desarrollar competencias vinculadas al análisis y al uso de datos (Acuña-Collado & Catelli, 2022; Cunha Júnior et al., 2020).

Se ha evidenciado que la enseñanza de la estadística en programas de educación para adultos no siempre logra articular los contenidos escolares con las experiencias previas de los estudiantes, lo que puede derivar en aprendizajes fragmentados y poco significativos (Delprato, 2020). Al mismo tiempo, las investigaciones han mostrado que las personas adultas interactúan con ideas matemáticas y estadísticas en contextos cotidianos, aunque a menudo no las reconocen como tales (Díez-Palomar, 2022; Pompeu & Gómez-Chacón, 2019).

Si bien la AE ha sido ampliamente estudiada, la mayor parte de las investigaciones se ha centrado en contextos escolares tradicionales, con menor atención a modalidades como la EPJA. Asimismo, algunos estudios han utilizado marcos como la taxonomía SOLO para caracterizar el nivel de complejidad del conocimiento, sin articularlos necesariamente con modelos que permitan identificar los tipos de conocimiento movilizados.

En este estudio se propone articular los tipos de conocimiento que caracterizan la AE con los niveles de la taxonomía SOLO, con el objetivo de evaluar la AE de estudiantes de un programa EPJA en Chile.

Fundamentos teóricos

Alfabetización estadística

El modelo de AE propuesto por Gal (2002) constituye un referente ampliamente utilizado para comprender las competencias necesarias para interpretar, evaluar y comunicar información estadística en contextos cotidianos. Desde esta perspectiva, la AE trasciende el dominio de contenidos o procedimientos específicos, al incorporar dimensiones cognitivas y disposicionales que permiten a las personas participar activamente en una sociedad caracterizada por el uso intensivo de datos.

Gal (2002) plantea que las personas no solo requieren comprender conceptos estadísticos, sino también desarrollar una disposición crítica frente a la información que les permita cuestionar las fuentes, reconocer los supuestos y analizar las implicancias de los datos en la toma de decisiones. Para dar cuenta de esta complejidad, el modelo se organiza en dos dimensiones complementarias: los elementos de conocimiento y los elementos disposicionales.

En la presente investigación, el análisis se centra en los cinco elementos de conocimiento (Gal, 2002, pp. 7–17), en tanto que permiten identificar los tipos de saberes que los estudiantes movilizan al enfrentar tareas estadísticas. Estos elementos se describen a continuación:

- **Habilidades de alfabetización estadística**: Se refieren a las capacidades que permiten a las personas leer, interpretar y comunicar información estadística presentada en distintos formatos, como tablas, gráficos o resúmenes numéricos. Estas habilidades implican comprender el significado de los datos, reconocer patrones y tendencias, y expresar conclusiones de manera coherente en función de la información disponible.
- **Conocimiento estadístico**: Comprende conceptos y procedimientos propios de la estadística. Incluye el uso e interpretación de medidas de tendencia central, de dispersión y de posición, así como nociones básicas de análisis de datos.
- **Conocimiento matemático**: Se refiere a los conocimientos necesarios para trabajar con información estadística, como el manejo de números, proporciones, porcentajes y relaciones numéricas.
- **Conocimiento del contexto**: Se entiende como la comprensión del entorno en el que se generan y se utilizan los datos. Este elemento resulta fundamental para interpretar la información estadística de manera situada, considerando factores sociales, económicos o culturales.
- **Habilidades críticas**: Corresponden a las capacidades para analizar, cuestionar y evaluar información estadística, considerando la calidad de las fuentes, la coherencia de los argumentos y las implicancias de los datos en distintos contextos.

Si bien el modelo de Gal (2002) permite identificar los conocimientos en estadística que los estudiantes movilizan, resulta necesario incorporar un marco que permita analizar los niveles de complejidad en los que dichos conocimientos se emplean. En este sentido, no basta con reconocer la presencia o ausencia de determinados elementos del conocimiento, sino que resulta relevante comprender el grado de integración conceptual y procedimental alcanzado en el desarrollo de tareas estadísticas. Para abordar estos grados de integración, se presenta la taxonomía SOLO.

Taxonomía SOLO

La taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes), propuesta por Biggs y Collis (1982), permite caracterizar la complejidad estructural del aprendizaje a partir de la calidad de las respuestas de los estudiantes. A diferencia de enfoques centrados en la cantidad de

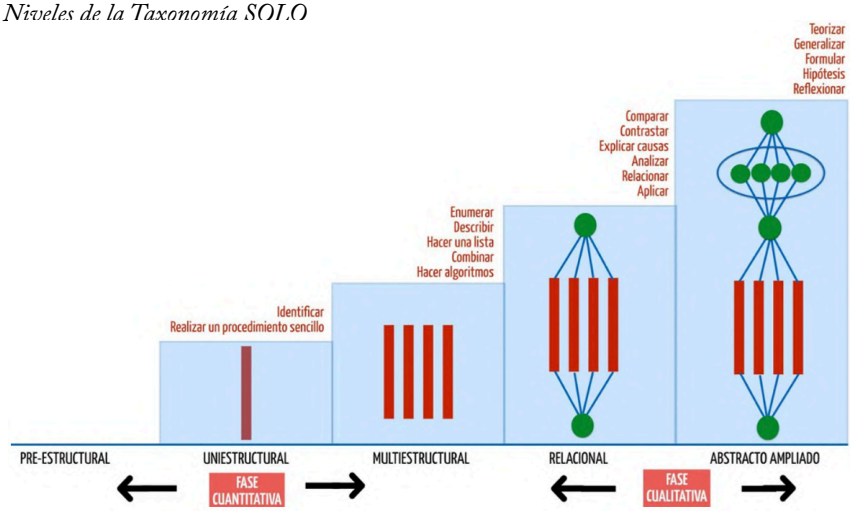
información o en la corrección procedimental, la taxonomía SOLO (Figura 1) se centra en cómo se organiza el conocimiento, es decir, en el grado de integración y coherencia de las respuestas ante una tarea.

Desde esta perspectiva, el aprendizaje se entiende como un proceso progresivo en el que las respuestas evolucionan de formas desestructuradas o fragmentadas a formas cada vez más integradas y generalizables. La taxonomía se estructura en cinco niveles jerárquicos:

- **Preestructural**: La respuesta no aborda adecuadamente la tarea, presenta errores conceptuales o carece de sentido respecto del problema planteado. No se evidencian elementos de conocimiento pertinentes.
- **Uniestructural**: El estudiante se centra en un único aspecto relevante de la tarea, generalmente identificando un dato o concepto, pero sin establecer relaciones con otros elementos.
- **Multiestructural**: Se reconocen varios elementos relevantes de la tarea; sin embargo, estos aparecen de manera aditiva y no se integran en una explicación coherente.
- **Relacional**: Los distintos elementos de conocimiento se integran en una estructura coherente, lo que permite construir una interpretación que articula datos, conceptos y contexto.
- **Abstracto ampliado**: El conocimiento se generaliza más allá de la situación dada, estableciendo inferencias, comparaciones o implicancias en otros contextos.

Figura 1

Niveles de la Taxonomía SOLO



Nota. Tomado de Biggs y Collis (1982).

En el marco de esta investigación, la taxonomía SOLO se utiliza como herramienta analítica para examinar el nivel de complejidad con el que los estudiantes movilizan distintos elementos de conocimiento al enfrentar tareas estadísticas. En este sentido, no se busca evaluar el rendimiento en términos de respuestas correctas o incorrectas, sino caracterizar la estructura del razonamiento evidenciado en las producciones escritas de los estudiantes.

En los niveles preestructural, uniestructural y multiestructural, las respuestas se caracterizan por un uso fragmentado del conocimiento, centrado en la identificación de elementos aislados o en la aplicación de procedimientos sin establecer relaciones entre ellos. En contraste, los niveles relacional y abstracto ampliado implican una mayor integración conceptual, en la que los distintos elementos de conocimiento se articulan para construir interpretaciones coherentes y, en el caso del nivel abstracto ampliado, generalizaciones aplicables a nuevas situaciones.

Esta distinción resulta particularmente relevante en el análisis de la AE, ya que permite comprender no solo la presencia de determinados conocimientos, sino también el grado de articulación entre ellos al enfrentar situaciones contextualizadas.

Propuesta de articulación de la alfabetización estadística y la Taxonomía SOLO

Desde esta perspectiva, el modelo de Gal (2002) permite identificar los elementos de conocimiento presentes en las respuestas de los estudiantes, mientras que la taxonomía SOLO permite caracterizar el grado de integración entre dichos elementos. De este modo, ambos enfoques se entienden como complementarios, en tanto que uno da cuenta de la naturaleza del conocimiento y el otro de su organización a nivel cognitivo.

No se establece una correspondencia unívoca entre los elementos de conocimiento y los niveles de la taxonomía SOLO. Por el contrario, se asume que un mismo elemento puede manifestarse en distintos niveles de complejidad cognitiva, según el grado de elaboración con el que el estudiante lo utiliza. Por ejemplo, el conocimiento del contexto puede evidenciarse en un nivel uniestructural cuando se menciona un factor aislado, o en un nivel relacional cuando se integra con otros elementos para construir una interpretación coherente de la situación.

Asimismo, algunos elementos del modelo presentan un carácter transversal en el análisis. En particular, las habilidades de alfabetización estadística y el conocimiento matemático pueden movilizarse a lo largo de las distintas tareas, por lo que su presencia se interpreta en relación con otros elementos del conocimiento. En esta investigación, la articulación

entre ambos marcos se operacionalizó mediante la elaboración de respuestas esperadas para cada consigna, que integran los elementos de conocimiento que propone Gal (2002) con los niveles de complejidad de la taxonomía SOLO. Un ejemplo de esta operacionalización se presenta en la Tabla 1.

Metodología

La presente investigación se desarrolló desde un enfoque cualitativo, pertinente para comprender cómo los estudiantes interpretan y utilizan la información estadística en contextos cotidianos, considerando sus percepciones, experiencias y contextos socioculturales (Creswell, 2013). El estudio adopta un carácter descriptivo y exploratorio, orientado a describir las manifestaciones de la AE en un contexto educativo específico. El diseño metodológico corresponde a un estudio de caso.

Participantes e instrumento de recolección de datos

Los participantes correspondían a un curso del segundo nivel de enseñanza media (3º y 4º medio) del programa EPJA, ubicado en la Región Metropolitana de Chile. La selección del grupo se realizó mediante un muestreo intencional (Patton, 2002), que permite seleccionar casos que aportan información relevante para la comprensión del fenómeno estudiado.

El grupo analizado estuvo conformado por 13 estudiantes, con alta heterogeneidad en edades (entre 20 y 60 años), experiencias laborales, motivaciones personales y trayectorias educativas, características propias de esta modalidad. En relación con sus conocimientos previos, los estudiantes habían abordado contenidos básicos de estadística descriptiva en el marco del currículum EPJA, tales como la lectura de gráficos, la interpretación de tablas y el uso de medidas de tendencia central, sin evidencia de un trabajo sistemático en la interpretación crítica de los datos.

El instrumento de recolección de datos consistió en un cuestionario con tres situaciones de respuesta abierta, construido con base en el currículum nacional de la modalidad EPJA (MINEDUC, 2022) y fundamentado en el modelo de AE (Gal, 2002) y en la taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 1982). Para efectos de este estudio, se analiza una única situación contextualizada vinculada a la vida cotidiana, centrada en la interpretación de los ingresos y de la desigualdad (Figura 2).

Esta situación fue diseñada para que los estudiantes interpretaran información estadística, analizaran medidas de posición y justificaran sus respuestas en función del contexto, lo que permitió recoger no solo los resultados obtenidos, sino también los razonamientos empleados en la resolución de la tarea.

Figura 2

Actividad estadística sobre ingresos en diferentes sectores de Chile

Situación. Un informe económico sobre ingresos en distintos sectores laborales en Chile presentó los siguientes percentiles salariales mensuales en pesos chilenos:

Percentil	Salario ($)
25	400.000
50	600.000
75	1.000.000

1. Un trabajador se encuentra en el percentil 75. Explica qué significa este valor en relación con el resto de los trabajadores y cómo puede interpretarse en términos de desigualdad salarial.
2. Si en el próximo año el percentil 50 aumenta a $700.000, ¿qué implicaciones podría tener este cambio para los trabajadores de los percentiles más bajos? ¿Y para los trabajadores de los percentiles más alto? Justifica tu respuesta.
3. Construya el gráfico más adecuado para representar la situación. ¿Por qué escogió ese tipo de gráfico? Justifique su respuesta.

El instrumento fue sometido a procesos de validación interna y externa (Hernández Sampieri et al., 2014). La validación interna se realizó mediante la revisión por parte del equipo investigador, asegurando la coherencia entre los ítems, los objetivos del estudio y los fundamentos teóricos. Por su parte, la validación externa se realizó mediante el juicio de una experta en didáctica de la estadística, quien evaluó la pertinencia, la claridad y la coherencia de la situación en relación con el análisis de la AE en estudiantes de EPJA. La aplicación del instrumento se realizó de manera presencial, previo consentimiento informado de los participantes.

Análisis de los datos

El proceso de análisis se organizó a partir de la identificación y el conteo de frecuencias de patrones de respuesta (Krippendorff, 2013), entendidos como regularidades en la forma en que los estudiantes interpretaron, analizaron y comunicaron la información estadística en la situación propuesta. Este procedimiento permitió sistematizar las respuestas y establecer categorías de análisis acordes con los objetivos del estudio.

En una primera etapa, las respuestas fueron analizadas a partir de los elementos de conocimiento de la AE, con el fin de identificar los tipos de conocimiento movilizados por los estudiantes. En una segunda etapa, dichas respuestas fueron clasificadas según los niveles de complejidad cognitiva definidos por la taxonomía SOLO, lo que permitió caracterizar el grado de integración entre los elementos de conocimiento identificados.

Inicialmente, se revisaron las respuestas de los 13 estudiantes y se asignó a cada uno un identificador para resguardar el anonimato. Posteriormente, las respuestas fueron examinadas mediante un análisis comparativo,

tomando como referencia un conjunto de respuestas esperadas, definidas a priori para cada ítem del instrumento, elaboradas a partir de los elementos de conocimiento de la AE y de los niveles de la taxonomía SOLO. Con el propósito de fortalecer la credibilidad del proceso de análisis (Nowell et al., 2017), dos investigadores codificaron de manera independiente las respuestas según los criterios establecidos. Las clasificaciones obtenidas se compararon y las discrepancias identificadas se discutieron hasta alcanzar el consenso.

A modo de ejemplo, en la Tabla 1 se presenta una de las consignas del instrumento junto con sus respuestas esperadas, organizadas según los niveles de complejidad de la taxonomía SOLO.

Tabla 1

Ejemplo de consigna y respuestas esperadas según niveles SOLO

Consigna	Respuestas esperadas
Un trabajador se encuentra en el percentil 75. Explica qué significa este valor en relación con el resto de los trabajadores y cómo puede interpretarse en términos de desigualdad salarial.	***Preestructural:*** *No interpreta el significado del percentil o entrega una respuesta desconectada de la consigna. Puede limitarse a repetir el dato presentado, identificar quién tiene un mayor ingreso o emitir afirmaciones generales sin relacionarlas con la distribución de los trabajadores ni con la desigualdad salarial.* ***Uniestructural:*** *Reconoce el percentil 75 como un valor dado, sin interpretar su significado en la distribución.* ***Multiestructural:*** *Señala que el percentil se relaciona con una parte de los trabajadores (por ejemplo, "está sobre otros"), pero sin explicar claramente su significado en términos de proporción o contexto.* ***Relacional:*** *Interpreta que el trabajador se encuentra por sobre el 75% de los trabajadores, relacionando este valor con la distribución de ingresos y explicando su posición relativa.* ***Abstracto ampliado:*** *Extiende la interpretación, analizando implicancias en términos de desigualdad salarial o comparaciones con otros contextos o distribuciones.*

Las respuestas esperadas presentadas en la Tabla 1 ilustran cómo se operacionalizó la articulación entre los elementos de conocimiento propuestos por Gal (2002) y los niveles de complejidad de la taxonomía SOLO. En ellas se observa que un mismo elemento de conocimiento puede manifestarse con distintos grados de elaboración cognitiva, desde respuestas que no evidencian la movilización de dichos elementos hasta respuestas que los integran de manera coherente y, eventualmente, los generalizan a nuevas situaciones. Estos criterios orientaron la clasificación posterior de las respuestas de los estudiantes.

Siguiendo este procedimiento, se elaboró un resumen individual de las respuestas de cada participante, lo que permitió clasificarlas según los

niveles de la taxonomía SOLO en relación con los elementos de conocimiento previamente identificados. A partir de esta información, se construyó una matriz de análisis con los niveles de desempeño por ítem. Este procedimiento permitió clasificar las respuestas en ambas dimensiones y construir las distribuciones de frecuencia presentadas en la Tabla 2.

Para resguardar el rigor científico del estudio, se consideraron los criterios de credibilidad, transferibilidad, dependencia y confirmabilidad propuestos por Nowell et al. (2017), lo que aseguró que el análisis se fundamentara en los datos y que las conclusiones emergieran de manera coherente a partir de las evidencias empíricas obtenidas.

Resultados

En este apartado se presentan los hallazgos obtenidos a partir del análisis de la situación ilustrada en la Figura 2. Esta situación implicó el conocimiento estadístico y las habilidades críticas mediante la interpretación de medidas de posición (percentiles) y la representación gráfica de datos socio-económicos.

La Tabla 2 presenta la distribución de frecuencias de las respuestas de los estudiantes a cada una de las tres preguntas planteadas en la situación, según el nivel SOLO alcanzado en cada respuesta, de acuerdo con el conocimiento estadístico y las habilidades críticas involucradas.

Tabla 2

Distribución de frecuencias de los niveles SOLO en las preguntas analizadas

Nivel SOLO	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3
Preestructural	6	8	13
Uniestructural	6	5	0
Multiestructural	1	0	0
Relacional	0	0	0
Abstracto ampliado	0	0	0
Total	13	13	13

Interpretación de percentiles y desigualdad (Pregunta 1)

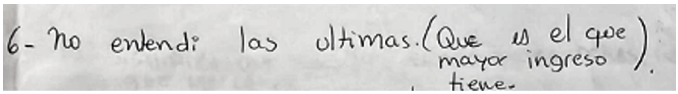
La pregunta fue diseñada para analizar el conocimiento estadístico asociado a la interpretación de medidas de posición, específicamente el percentil 75, así como su relación con el contexto de desigualdad salarial.

En el nivel preestructural (Figura 3), las respuestas no logran captar el significado del percentil como medida de posición. Los estudiantes se

limitan a realizar afirmaciones generales sobre los ingresos, como identificar quién "gana más", sin relacionarlas con la distribución ni con la proporción de trabajadores involucrada. Esto evidencia una falta de conocimiento estadístico y una débil conexión con el contexto, ya que la desigualdad no se interpreta a partir del dato.

Figura 3

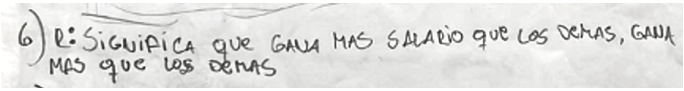
Ejemplo de respuesta a la Pregunta 1 de nivel preestructural



En el nivel uniestructural (Figura 4), las respuestas identifican un elemento relevante del concepto, señalando que el trabajador del percentil 75 está por encima de los demás. Sin embargo, esta interpretación es parcial, pues no se explicita correctamente la proporción ni se establece una relación clara con la distribución de ingresos. En términos de articulación, se observa conocimiento estadístico, pero sin integración con el contexto ni con habilidades críticas que permitan interpretar la desigualdad.

Figura 4

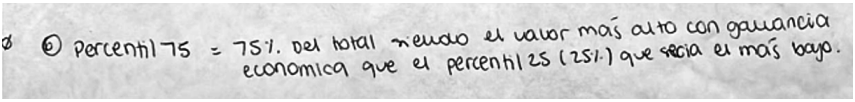
Ejemplo de respuesta a la Pregunta 1 de nivel uniestructural



De los 13 estudiantes, solo uno alcanzó el nivel multiestructural (Figura 5), reconociendo más de un elemento relevante, aunque sin integrarlos entre sí. El estudiante identifica la posición del percentil 75 y la compara con la del percentil 25, reconociendo más de un elemento relevante de la situación. Sin embargo, estos elementos se presentan de manera aislada, sin integrarlos en una interpretación de la distribución de los ingresos ni de sus implicancias en términos de desigualdad salarial.

Figura 5

Ejemplo de respuesta a la Pregunta 1 de nivel multiestructural



Estos resultados muestran que la interpretación del percentil se apoya principalmente en ideas aisladas, con escasa relación entre el concepto estadístico y el contexto de la desigualdad salarial.

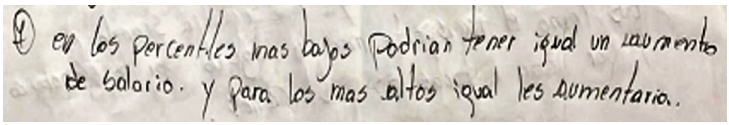
Reflexión crítica sobre cambios en la mediana (Pregunta 2)

La pregunta se orientó a analizar la comprensión de la mediana como medida de posición y su interpretación ante un cambio en su valor, considerando sus posibles implicancias en la distribución de ingresos. Se esperaba que los estudiantes reconocieran que un aumento de la mediana implica un incremento del ingreso del trabajador, ubicado en el centro de la distribución, y discutieran posibles efectos sobre los distintos grupos de trabajadores y sobre la desigualdad salarial.

En el nivel preestructural (Figura 6), las respuestas se refieren a aspectos generales de la situación, como posibles aumentos salariales en distintos grupos de trabajadores. Sin embargo, estas afirmaciones no consideran el significado de la mediana como medida de posición ni explican cómo el aumento del percentil 50 modifica la distribución de ingresos. Aunque se mencionan elementos del contexto, estos no se articulan con el concepto estadístico involucrado ni permiten interpretar las implicancias del cambio planteado en la consigna.

Figura 6

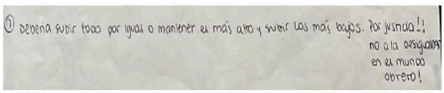
Ejemplo de respuesta a la Pregunta 2 de nivel preestructural



En el nivel uniestructural (Figura 7), las respuestas indican que la mediana aumenta, asociándola con una mejora en los ingresos. Sin embargo, esta interpretación es parcial, ya que no se explicita el significado de la mediana como medida central de la distribución ni se distinguen sus efectos en distintos sectores. En términos de la articulación, se observa conocimiento estadístico de forma aislada, sin integración con el contexto ni con habilidades críticas que permitan analizar sus implicancias.

Figura 7

Ejemplo de respuesta a la Pregunta 2 de nivel uniestructural



Transcripción: "Debería subir todo por igual o mantener el más alto y subir los más bajos. Por justicia!! no a la desigualdad en el mundo obrero!"

En la respuesta presentada se reconoce que una modificación de la mediana puede asociarse con mejoras en los ingresos, pero no se explica el significado de esta medida dentro de la distribución ni sus posibles efectos en distintos grupos de trabajadores.

De los 13 estudiantes, 8 se ubicaron en el nivel preestructural y mostraron dificultades para interpretar el concepto de mediana y su variación. Los 5 estudiantes restantes se clasificaron en el nivel uniestructural, lo que evidencia una identificación parcial del cambio, sin lograr una interpretación más elaborada.

Estos resultados muestran que la mediana se concibe principalmente como un valor que "sube" o "baja", sin ser interpretada como una medida de posición dentro de una distribución ni vinculada a sus efectos sobre la desigualdad de ingresos.

Construcción y argumentación de representaciones gráficas (Pregunta 3)

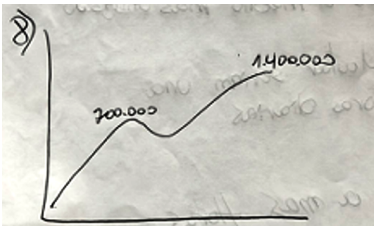
La pregunta se orientó a analizar el conocimiento estadístico asociado a la representación de datos, específicamente a la selección y la construcción de un gráfico adecuado para la situación de ingresos, así como a la justificación de dicha elección. Se esperaba que los estudiantes propusieran una representación que permitiera comparar los valores asociados a los percentiles 25, 50 y 75, y justificaran su elección en función de la información disponible. Más que en la construcción de un tipo específico de gráfico, el interés estaba en la capacidad de seleccionar una representación coherente con los datos y de argumentar su pertinencia.

En el nivel preestructural (Figura 8), las respuestas no logran representar adecuadamente la información ni justificar la elección de un gráfico según el tipo de datos. En varios casos, los estudiantes construyen gráficos que no corresponden a la naturaleza de la información presentada, mientras que en otros no logran elaborar una representación o dejan la respuesta en blanco. Esta dificultad no se limita a un error de ejecución, sino que evidencia una falta de comprensión de qué tipo de gráfico es pertinente para representar una distribución de ingresos.

En particular, las respuestas no justifican la representación utilizada ni establecen una relación explícita entre el gráfico propuesto y el significado de los percentiles presentados en la situación.

Figura 8

Ejemplo de respuesta a la Pregunta 3 de nivel preestructural



Además, las respuestas evidencian una movilización limitada del conocimiento estadístico para seleccionar y representar adecuadamente los datos, así como del conocimiento matemático necesario para organizar la información de manera gráfica. Del mismo modo, no se observan habilidades de alfabetización orientadas a comunicar e interpretar la información representada, ni habilidades críticas que permitan justificar la pertinencia del gráfico elaborado en función de la situación planteada.

En esta pregunta, los 13 estudiantes se ubicaron en el nivel preestructural, lo que evidenció dificultades en la selección, la construcción y la justificación de representaciones gráficas adecuadas a la situación planteada. Las respuestas incluyen gráficos incorrectos o no pertinentes al tipo de datos, así como la ausencia de justificación de la elección realizada. Además, en 9 casos no se presenta respuesta, lo que refuerza la falta de estrategias para abordar este tipo de tarea. Esta situación evidencia una comprensión limitada del rol de los gráficos como herramientas para representar y comunicar información estadística, en particular en contextos asociados a los percentiles y a la distribución de ingresos.

Discusión y conclusiones

Los resultados obtenidos en las tres consignas muestran un patrón consistente en el desempeño de los estudiantes, caracterizado por una concentración en los niveles preestructural y uniestructural de la taxonomía SOLO. En las tres tareas, las respuestas se basan principalmente en la identificación de elementos aislados, sin establecer una relación entre el conocimiento estadístico y el contexto de la situación.

Esta dificultad se observa con mayor claridad en las consignas que requieren interpretar o justificar la información, en las que las respuestas suelen ser incompletas o meramente descriptivas. Desde el modelo de Gal (2002), esto refleja una movilización limitada del conocimiento estadístico, con escasa integración del conocimiento del contexto y de las habilidades críticas, ya que los estudiantes reconocen algunos conceptos o valores, pero no logran utilizarlos para construir interpretaciones situadas ni para analizar sus implicancias.

La mayor dificultad se observa en la representación gráfica, donde todas las respuestas se ubican en el nivel preestructural, lo que evidencia una falta de estrategias para seleccionar, construir y justificar la elaboración de gráficos adecuados. Este resultado se alinea con investigaciones que muestran que la representación de datos suele abordarse como una tarea técnica, sin conexión con la interpretación (Arteaga et al., 2016). En este caso, los gráficos no cumplen funciones de análisis ni de comunicación, lo que limita su uso para comprender la información.

Los resultados permiten caracterizar la AE de los estudiantes como un conocimiento fragmentado, con escasa integración entre los distintos elementos considerados en el análisis. Este comportamiento coincide con lo reportado en la literatura, donde se advierte que la enseñanza de la estadística suele centrarse en procedimientos que limitan su comprensión en contextos reales (Schreiter et al., 2024; Weiland, 2017). En este estudio, esto se observa en la interpretación de los percentiles y de la mediana, donde los estudiantes reconocen valores, pero tienen dificultades para explicar su significado dentro de la distribución o para analizar sus implicancias en términos de desigualdad.

También se observa una débil integración entre el conocimiento estadístico y el contexto, lo cual coincide con estudios que describen las particularidades de la modalidad EPJA, en los que los estudiantes presentan trayectorias diversas y menos oportunidades para desarrollar habilidades de análisis de datos en contextos significativos (Acuña-Collado & Catelli, 2022; Cunha Júnior et al., 2020). Aunque los estudiantes reconocen aspectos del contexto, no logran utilizarlos para construir interpretaciones más completas, lo que restringe el desarrollo de habilidades críticas en el sentido planteado por Gal (2002). Estos resultados refuerzan la necesidad de fortalecer la enseñanza de la estadística en esta modalidad, especialmente en tareas que promuevan la interpretación, la argumentación y el uso de datos en contextos reales.

Como contribución del estudio, se considera que la articulación entre el modelo de AE y la taxonomía SOLO permite analizar no solo qué conocimientos están presentes, sino también el nivel en el que estos se integran en las respuestas de los estudiantes. Entre las limitaciones del estudio se encuentra el reducido tamaño de la muestra, correspondiente a un único curso de la modalidad EPJA, lo que limita la posibilidad de transferir los resultados a otros contextos. Asimismo, el análisis se basó en una única situación estadística contextualizada, por lo que futuras investigaciones podrían incorporar un conjunto más amplio de tareas que permita explorar distintas dimensiones de la AE en esta población.

Como futuros trabajos, resulta pertinente profundizar en el diseño e implementación de tareas que promuevan una mayor integración entre los elementos de conocimiento, así como analizar la utilidad de la articulación entre el modelo de Gal (2002) y la Taxonomía SOLO para estudiar el desarrollo de la alfabetización estadística en distintos contextos educativos.

Referencias

Acuña-Collado, V., & Catelli, R., Jr. (Eds.). (2022). *La educación de personas jóvenes y adultas como estrategia para enfrentar las desigualdades en América Latina: De las políticas a las prácticas.* Mirada Nueva Ediciones. https://www.upla.cl/noticias/wp-content/uploads/2022/06/La-Educacion-de-Personas-Jovenes-y-Adultas-como-estrategia-para-enfrentar-las-desigualdades.-De-las-Politicas-a-las-Practicas.pdf

Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. M., & Cañadas, G. R. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19*(1), 15–40. https://doi.org/10.12802/relime.13.1911

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–15). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_1

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy.* Academic Press.

Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). SAGE Publications.

Cunha Júnior, A. S., Soares, L. J. G., & Acuña Collado, V. R. (2020). La trayectoria reciente de la educación de personas jóvenes y adultas en Chile: Inferencias de un estudio comparado. *Revista de Educación de Adultos y Procesos Formativos, (*10), 36–52. https://www.educaciondeadultosprocesosformativos.cl/revista/2020/10/15/documentos-la-trayectoria-reciente-de-la-educacion-de-personas-jovenes-y-adultas-en-chile-inferencias-de-un-estudio-comparado/

Delprato, M. F. (2020). *Enseñanza matemática a adultos: Condiciones y propuestas de un trabajo colaborativo.* UniRío Editora. https://www.unirioeditora.com.ar/producto/ensenanza-matematica-adultos/

Díez-Palomar, J. (2022). *Las matemáticas en la educación de personas adultas.* Funes. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1204067/Diez2022Las.pdf

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70*(1), 1–25. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: An introduction to its methodology* (3rd ed.). SAGE Publications.

Ministerio de Educación de Chile. (2022). *Programa de estudio para Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA): Responsabilidad personal y social.* Biblioteca Digital del Ministerio de Educación de Chile.

Ministerio de Educación de Chile. (2024). *Bases curriculares para la educación de personas jóvenes y adultas*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-354324_bases.pdf

Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., & Moules, N. J. (2017). Thematic analysis: Striving to meet the trustworthiness criteria. *International Journal of Qualitative Methods, 16*(1), 1–13. https://doi.org/10.1177/1609406917733847

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). SAGE Publications.

Pompeu, C. C., & Gómez-Chacón, I. M. (2019). Aprendizaje matemático y estrategias de identidad. Un caso de educación de personas adultas en Brasil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 22*(3), 285–308. https://doi.org/10.12802/relime.19.2232

Schreiter, S., Friedrich, A., Fuhr, H., Malone, S., Brünken, R., Kuhn, J., & Vogel, M. (2024). Teaching for statistical and data literacy in K-12 STEM education: A systematic review on teacher variables, teacher education, and impacts on classroom practice. *ZDM - Mathematics Education, 56*(1), 31–45. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01531-1

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 33–47. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9764-5

Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general

Probability and frequency formats in the fourth semester of general high school

Saúl Elizarraras Baena | sauleliba@gmail.com
Escuela Normal Superior de México, México

Ana María Ojeda Salazar | amojeda@cinvestav.mx
Cinvestav, México

Recepción: 21 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen

En esta investigación cualitativa se analiza la comprensión de los enfoques frecuencial y teórico de 40 estudiantes al inicio del cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado *Probabilidad y Estadística*. Para informar de las condiciones de su conocimiento matemático adquirido, se les aplicó un cuestionario con reactivos liberados del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA), de selección argumentada de una de cuatro opciones, que incluyó dos relativos a esos enfoques. En las 22 respuestas incorrectas, los formatos numéricos que los estudiantes emplearon revelaron el predominio de algoritmos de equivalencias aritméticas (fracciones, decimales y porcentajes), sin atender a la naturaleza de los datos ni al concepto numérico (número natural, porcentual o razón) apropiado al enfoque de probabilidad (frecuencial, o clásico o teórico) implicado en el fenómeno aleatorio planteado. Los términos relevantes en sus argumentos revelaron vías para atender sus dificultades en la enseñanza.

Palabras clave

Comprensión, estocásticos, formatos, bachillerato.

Autor de correspondencia | Saúl Elizarraras Baena

Elizarraras Baena, S., & Ojeda Salazar, A. M. (2026). Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 83–96. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.05

Abstract
This qualitative study analyzes 40 students' understanding of the frequentist and theoretical approaches at the beginning of the fourth semester of general upper secondary school, one year after they had taken Probability and Statistics. To report on the conditions of their acquired mathematical knowledge, they were administered a questionnaire with released items from the Programme for International Student Assessment (PISA). The questionnaire required students to select and justify one of four options and included two items related to these approaches. In the 22 incorrect responses, the numerical formats used by the students revealed the predominance of arithmetic equivalence algorithms involving fractions, decimals, and percentages, without considering either the nature of the data or the numerical concept—natural number, percentage, or ratio—appropriate to the probability approach, whether frequentist or classical/theoretical, involved in the random phenomenon presented. The relevant terms in their arguments revealed possible ways to address their difficulties in teaching.

Keywords
Understanding, stochastic topics, formats, upper secondary school.

Contexto y planteamiento de la investigación

A finales del siglo pasado, Frawley (1999) señaló la importancia de considerar el contexto de un individuo como su *marco informativo total*, por el cual da sentido a los conceptos que aplica. Similarmente, al considerar las matemáticas como una tarea educativa, Freudenthal (1973) también señaló la pertinencia de enseñarlas mediante la Probabilidad y la Estadística, por ser los estocásticos el campo privilegiado de las aplicaciones de los demás conceptos matemáticos y por ellas dotarlos de sentido, además de dotar también de sentido a los conceptos de otras disciplinas estudiadas para modelar sus fenómenos. Algunos estudios recientes señalan la pertinencia del uso interdisciplinario de la estadística para generar un conocimiento profundo y transformar realidades complejas (Guamán et al., 2025). La reciente reforma educativa del nivel medio superior mexicano (SEP, 2023a) ha adoptado esa orientación interdisciplinaria de la enseñanza y empiezan a surgir resultados de investigación que atañen al currículo de los estocásticos y la propuesta metodológica por proyectos interdisciplinarios (por ejemplo, Elizarraras & Ojeda, 2025a).

La reforma curricular del bachillerato general (SEP, 2023a) dispone como modelo de aprendizaje el desarrollo de competencias, centrado, a su vez, en el del pensamiento crítico, ético y ciudadano del estudiante. Este modelo, *ad hoc* para la interdisciplinariedad por lo amplio del contexto situacional de un ciudadano, la constriñe a tratarla de forma crítica, lo cual

supone un proceso cognitivo que se ejercite y regule sistemáticamente, y que propicie que se afronten todo tipo de fenómenos, incluidos los aleatorios, para los que se requiere: cuestionar supuestos, advertir la variabilidad de sus resultados, distinguir entre teoría y realidad, y tomar decisiones con ética.

Para el seguimiento de los resultados de la reforma del 2023 del nivel medio superior se determinó efectuar una primera valoración de su implementación al concluir el ciclo escolar 2023-2024 (Artículo Décimo Transitorio del Acuerdo 09/08/23, SEP, 2023b). Las autoridades educativas también solicitaron que se familiarizara al estudiantado con pruebas estandarizadas como las del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA). Esta indicación fue una oportunidad para recopilar datos de la comunicación escrita de los estudiantes relativa a contextos que implicaban contenidos de estocásticos.

El objetivo general de esta investigación fue: en el marco de la reforma curricular del bachillerato general (SEP, 2023a), caracterizar la comprensión de los enfoques clásico (o teórico) y frecuencial de probabilidad de 40 estudiantes al inicio de su cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado *Pensamiento Matemático I* (SEP, 2023a; Probabilidad y Estadística), identificada por sus respuestas argumentadas a dos reactivos de PISA liberados (OCDE, 2004).

Perspectiva teórica

Tres ejes rectores fundamentan esta investigación: el epistemológico, el cognitivo y el social.

El *eje epistemológico* se refiere a la propuesta de Heitele (1975) de diez ideas fundamentales de estocásticos como guía de un currículum en espiral: medida de probabilidad, espacio muestra, adición de probabilidades, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números y muestra. El autor concibe la enseñanza de estas ideas desde preescolar hasta el nivel superior, siempre que se les adapte al nivel cognitivo y lingüístico respectivo. De manera más específica, Steinbring (2005) esquematiza la constitución del concepto matemático con el *triángulo epistemológico*, cuyos vértices, c*ontexto de referencia/objeto, signo/símbolo y concepto,* están inextricablemente interrelacionados. En adelante, resumimos como *referente* al contexto de referencia de las ideas fundamentales de estocásticos; y a él se adscribe el *objeto*.

El *eje cognitivo* considera el papel de la representación en la actividad matemática. Duval (2017) sostiene que el empleo de registros semióticos de representación evidencia las funciones cognitivas asociadas a su *producción*, al *tratamiento* interno de cada registro y a la *conversión* entre registros. Así,

los registros semióticos se rigen por las operaciones de su producción y transformación, y no por las reglas de combinación válidas de un sistema formal ni por los signos propios de un código.

Particularmente para problemas relativos a probabilidad condicional y al teorema de Bayes, Gigerenzer y Hoffrage (1995) señalaron que una forma de representación numérica (*o formato*), *natural* de frecuencias (absolutas) facilita dotar de sentido a los datos de una situación aleatoria y, en menor medida, lo hace un formato porcentual; en contraste, un formato de *probabilidad* (o de razón no porcentual) es menos accesible. Rößner et al. (2025) fijaron tres tipos de esquemas con datos parciales de problemas condicionales y variaron el formato numérico (frecuencias vs. razones), para que estudiantes de bachillerato y universidad, familiarizados con probabilidad condicional, los completaran. Aun así, el formato frecuencial no fue más fácil que el de razón. La desventaja fue clara al introducir eventos conjuntos, en contra de la supuesta intuición frecuencial. Los investigadores concluyeron que la dificultad reside en construir la representación semiótica, no solo en el formato numérico. Sin embargo, aún no hay información suficiente de la influencia de los formatos numéricos en el caso no condicional para una variedad de referentes.

En el *eje social,* Freudenthal (1973) propuso presentar a los estudiantes problemas matemáticos en referentes realistas y de su entorno cotidiano, a fin de propiciar la identificación de los factores relevantes para solucionarlos. Igualmente, Steinbring (2005) señala la importancia de que el referente sea familiar al estudiante para que logre significar al objeto. Al considerar la comunicación relativa al contenido matemático, Steinbring identifica la correspondencia del "significador" con el "significado" en la interacción del individuo con el referente en cuestión. Tal correspondencia deriva de la constitución del concepto matemático señalada en el eje epistemológico. Según Wienecke et al. (2025), la identificación del objeto resulta más significativa si el referente se plantea en lengua natural escrita y se fomenta la argumentación para justificar la respuesta.

Marco metodológico

Desde un enfoque cualitativo (Vasilachis, 2006) estudiamos las respuestas de 40 estudiantes de cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado Probabilidad y Estadística, a los reactivos 21 y 33, de selección de una de cuatro opciones, del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) (OCDE, 2004). Los dos reactivos se seleccionaron por estar en sintonía con el interés en plantear situaciones realistas familiares a los estudiantes por su entorno socio-geográfico, en lengua natural escrita y símbolos numéricos. En sesión presencial regular de

aula, se presentaron los reactivos a los estudiantes en hoja impresa; se les solicitó contestarlos y argumentar ahí, por escrito, la selección de las opciones efectuada.

Al primer reactivo se le denominó "Respaldo al presidente":

En Zedlandia, se llevaron a cabo encuestas de opinión para conocer el nivel de popularidad del Presidente con motivo de la próxima elección. Cuatro periódicos hicieron, cada uno, su propia encuesta a nivel nacional. Los resultados de las cuatro encuestas fueron:

Periódico 1: 36.5% (encuesta realizada el 6 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 2: 41.0% (encuesta realizada el 20 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 3: 39.0% (encuesta realizada el 20 de enero, con una muestra de 1000 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 4: 44.5% (encuesta realizada el 20 de enero, con 1000 lectores que llamaron por teléfono para votar).

¿Qué resultado tiene mayor probabilidad de ser el mejor para predecir el nivel de popularidad del Presidente si la elección se lleva a cabo el 25 de enero?

El segundo reactivo fue denominado "Terremoto":

Se transmitió un documental por televisión acerca de los terremotos y la frecuencia con que ocurren. En él se incluyó una discusión sobre la posibilidad de predecir los terremotos. Un geólogo afirmó: "Durante los próximos veinte años, la probabilidad de que ocurra un terremoto en la Ciudad de Zed es dos de tres."

¿Cuál de las siguientes afirmaciones refleja, de mejor manera, el significado de la *afirmación del geólogo*?

A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13.3$, de modo que, dentro de 13 o 14 años a partir de esta fecha habrá un terremoto en la Ciudad de Zed.

B. $\frac{2}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, de modo que se puede estar seguro que habrá un terremoto en la Ciudad de Zed en algún momento dentro de los próximos 20 años.

C. La probabilidad de que haya un terremoto en la Ciudad de Zed en algún momento durante los próximos 20 años es más alta que la probabilidad de que no haya un terremoto.

D. No se puede decir qué va a pasar, porque nadie puede estar seguro de cuándo habrá un terremoto.

Proporciona dos razones que apoyen tus respuestas. (OCDE, 2004)

Además, se solicitó a los estudiantes que justificaran su selección o rechazo de cada opción. Los dos reactivos demandan, primero, la interpretación del lenguaje natural en el que plantean los referentes a uno u

otro enfoque de probabilidad, y de los datos numéricos en el formato en que se les presenta; no se pide efectuar cálculos. "Respaldo al presidente" pide valorar la evidencia con los datos recopilados; "Terremoto", a la ocurrencia de un evento único en un tiempo dado.

Resultados

En la Tabla 1 se muestra la manera como se llevó a cabo el análisis de los resultados obtenidos. Las columnas de la primera a la cuarta caracterizan los dos reactivos de acuerdo con la *célula de análisis* (Ojeda, 2006). La primera indica el concepto de número incluido y la cuarta su formato de presentación; la segunda, las ideas fundamentales y, la tercera, los términos que las denotan y los del referente respectivo; la quinta y la sexta presentan los resultados.

Tabla 1

Caracterización de los reactivos de PISA y tipos de respuestas

Otros conceptos matemáticos	**Ideas fundamentales de estocásticos**	**Términos de estocásticos** Términos del referente contextual	**Registros semióticos** (y formatos)	**Tipo y número de respuestas** (selección)	
"Respaldo al presidente" Situación: Encuestas de opinión y predicción de elección del presidente				**Correcta** (periódico)	**Incorrecta** (periódico)
Número natural Razón porcentual	Medida de probabilidad Ley grandes números Variable estocástica Muestra	Encuestas Selección al azar Probabilidad Mayor Predicción Muestra, nivel nacional Opinión Nivel de popularidad Próxima elección	Lengua natural Numerales (Formatos porcentual y natural)	32 (3)	8 (4)
"Terremoto" Situación: Predicción de ocurrencia de un terremoto en un periodo de tiempo				**Correcta** (inciso)	**Incorrecta** (inciso)
Número natural (medida de tiempo) Razón	Medida de probabilidad Espacio muestra Adición de probabilidades	Predecir, dos de tres Probabilidad, mayor que Ocurr(en)(a), posibilidad Seguro Frecuencia Próximos, dentro de, en algún momento, a partir de Más alta que Se puede, nadie puede Haya, no haya	Lengua natural Numerales (Formatos de razón y decimal)	26 (C.)	14 (A.: 2) (B.: 4) (B. y C.: 5) (D.: 3)

Nota. Elaboración propia a partir de los criterios de la célula de análisis (Ojeda, 2006).

Veintidós estudiantes del grupo contestaron correctamente ambos reactivos. El formato mismo en que estos se presentaron rigió, en general, a los formatos de las justificaciones de los estudiantes de sus selecciones o no de cada opción.

Los referentes

Los estudiantes participantes estaban familiarizados con el tipo de referente del reactivo "Respaldo al presidente", pues dos meses antes de aplicarles el cuestionario se realizaron elecciones federales. Además, habían participado en un proyecto interdisciplinario de cultura cívica para el que recopilaron datos mediante una encuesta (Elizarraras & Ojeda, 2025a). Asimismo, la familiaridad con el reactivo "Terremoto" provino de su experiencia con sismos en su región.

En acuerdo con Gigerenzer y Hoffrage (1995), el reactivo "Respaldo al presidente" fue más fácil para los estudiantes. Esa facilidad podría asociarse a que presentó los datos del tamaño de las muestras con números naturales y los datos de las tasas base respectivas en notación porcentual. En contraste, el reactivo "Terremoto", que presentó la probabilidad en formato de razón, fue más difícil. A continuación, se detalla el análisis de cada reactivo con respecto a los referentes.

Respaldo al presidente. Los 32 estudiantes que contestaron correctamente este reactivo reconocieron al Periódico 3 como el mejor "predictor" del nivel de popularidad del Presidente; y consideraron: la tasa base de simpatizantes, dada como *porcentaje*; la *representatividad* de la muestra por su mayor tamaño, en conjunción con la *selección aleatoria* de los encuestados con *derecho al voto*; y la *recencia* de la encuesta respecto a la fecha de la elección. Al contrario, ocho estudiantes respondieron incorrectamente al atender solo a la encuesta del Periódico 4 por el mayor porcentaje de simpatizantes obtenido y por el tamaño de su muestra, pero desatendieron su representatividad.

Esta omisión indica inadvertencia de la condición referencial "con motivo de la próxima elección" en el reactivo, de la que se infiere que solo atañe a la población con derecho a voto.

Terremoto. El formato numérico de razón en este reactivo expresa la probabilidad de una ocurrencia del fenómeno natural en cuestión. Las 26 respuestas correctas en las que los estudiantes eligieron el inciso C compararon la *probabilidad* de dos tercios de que *ocurriera el evento* respecto a la de un tercio de que *no ocurriera*. De los 14 estudiantes que seleccionaron incorrectamente alguno de los otros tres incisos: dos argumentaron de manera determinista su selección del inciso A; cuatro seleccionaron el B, con el argumento cuantitativo de que dos tercios es mayor que un medio y

porque en él se usa al término "seguro"; cinco seleccionaron tanto al inciso B como al C porque ambos aluden a la "mayor" o "más alta" probabilidad, respectivamente. Las tres selecciones restantes, del inciso D, obedecieron a que hace explícito que "no se puede decir" y "nadie puede saber" cuándo ocurrirá un terremoto.

La argumentación: la relación significador ↔ significado

En esta sección se presentan y discuten ejemplos de argumentos de estudiantes para sustentar su respuesta con el objetivo de analizar la relación entre el significador y el significado.

Respaldo al presidente. El estudiante E14 proporcionó una respuesta correcta. Argumentó las razones por las que el Periódico 3 cumplía con las mejores condiciones que, probabilísticamente, lo hacían *más confiable* y descartó los demás a partir de las inconsistencias correspondientes. E14 utilizó el formato porcentual para frecuencias y evidenció las ideas de variable estocástica, muestra y ley de los grandes números. Como significadores (Steinbring, 2005), que indicamos en cursivas, E14 expresó los calificativos *confiable* y *preciso* al comparar: los cuatro *porcentajes* presentados, la *recencia* de las encuestas, los *tamaños de las muestras* y su *representatividad* por el objetivo de la encuesta. Para esta última, usó *sesgo* para invalidar la muestra telefónica y suplió "probable" con *confiable*.

E14: P*eriódico 3 (39%) tiene la mejor combinación de reciente (20 de enero), muestra más grande (1000 personas) y selección aleatoria, lo que lo hace más confiable.*

Periódico 4 (44.5%) tiene una muestra grande, pero el hecho de que sea por teléfono introduce un sesgo.

Periódico 2 (41%) es reciente pero tiene sólo 500 personas, lo que lo hace más preciso.

Periódico 1 (36.5%) es el menos confiable porque es el más antiguo.

E26 seleccionó la tercera opción y suplió "probabilidad" con mejor predicción:

E26: *El periódico 3 tiene la mejor predicción ya que su muestra es la más grande (1000 ciudadanos), se realizó el 20 de enero, cerca de la elección y los ciudadanos fueron seleccionados al azar, evitando sesgos. El 3 usó la selección aleatoria, más confiable que el 4, evitando sesgos.*

En cambio, E32 dio una respuesta incorrecta al considerar solo el tamaño de la cuarta muestra y desconoció su falta de representatividad de la población a la que incumbía la encuesta; suplió "mayor probabilidad" con el significador no hay riesgo de alguna falsificación:

E32: *Periódico 4, su porcentaje de 44.5 es más alto, más confiable el de 1000 personas que el de 500 personas, ya que al ser más personas no hay riesgo de alguna falsificación.*

También E21 argumentó en función del mayor número de participantes y del mayor porcentaje de respaldo al presidente, sin inferir cuál era la población de interés de la encuesta por la condición referencial "con motivo de la próxima elección" en el enunciado del reactivo:

E21: *Yo pienso que el periódico 4 por la mayor cantidad de lectores y porque llamaron por teléfono se llevó el 44.5%.*

De modo similar, E38 proporcionó una respuesta incorrecta al argumentar tanto por el mayor número de personas como por lo que consideraba una muestra representativa:

E38: *El periódico 4 tiene la mejor probabilidad de predecir el resultado electoral, ya que el tamaño de muestra es más grande, utiliza 1000 encuestados lo que reduce el margen de error.*

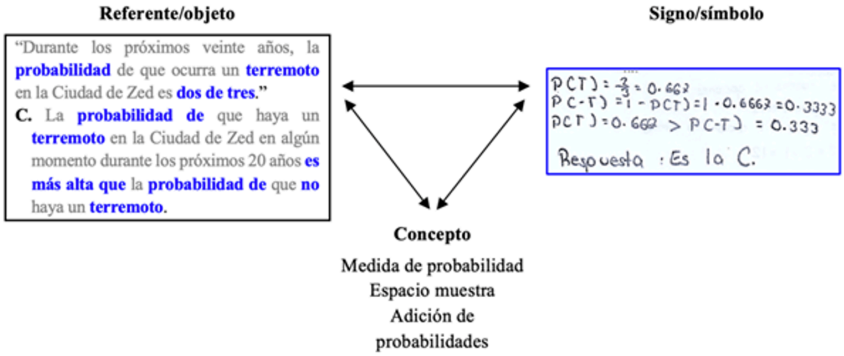
Muestra representativa: Se basa en votantes que llamaron por teléfono, lo que podría estar más alineado con la población que efectivamente participa en las elecciones.

Las respuestas de los estudiantes para sustentar su selección de la opción incorrecta para "Respaldo al presidente" revelaron su desconocimiento de la idea fundamental de muestra, que incluye si es o no representativa por su tamaño, su composición, las condiciones de su obtención y los fines para los que informe de población de la que es parte. En síntesis, estos estudiantes desconocieron el fenómeno de muestreo aleatorio para informar de la intención de voto.

Terremoto. La Figura 1 esquematiza las interrelaciones *referente/objeto-signo/símbolo-concepto* en el triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) para la respuesta correcta de E31.

Figura 1

Interrelaciones en el triángulo epistemológico de la respuesta de E31



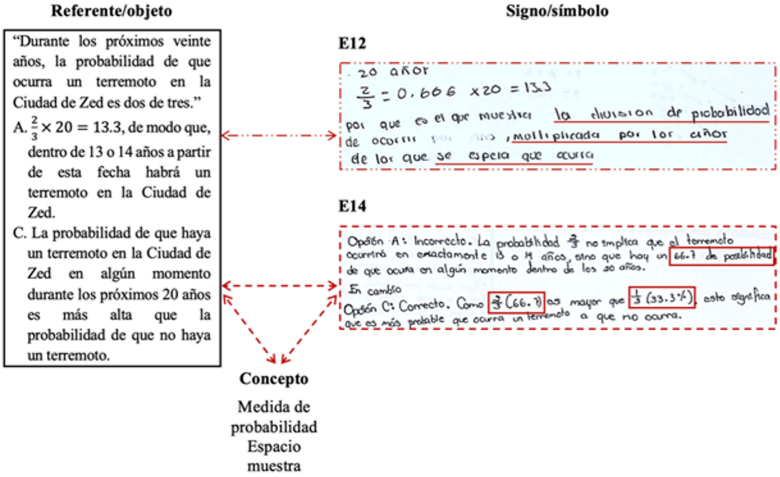
Nota. En azul, los términos del referente significados por los significantes (en símbolos al reactivo "Terremoto".

E31 reconoció las ideas fundamentales de estocásticos implicadas (*concepto*), al justificar con su *significador* $P(T) = \frac{1}{3}$ (*signo/símbolo*) y atribuirle el significado: "probabilidad … dos de tres" (*referente/objeto*). E31 convirtió el registro de lengua natural al simbólico y trató este último (Duval, 2017) apropiadamente con el formato de probabilidad dado, de razón. E31 también contestó correctamente el reactivo "Respaldo al Presidente".

En cambio, E12, en su justificación de selección del inciso A, (Figura 2, derecha arriba) reveló su confusión entre probabilidad (el valor $\frac{2}{3}$) y frecuencia (como si ocurriera un sismo 2 de cada 3 veces). Al describir literalmente la operación mostrada en el inciso, inadvirtió la variabilidad inherente al fenómeno sísmico, es decir, negó la naturaleza del dato. Por ello, en la Figura 2 la respuesta de E12, punteada en rojo, no perfila relación alguna con el concepto.

Figura 2

Argumentaciones incorrectas de E12 y de E14 a "Terremoto".



Nota. Elaboración propia.

A su vez, E14 argumentó por qué la opción A era incorrecta y C la correcta (Figura 2, derecha abajo), pero su término *posibilidad* reveló confusión entre espacio muestral y medida de probabilidad; además, su equivalencia de fraccionaria a decimal fue incorrecta y su notación porcentual inconsistente, lo que indicó una identificación deficiente de la naturaleza de los datos dados. Estos factores establecen una interrelación inestable entre los elementos del triángulo epistemológico que propone Steinbring (2005). En efecto, identificamos dificultades de comprensión

entre las ideas fundamentales implicadas (*concepto*) con respecto a la forma de expresar la probabilidad (*signo*) del evento (*objeto*) en el referente planteado. E14 contestó correctamente a "Respaldo al presidente", lo que reveló que aún no estabilizaba un significado diferenciado.

Al igual que E12, E6 seleccionó el inciso A y reveló su indistinción entre probabilidad y determinismo; aludió a la certeza y seguridad que proporciona el enunciado. Al mismo tiempo, descartó las otras opciones por presentar predicciones inciertas:

E6: *No porque ninguna tiene un procedimiento lógico matemático y sólo son predicciones inciertas y hablando de probabilidades es más cierta y segura la "A".*

Por su parte, E3 eligió el inciso B. Interpretó "dos de tres" no como la probabilidad de que ocurriera un terremoto, sino como frecuencia, *uno* o *dos*, en los próximos años. Inadvirtió que al término "seguro" no le corresponde la probabilidad de ocurrencia dada, y que un terremoto es un fenómeno aleatorio. La interpretación frecuencial en su respuesta se refuerza con su expresión innecesaria de la probabilidad en notación porcentual:

E3: *La opción "B" refleja de mejor manera la afirmación del geólogo porque 2 de 3 es mayor, asegurando uno o dos terremotos dentro de estos 20 años y la probabilidad de que esto ocurra es del 66.67%.*

E32, uno de los cinco estudiantes que eligieron tanto el inciso B como el C, argumentó que en ambas opciones se hacía referencia a la mayor probabilidad de ocurrencia de un terremoto. También dio sus razones por las cuales los incisos A y D no eran correctos:

E32:

a) Esto indica e interpreta la probabilidad a manera de un cálculo directo en años, por lo que es una interpretación errónea.

b) Esta afirmación es correcta, ya que indica mayor probabilidad de que ocurra un terremoto.

c) Esta afirmación también es correcta, ya que replica lo que dice el geólogo, se refiere a que hay mayor probabilidad de que sí ocurra un terremoto a que no lo haga.

d) Esta afirmación es errónea porque niega lo que dice el geólogo.

Como señaló Freudenthal (1973), los resultados son un ejemplo de la oportunidad que los estocásticos revisten por su convocatoria a otros conceptos matemáticos y darles sentido de acuerdo con la naturaleza de los fenómenos para cuyo estudio se les aplica. Esto pone de relieve la necesidad de vigilar la mecanización prematura de equivalencias aritméticas que puede derivar en la indiferenciación de significados.

Discusión y conclusiones

En el primer semestre, la transversalidad de la propuesta institucional del bachillerato general (SEP, 2023a) propició el estudio de un problema

comunitario que convocó los contenidos de *Ecología, Lengua y Comunicación y Probabilidad y Estadística* (por ejemplo, Elizarraras & Ojeda, 2025b). Al inicio del cuarto semestre, para valorar el conocimiento adquirido de los estudiantes, su justificación de la selección y del descarte de opciones de respuesta a preguntas relativas a los enfoques frecuencial y clásico de probabilidad puso en juego, además de estos dos contenidos, los de comprensión lectora, de comunicación escrita y de pensamiento crítico. Se transformó un problema de selección de respuesta en un problema de conocimiento, en el que el estudiante debió relacionar signos, referentes y conceptos, y dar evidencia de estos últimos al articular juicios. Los estudiantes no tenían que señalar explícitamente que cuestionaban supuestos, que advertían la variabilidad de los resultados, que distinguían entre teoría y realidad y que tomaban decisiones acerca de las opciones propuestas para cada referente, pero sí tenían que articularlos sin contradicción. Esto lo lograron los 22 estudiantes que distinguieron entre los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad. Los 18 estudiantes restantes revelaron su persistencia en el uso automático de algoritmos de equivalencias aritméticas (fracciones, decimales y porcentajes), impulsado desde la educación básica (por ejemplo, SEP, 2024, p. 61), sin atender a la pertinencia de cada formato de representación numérica por la naturaleza del fenómeno al que se le aplica. Constatamos así que hay mejor desempeño de estudiantes cuando la información se presenta en formato de frecuencias (Gigerenzer & Hoffrage, 1995), porque estas representan un acercamiento natural a la comprensión de las ideas de azar y probabilidad. No obstante, se requieren para orientar la enseñanza hacia el alivio de las dificultades que puedan revestir.

La petición de argumentar las razones de la selección de la opción considerada correcta y de justificar la selección o el rechazo de cada opción propició la expresión escrita en lengua natural de la interpretación de los enunciados de los reactivos. En acuerdo con Wienecke et al. (2025), se favoreció así que los estudiantes emplearan términos como confiable, margen de error, riesgo e inciertas, asociados a la estocasticidad de los fenómenos planteados. Además, esta actividad proporcionó información más puntual acerca de la advertencia o inadvertencia de los estudiantes de la naturaleza misma de esos fenómenos. No obstante, se requiere más investigación sobre una variedad de referentes que impliquen a las demás ideas fundamentales y la expresión escrita en lengua natural de sus características.

La interpretación del resultado de un formato inapropiado podría incidir en la incomprensión de conceptos de otras disciplinas. Para prevenir esto, es necesaria la vigilancia longitudinal de la pertinencia conceptual, a

fin de formar una ciudadanía informada, crítica y con sentido ético para el planteamiento de alternativas y toma de decisiones. Estos resultados dan cuenta también de la importancia de trabajar en el aula, en forma interdisciplinaria, los contenidos de Probabilidad y Estadística, con la finalidad de que el estudiantado pueda dotar de sentido a los conceptos y procedimientos matemáticos implicados. Al respecto, consideramos importante que se continúen realizando estudios que puedan dilucidar los alcances, pero también las limitaciones que se tienen en las escuelas, para cristalizar proyectos de tipo colaborativo que favorezcan el desarrollo del pensamiento crítico.

Referencias

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Elizarraras, S., & Ojeda, A. M. (2025a). Comprensión de la idea de muestra y ley de los grandes números desde la perspectiva de un proyecto interdisciplinario. En *38 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (p. 321). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. https://editorialuan.publica.la/library/publication/breve-panorama-de-la-matematica-educativa-en-latinoamerica-cerrando-las-brechas-de-acceso-al-conocimiento

Elizarraras Baena, S., & Ojeda Salazar, A. M. (2025b). Enseñanza y comprensión de estocásticos con estudiantes de bachillerato desde el enfoque de la interdisciplinariedad. En L. A. Tabares et al. (Coords.), *Medios para la enseñanza y el desarrollo del pensamiento matemático en la educación obligatoria y nivel superior* (pp. 52–65). ReDIE. https://www.redie.org.mx/listar_libros.php

Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva.* Paidós.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* D. Reidel Publishing Company. https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2

Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review, 102*(4), 684–704. https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.4.684

Guamán Gallegos, V. P., Navas Neira, J. N., Alao Auqui, M. R., & Yánez Barragán, K. V. (2025). El uso de las estadísticas en proyectos interdisciplinarios de matemáticas y ciencias sociales para la comprensión de problemáticas comunitarias e históricas. *Polo del Conocimiento, 10*(11), 906–917. https://doi.org/10.23857/pc.v10i11.10679

Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics, 6*(2), 187–205. https://doi.org/10.1007/BF00302543

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264101739-en

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195–214). Santillana – Cinvestav del IPN.

Rößner, M., Binder, K., Geier, C., & Krauss, S. (2025). Students' performance and typical errors in filling empty probabilistic visualizations with probabilities or frequencies. *Educational Studies in Mathematics, 120*(1), 137–167. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10372-y

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2023a). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento matemático.* SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2023b, 25 de agosto). *Acuerdo número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. *Diario Oficial de la Federación*. https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2024). *El programa de estudio para la educación secundaria: Programa sintético de la fase 6.* SEP. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/06/Programa_Sintetico_Fase_6.pdf

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective.* Springer. https://doi.org/10.1007/b104944

Vasilachis de Gialdino, I. (Coord.). (2006). *Estrategias de investigación cualitativa.* Gedisa.

Wienecke, L. M., Leiss, D., & Ehmke, T. (2025). Highlight, write, elaborate: Note-taking strategies to master reality-based mathematical tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 46,* Article 12. https://doi.org/10.1007/s13138-025-00263-x

Propuesta de Desarrollo Curricular

Una trayectoria hipotética de aprendizaje preliminar para el concepto de distribución binomial en bachillerato

A Preliminary Hypothetical Learning Trajectory for the Concept of Binomial Distribution in High School

Francisco Sepúlveda Vega | fsepulveda@upn.mx
Universidad Pedagógica Nacional, México

Sofía Paz-Rodríguez | sofia.paz@cinvestav.mx
Cinvestav, México

Recepción: 16 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen
Se presenta una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje preliminar para la introducción de la distribución binomial, alineada con el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior en México y fundamentada en una concepción de la educación estadística que fomenta el razonamiento estocástico utilizando tecnología. La trayectoria se organiza en seis sesiones que integran diversos recursos, como el uso de urnas físicas, árboles de probabilidad y herramientas digitales. La propuesta se constituye como un planteamiento didáctico-curricular que busca abrir un diálogo entre investigadores y docentes con el objetivo de construir, en conjunto, un acercamiento para la enseñanza de la distribución binomial en el bachillerato.

Palabras clave
Distribución binomial, educación estadística, bachillerato, razonamiento estocástico.

Autor de correspondencia | Francisco Sepúlveda Vega

Sepúlveda Vega, F., & Paz-Rodríguez, S. (2026). Una trayectoria hipotética de aprendizaje preliminar para el concepto de distribución binomial en bachillerato. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 97–116. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.06

Abstract
A preliminary Hypothetical Learning Trajectory is presented for the introduction of the binomial distribution, aligned with the Common Curricular Framework for High School in Mexico and based on a conception of statistics education that promotes stochastic reasoning through the use of technology. The trajectory is organized into six sessions that integrate a variety of resources, including physical urns, probability tree diagrams, and digital tools. This proposal constitutes an instructional and curricular framework intended to foster dialogue between researchers and teachers, with the aim of collaboratively developing an approach to teaching the binomial distribution in high school.

Keywords
Binomial distribution, statistical education, high school, stochastic reasoning.

Introducción

La estadística se considera una ciencia distinta a las matemáticas y, por ende, requiere también una didáctica específica (Biehler, 1994). Entre las diferencias destacan que en estadística: 1) el contexto desempeña un rol fundamental en el que se recopilan los datos y hacia el cual se derivan las conclusiones; 2) se estudia y analiza la variabilidad propia de los fenómenos aleatorios; 3) los resultados involucran un cierto grado de incertidumbre. Para mediar con la variabilidad y la incertidumbre, la estadística se apoya de la probabilidad; por ello, la enseñanza de la estadística implica también desarrollar un razonamiento probabilístico. A este enfoque que conjuga los razonamientos estadístico y probabilístico se le conoce como estocástico (Batanero & Borovcnik, 2016; Biehler, 1994).

La distribución binomial es una de las distribuciones de probabilidad discreta más importantes y cuyas aplicaciones se encuentran con frecuencia en la vida cotidiana (Sánchez & Landín, 2014). Además, articula y sintetiza varias ideas fundamentales de la probabilidad y la estadística. Sin embargo, a pesar de la diversidad de tecnologías y acercamientos para su enseñanza y sus aplicaciones (García-García et al., 2018), en la mayoría de las aulas mexicanas se sigue enseñando de una manera tradicional que privilegia el cálculo formal y el uso de fórmulas (Gómez-Blancarte et al., 2025).

En este contexto, se presenta una propuesta didáctico-curricular para introducir el concepto de distribución binomial que, al incorporar tecnología digital y otros recursos, busca desplazar el foco del cálculo formal hacia la exploración de conceptos y el desarrollo de una comprensión más profunda de las ideas estadísticas. Si bien se fomenta el trabajo con tareas independientes entre sí, como el lanzamiento de volados (Kazak et al., 2016), el uso de árboles de probabilidad (Sánchez & Landín, 2014) o la simulación de muestreos (García-García et al., 2018), este trabajo propone

la articulación de estos recursos para introducir la distribución binomial y extender su uso a problemas que involucran un número grande de ensayos, aspecto que ha sido poco explorado. La propuesta se organiza como una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje preliminar (THAp) y está diseñada para implementarse en el último semestre del bachillerato, en el contexto del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2025b). Esta propuesta se concibe como un punto de partida curricular que busca abrir un diálogo entre investigadores y docentes con el objetivo de construir en conjunto un acercamiento para la enseñanza de la distribución binomial que, mediante el uso de tecnologías, favorezca el razonamiento estocástico de los estudiantes.

Antecedentes

Diversas investigaciones han analizado cómo los estudiantes construyen el concepto de distribución binomial y el papel de la tecnología digital en su enseñanza. Por ejemplo, Kazak et al. (2016) investigaron cómo estudiantes de primaria (11 años) desarrollan la comprensión de la distribución binomial mediante el uso de simulaciones, el software TinkerPlots 2.0 y la elaboración de gráficas de distribución. A partir de una tarea de "saltos aleatorios de conejitos" en la que debían predecir posiciones finales después de cinco saltos (derecha o izquierda), los autores encontraron que los estudiantes inicialmente se apoyaban en heurísticas como la de representatividad (considerar más probables las secuencias que parecen equilibradas), el enfoque de resultados (asumir que cualquier resultado es posible) y el sesgo de equiprobabilidad (creer que todos los resultados ocurren con la misma frecuencia). Sin embargo, interactuar con simulaciones de un gran número de repeticiones y el uso del software les permitió reconocer la forma de la distribución binomial y comprender que esta depende del número de ramas que conducen hacia cada resultado, acercándose a formular su probabilidad teórica.

Por su parte, Sánchez y Landín (2014) diseñaron una jerarquía de cinco niveles para evaluar el razonamiento de estudiantes de bachillerato sobre la fórmula de probabilidad binomial. Esta jerarquía clasifica las respuestas de los estudiantes desde un Nivel 1, respuestas idiosincrásicas basadas en sesgos cognitivos o intuiciones, hasta un Nivel 5, que implica el uso de la fórmula binomial. Antes de recibir instrucción, las respuestas estaban influenciadas por heurísticas como la representatividad o la ilusión de linealidad. Tras el curso, los estudiantes incorporaron el uso de árboles de probabilidad. No obstante, pocos estudiantes alcanzaron el nivel 5.

García-García et al. (2018) analizaron cómo estudiantes de último año de bachillerato comprenden la distribución binomial mediante tareas de

predicción y asignación de probabilidades apoyadas en simulaciones con el software Fathom. En una fase inicial, los estudiantes lograron predecir las frecuencias esperadas, pero carecían del sentido de variabilidad al asumir que los resultados empíricos coincidían con los teóricos. Tras la exploración con el software, los estudiantes reconocieron que los resultados varían alrededor de los valores esperados, favoreciendo la construcción de la noción de variabilidad y la integración de la probabilidad teórica desde un enfoque frecuencial. Los autores argumentan que, para comprender la distribución binomial, los estudiantes deben integrar la noción de distribución, que implica concebir los datos como un agregado, y reconocer la variabilidad.

Finalmente, Aguiar et al. (2023) analizaron cómo estudiantes universitarios utilizan gráficos de la distribución binomial generados mediante el software Rstudio para comparar el porcentaje de pérdidas entre seis fábricas de tabiques con distintos tamaños de muestra. En un principio, los estudiantes usaron estrategias de proporcionalidad asociadas a la heurística de la ilusión de la linealidad. Esta dificultad comenzó a superarse cuando los estudiantes conceptualizaron que la información provenía de muestras, reconocieron que la variabilidad podría ser modelada mediante factores como el tamaño de la muestra y la hipótesis de una proporción de la población, y comprendieron que la distribución binomial permite comparar muestras de distintos tamaños.

En resumen, reconocemos que: 1) el uso de simulaciones favorece la construcción de una comprensión inicial de la distribución binomial (Kazak et al., 2016); 2) estudiantes de bachillerato y universidad suelen carecer del sentido de variabilidad (García-García et al., 2018) y tienden a abordar los problemas de distribución binomial con intuiciones o sesgos como la heurística de representatividad o la ilusión de linealidad (Aguiar et al., 2023; Sánchez & Landín, 2014); 3) el muestreo repetido es útil para reconocer la variabilidad típica de situaciones binomiales (Kazak et al., 2016); 4) la indagación acerca de cómo abordar problemas de fenómenos binomiales generales sigue siendo incipiente (Fernández Coronado et al., 2022); 5) en estos estudios no se promueve una conexión con la inferencia estadística.

Marco referencial

Razonamiento estocástico y distribución binomial

El razonamiento estadístico implica realizar interpretaciones a partir de datos, involucra el azar, y se sustenta en la comprensión conceptual de ideas fundamentales como la distribución, la media, la dispersión, la incertidumbre, la aleatoriedad y el muestreo (Garfield & Gal, 1999). Por su parte, un razonamiento probabilístico utiliza la lógica y la probabilidad para

gestionar situaciones inciertas y expresar incertidumbre (Biehler, 1994). Se argumenta que el análisis de datos y la probabilidad no pueden ni deben reducirse uno al otro, y más bien, sus relaciones tienen que desarrollarse (Batanero & Borovcnik, 2016). Por lo cual, definimos el razonamiento estocástico como aquel que se apoya en un razonamiento probabilístico para tomar decisiones u obtener conclusiones estadísticas y, por ende, articula ambos razonamientos.

Como distribución de una variable aleatoria discreta, la distribución binomial modela el número de éxitos en un conjunto de ensayos independientes. Puede representarse mediante árboles de probabilidad, aproximarse mediante simulaciones de muestreos con reemplazo desde un enfoque frecuencial, y utilizarse para hacer inferencias estadísticas al estimar y contrastar la proporción de una población a partir de los datos de una muestra.

En esta propuesta utilizamos cuatro significados parciales asociados a la distribución binomial (Fernández Coronado et al., 2022) ordenados de menor a mayor complejidad según el número de casos de análisis: (1) aproximación para problemas de conteo de casos; (2) el estudio de situaciones binomiales particulares; (3) el estudio de fenómenos binomiales generales; (4) aproximación a otras ideas matemáticas probabilísticas como la distribución normal y la ley de los grandes números.

El Marco Curricular

El Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) (SEP, 2025b) es la propuesta que organiza y orienta la enseñanza del bachillerato en México, definiendo los aprendizajes fundamentales para garantizar un perfil de egreso común de los diferentes subsistemas de bachillerato. En este marco, los temas de probabilidad y estadística se introducen en el último semestre del bachillerato. No obstante, en 2023 se propuso su incorporación desde el primer semestre, cambio que se mantuvo únicamente durante dos ciclos escolares. En 2025, se determinó reubicar nuevamente estos contenidos en el último semestre, retomando su organización previa. Este retorno dio lugar a la formulación de un nuevo programa de estudio sobre probabilidad y estadística, cuya implementación está prevista para el 2027, por lo que existe un margen temporal para discutir su adecuada estructuración e introducción en los bachilleratos mexicanos.

El nuevo programa se organiza en torno a una meta educativa: que el estudiante "aplique procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para plantear posibles soluciones a problemas derivados de fenómenos naturales o sociales, cuyo comportamiento puede describirse probabilísticamente y

contribuir a una toma de decisiones fundamentada" (SEP, 2025a, p. 24). Esta meta se divide en ocho propósitos y veintitrés contenidos formativos (ver Anexo 1). Al analizar su estructura, se observa una falta de coherencia en la secuencia de los propósitos formativos, y una oscilación entre temas de probabilidad, estadística descriptiva e inferencial.

Asimismo, se incorporan contenidos como teoría de conjuntos, temas de conteo y combinatoria, cuya pertinencia dentro del currículo estadístico ha sido cuestionada. Por otra parte, se introduce la distribución normal sin introducir antes una distribución discreta de probabilidad como la distribución binomial. Finalmente, aunque la meta educativa plantea "una toma de decisiones fundamentada", no se observa de manera explícita el desarrollo de la inferencia estadística. La distribución binomial es un concepto que puede articular diversos contenidos formativos de este MCCEMS y su uso puede promover el desarrollo del razonamiento estocástico en los estudiantes.

Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

Una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) es un modelo teórico para planificar la enseñanza de conceptos matemáticos y se compone de tres elementos: objetivos de aprendizaje, actividades de aprendizaje y procesos hipotéticos de aprendizaje, estos últimos entendidos como predicciones sobre cómo podría desarrollarse el pensamiento y la comprensión de los estudiantes (Simon, 2020). La THA constituye una guía para la planificación de la enseñanza, ya que propone una secuencia de actividades orientadas a la construcción del aprendizaje, al tiempo que describe posibles formas en que los estudiantes pueden comprender un concepto. Cárcamo y Fuentealba (2023) propusieron el constructo de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje preliminar (THAp) para referirse a la trayectoria diseñada antes de ser implementada en el aula. Así, la THAp corresponde a una propuesta inicial elaborada a partir de la revisión de la literatura y de materiales curriculares, que posteriormente puede refinarse a partir de su implementación y análisis.

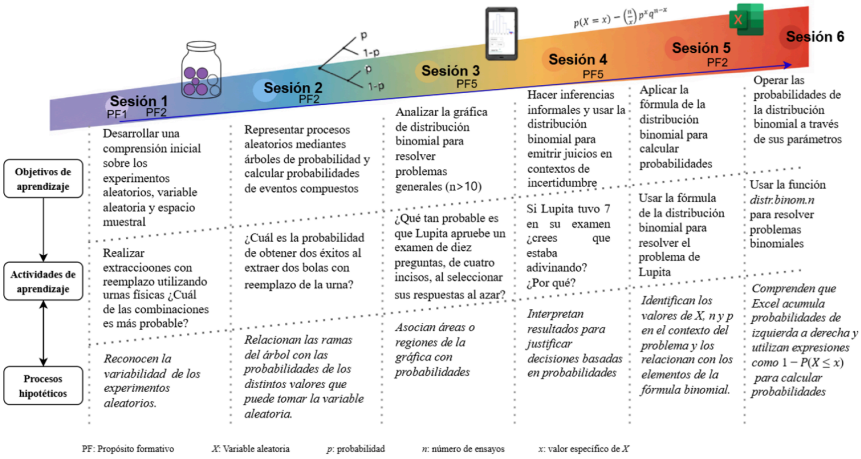
En este artículo, presentamos una THAp para introducir el concepto de distribución binomial en cursos de probabilidad y estadística en el MCCEMS que pretende desarrollar el razonamiento estocástico de los estudiantes. Dos recomendaciones de la investigación en educación estadística son la introducción de las ideas fundamentales de manera informal; y la incorporación de la tecnología en el aula para promover la comprensión conceptual (Batanero & Borovcnik, 2016; Gómez-Blancarte et al., 2025). La propuesta retoma ambas ideas de manera moderada y adecuada al contexto del bachillerato mexicano.

THAp para la distribución binomial

El objetivo de aprendizaje de la THAp es que los estudiantes comprendan y apliquen la distribución binomial con un número elevado de ensayos para la toma de decisiones. En particular, se espera que los estudiantes desarrollen los siguientes Propósitos Formativos (PF) del MCCEMS: reconozcan la variabilidad de los experimentos aleatorios (PF1, ver Anexo 1); identifiquen la relación entre la probabilidad frecuencial y la teórica de un experimento aleatorio con distribución binomial (PF2); identifiquen problemas susceptibles de modelarse mediante la distribución binomial (PF5); comprendan, relacionen y apliquen los árboles de probabilidad, la fórmula y la gráfica de la distribución binomial a problemas que involucren tanto pocos como un gran número de ensayos (PF5); hagan inferencias informales y tomen decisiones con base en un razonamiento probabilístico a través de la distribución binomial (Meta educativa).

Figura 1

THAp para la distribución binomial



La propuesta está prevista para una duración aproximada de dos semanas (6 sesiones de dos horas), y podría utilizarse al inicio del curso. Aunque se organiza en torno a la distribución binomial, permite articular diversos propósitos formativos del MCCEMS, por lo que no se plantea como una trayectoria para un solo contenido. De este modo, el programa puede pensarse como un conjunto de trayectorias que integren múltiples propósitos, lo que permite desarrollar una perspectiva más holística en el tratamiento didáctico de los contenidos. A continuación, se detallan los objetivos, las actividades y los procesos hipotéticos de aprendizaje de cada sesión en el orden que se sugiere su implementación (Figura 1).

Actividad previa

Antes de la primera sesión, el docente solicitará a los estudiantes, organizados en equipos, que construyan en casa una urna que llevarán a clase. Para ello, explicará qué es una urna, cómo puede elaborarse (por ejemplo, el uso de cajas de zapatos) y qué tipo de materiales pueden incluir en ellas (por ejemplo, chicles de dos distintos sabores). Es importante aclarar que cada urna debe incluir dos tipos de objetos distintos. Los objetos deben ser homogéneos en sus características (tamaño, textura, peso, etc.) para garantizar la equiprobabilidad, supuesto implícito del modelo (lo que constituiría una analogía de los resultados de éxito y fracaso). Se recomienda contar con al menos 10 urnas en el aula para acumular una cantidad de muestras considerable.

Sesión 1. Muestreo

La Sesión 1 consiste en la simulación de experimentos aleatorios mediante las urnas construidas por los estudiantes. El objetivo de aprendizaje es que los estudiantes experimenten la variabilidad asociada a la producción de un conjunto de datos y desarrollen una comprensión inicial sobre conceptos fundamentales como experimentos aleatorios, variable aleatoria y espacio muestral. La sesión se divide en dos actividades.

Actividad 1

En esta actividad, se configuran las urnas con proporción $p = \frac{1}{2}$. Al inicio de la actividad, se solicita a los estudiantes que anticipen los posibles resultados al realizar dos extracciones con reemplazo de la urna ($n = 2$) para identificar el espacio muestral. A continuación, se plantea la pregunta: *¿cuál de las combinaciones es más probable?* Después de una breve discusión, los estudiantes extraen 10 muestras con reemplazo de tamaño 2 y, guiados por el docente, registran sus resultados en una tabla (Tabla 1).

Tabla 1

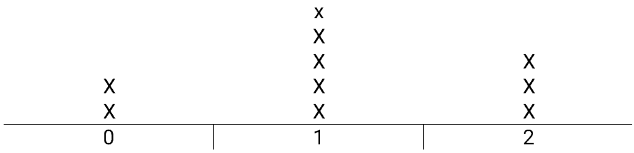
Registro de resultados de extracciones

	1	2	Total (X)
1	E	E	2
2	F	E	1
…	…	…	…
10	F	F	0

Nota. E representa éxito y F fracaso.

A continuación, los estudiantes construyen la distribución de las 10 muestras (Figura 2). A partir de estas experiencias, se espera que los estudiantes comiencen a identificar patrones en la frecuencia de los resultados.

Figura 2
Distribución de 10 muestras (n=2, p= $\frac{1}{2}$)



Al final de esta actividad, el docente introduce la notación probabilística a partir de la probabilidad frecuencial, por ejemplo, según la Figura 2, $p\,(X = 0) = \frac{2}{10}$, $p\,(X = 1) = \frac{5}{10}$ o $p\,(X = 2) = \frac{3}{10}$. También hace notar que:

$$\sum_{i=0}^{2} p(X = i) = 1$$

Actividad 2

En la segunda actividad, se sugiere que el grupo se divida en dos partes para trabajar con diferentes valores de p y un mismo tamaño de muestra (n = 10). La mitad del salón trabaja con $p = \frac{1}{2}$ y la otra mitad con $p = \frac{1}{4}$. Antes de comenzar, se pide a los estudiantes que formulen conjeturas sobre la forma de las distribuciones que obtendrá cada grupo. Una vez realizados los muestreos, todos los equipos construyen su tabla y la distribución muestral respectiva. Al final en el pizarrón se construyen dos gráficas, B (n =10, $p = \frac{1}{2}$) y B (n =10, $p = \frac{1}{4}$), con la acumulación de los datos que obtuvo cada equipo.

El docente debe guiar a los estudiantes para que identifiquen la variabilidad inherente a los experimentos aleatorios y comiencen a conocer elementos de la distribución como su forma simétrica y su centro en $\mu = np$.

Sesión 2. Árboles de probabilidad

En concordancia con los primeros dos significados de la distribución binomial (Fernández Coronado et al., 2022), la Sesión 2 tiene como objetivo que los estudiantes representen procesos aleatorios secuenciales mediante árboles de probabilidad y calculen probabilidades de eventos compuestos para desarrollar una comprensión estructurada del cálculo de probabilidades. La sesión inicia con la pregunta: *¿Cuál es la probabilidad de obtener dos éxitos al extraer dos bolas con reemplazo de la urna?* A partir de ello,

el profesor construye el árbol de probabilidad para el caso $n = 2$ y $p = \frac{1}{2}$, explicando paso a paso cómo se generan las ramas y cómo se calculan las probabilidades asociadas a cada resultado. Al final de cada rama el docente escribe:

$$p(EE) = \frac{1}{4}, \quad p(EF) = \frac{1}{4}, \quad p(FE) = \frac{1}{4} \text{ y } p(FF) = \frac{1}{4}$$

Luego se obtiene la distribución de la variable aleatoria X: número de éxitos, es decir,

$$p(X = 0) = \frac{1}{4}, \quad p(X = 1) = \frac{1}{2} \text{ y } p(X = 2) = \frac{1}{4}$$

Los estudiantes identifican la relación entre las ramas del árbol y las probabilidades de los distintos valores que puede tomar la variable aleatoria. Posteriormente, los estudiantes trabajan de manera individual problemas como:

- *¿Qué tan probable es que adivines correctamente el lanzamiento de tres volados?* Para responder, los estudiantes deben desarrollar por su cuenta el árbol de probabilidad B ($n = 3$, $p = \frac{1}{2}$) y calcular sus probabilidades respectivas. En esta fase se introduce la notación y el cálculo de intervalos de probabilidad, por ejemplo, el docente puede preguntar por $p(X \geq 1)$.
- *Al responder al azar dos preguntas de cuatro incisos cada una, y una única respuesta correcta en cada pregunta. ¿Qué tan probable es que aciertes $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$ preguntas?* Los estudiantes ahora construyen sus árboles y calculan B ($n = 2, p = \frac{1}{4}$).

Sesión 3. Problemas binomiales generales

En concordancia con el tercer significado parcial de la distribución binomial (Fernández Coronado et al., 2022), la Sesión 3 tiene como objetivo que los estudiantes analicen la gráfica de la distribución binomial para resolver problemas generales.

La sesión inicia con una discusión sobre la solución del siguiente problema: *¿Qué tan probable es que Lupita apruebe un examen de diez preguntas de cuatro incisos al seleccionar todas sus respuestas al azar?* A partir de este planteamiento, el docente guía a los estudiantes para identificar que el uso de árboles de probabilidad resulta poco eficiente para valores grandes de n. En particular, para una muestra de tamaño $n = 10$ como la del problema, este método implica construir un árbol con diez niveles de ramificación.

Aquí, se propone introducir la aplicación *Probability Distribution* como herramienta para resolver el problema. Es una aplicación gratuita para dispositivos móviles, disponible en Android e iOS (Figura 3), que permite calcular y visualizar distribuciones de probabilidad de manera muy intuitiva.

Figura 3

QR de descarga de aplicación Probability Distribution

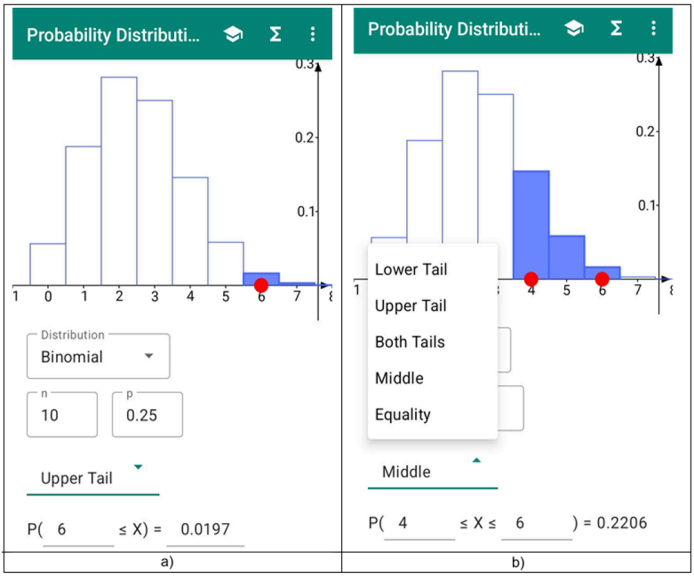
Sistema operativo Android

Sistema operativo IOS

Probability Distribution cuenta con un panel en el que se selecciona la distribución con la que se desea trabajar. Una vez seleccionada, la aplicación solicita el tamaño de la muestra n y la probabilidad p (Figura 4a). Asimismo, incluye un menú de opciones que permite seleccionar si se desean calcular probabilidades puntuales o rangos de la distribución, y puntos rojos debajo de las columnas que pueden arrastrarse para ajustar los valores extremos de dichos rangos (Figura 4b). Con esta herramienta los estudiantes utilizan las expresiones de probabilidad del tipo (P ($X > x$) y (P ($X < x$) y resuelven problemas generales con el propósito de apropiarse del lenguaje simbólico y desarrollar fluidez en la interpretación de probabilidades en distintos contextos. Así, la herramienta proporciona una solución visual y dinámica a los problemas.

Figura 4

Vista de aplicación Probability Distribution



En el Anexo 2 se enlistan 10 problemas diferentes que se sugiere trabajar en esta sesión. Los docentes pueden utilizar la calculadora de probabilidad de GeoGebra en lugar de *Probability Distribution*, ya que tiene funcionalidades similares como calcular y visualizar distribuciones de probabilidad de forma interactiva. De esta manera, los docentes pueden proyectar desde la computadora el proceso que deben seguir los estudiantes en su celular.

Sesión 4. Introducción informal a la inferencia

El objetivo de aprendizaje de esta sesión es que los estudiantes hagan inferencias informales y usen la distribución binomial como herramienta para tomar decisiones o emitir juicios en contextos de incertidumbre. A partir del problema planteado en la sesión 3, se propone un cambio en el tipo de preguntas, pasando de calcular probabilidades a interpretar resultados observados. En este sentido, se retoma el contexto del examen de Lupita y se plantea la siguiente situación a los estudiantes: *Si Lupita tuvo 7 en su examen, ¿creen que estaba adivinando? ¿Por qué?*

Estas preguntas buscan promover el razonamiento estocástico, ya que los estudiantes deben analizar la probabilidad de obtener dicho resultado y, con base en ello, emitir inferencias sobre si Lupita pudo haber estado adivinando o no. Se espera que las respuestas consideren esta incertidumbre y utilicen la distribución binomial en cuanto a su forma y medidas de centro como elementos para interpretarla. En particular, una respuesta esperada es que, si Lupita hubiera estado adivinando, la probabilidad de obtener 7 debe ser muy baja, por lo que es más probable que no haya resuelto el examen al azar. Este planteamiento es similar al de una prueba de significación en el que se tiene una hipótesis nula H_0: Lupita estaba adivinando, y bajo esta hipótesis la probabilidad de que Lupita obtenga 7 o más, $P(X \geq 7) = 0.0035$, correspondería al p-valor. Las inferencias que los estudiantes realizan son informales porque no se espera que alcancen a conocer conceptos como el p-valor o el nivel de significación.

Este cambio en el problema representa también una valiosa oportunidad de evaluar su comprensión de la distribución binomial. En el Anexo 3 se enlistan un conjunto de diez problemas en los que los estudiantes pueden desarrollar un razonamiento estocástico. Al resolverlos se propone que los estudiantes sistematicen el uso de *Probability Distribution*. Sánchez (2023, 2025) argumenta que las nuevas tecnologías permiten abordar estos tipos de problemas haciendo énfasis en la incertidumbre que conllevan (su análisis y cuantificación). Si bien Sánchez se refiere a softwares que permiten simular la variabilidad muestral, proponemos la alternativa de usar la gráfica teórica de la distribución binomial por la dificultad de acceder a softwares como

Fathom o CODAP en las aulas. Conviene destacar que los estudiantes suelen resolver estos problemas a través de razonamientos proporcionales, por lo que es importante que el docente los acompañe en el uso de la distribución binomial para resolverlos y hacer frente a la heurística de la ilusión de la linealidad.

Sesión 5. Fórmula binomial

La actividad de la Sesión 5 tiene como objetivo que los estudiantes comprendan y apliquen la fórmula de la distribución binomial como una herramienta para calcular probabilidades. En esta sesión se institucionaliza el conocimiento de las sesiones anteriores mediante la introducción de la fórmula

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

explicando su relación con los árboles de probabilidad. La sesión comienza con el ejemplo del cálculo para $B\left(n = 3, p = \frac{1}{4}\right)$ y $p\,(X = 2)$. Se continúa con una discusión sobre cómo resolver el problema de Lupita (Sesión 3) utilizando esta misma fórmula. Los estudiantes resuelven el problema con ayuda de las calculadoras en sus celulares:

$$\begin{aligned} p(X \geq 7) &= \sum_{k=7}^{10} \binom{10}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{3}{4}\right)^{10-k} \\ &= \binom{10}{7} \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \binom{10}{8} \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \binom{10}{9} \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \binom{10}{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^0 \\ &= 0.0031 + 0.0004 + 0 + 0 = 0.0035 \end{aligned}$$

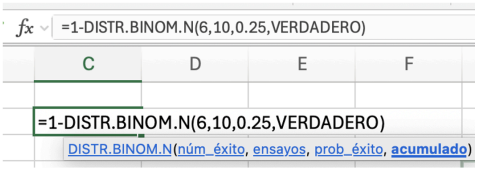
Este enfoque se caracteriza por la ausencia de representaciones gráficas y el empleo de propiedades de la distribución. Los estudiantes notarán las dificultades que este enfoque conlleva, en particular al ejecutar una serie extensa de operaciones aumenta el riesgo de cometer errores aritméticos o incluso de ingresar datos incorrectos en la calculadora. Resolver este problema, además de una comprensión de la lógica de la acumulación de probabilidades, requiere de un nivel avanzado de aritmética, como el manejo de paréntesis, exponentes, combinaciones y el factorial.

Sesión 6. Solución con Excel

La sesión 6 tiene como objetivo que los estudiantes aprendan a operar las probabilidades de la distribución binomial a través de sus parámetros y sin el uso de la representación gráfica. Para esto se propone el uso de Excel, en donde, a partir de los parámetros y algunas funciones lógicas se obtienen las probabilidades puntuales y acumuladas. El docente explicará la función *distr.binom.n*, que permite calcular la probabilidad puntual o acumulada. Al

introducir la función en Excel es necesario capturar el número de éxitos, el número de ensayos, la probabilidad de éxito p y finalmente, considerar el valor lógico de VERDADERO para calcular la probabilidad acumulada.

Figura 5
Solución de problema en Excel



Se propone resolver de nuevo el problema de Lupita (Figura 5). Dado que Excel arroja probabilidades acumuladas a partir de la cola izquierda de la distribución, los estudiantes deben comprender que para calcular $P(x \geq 7)$ el procedimiento más adecuado es hacer $1 - P(x \leq 6)$. Adicionalmente se propone que los estudiantes utilicen Excel para resolver algunos de los problemas que se presentan en los Anexos 2 y 3.

Este acercamiento requiere un conocimiento sólido sobre la distribución binomial, ya que implica identificar cada elemento del problema. Una ventaja de este método es el uso extendido de Excel en el mundo laboral al que probablemente se incorporarán los estudiantes. Por otro lado, esta sesión está condicionada al acceso a computadoras.

Evaluación

Al concluir las actividades de la sesión 6, se propone la resolución de problemas como los del Anexo 3, mediante los cuales se evalúa la capacidad de reconocer la variabilidad presente en situaciones de incertidumbre, identificar que esta variabilidad puede modelarse mediante una distribución binomial, seleccionar los parámetros adecuados para construir el modelo correspondiente y emitir juicios fundamentados en la probabilidad para razonar estadísticamente.

Discusión y conclusiones

El presente artículo ofrece una propuesta para la enseñanza de la distribución binomial pensada para implementarse en los bachilleratos mexicanos en el contexto del MCCEMS. Además de abordar y entrelazar varios de los propósitos formativos de este marco, la THAp promueve el uso de la tecnología como medio para favorecer una comprensión conceptual más profunda de las ideas estadísticas que subyacen en la resolución de problemas relacionados con dicha distribución. De este modo, se busca ir más allá del cálculo mecánico y, en su lugar, fomentar un

razonamiento estocástico en contextos de incertidumbre a través de la toma de decisiones basadas en probabilidades.

Asimismo, se busca que la propuesta sea flexible y adaptable a las condiciones de cada bachillerato, especialmente en relación con la disponibilidad de recursos tecnológicos tales como computadoras y conexión a internet. Por ello, la THAp contempla el uso de recursos accesibles, como la construcción de urnas físicas y aplicaciones digitales gratuitas para dispositivos móviles. No obstante, si se cuenta con la infraestructura necesaria, algunas actividades podrían implementarse mediante CODAP, particularmente en las sesiones 1, 3 y 4, ya que esta herramienta permitiría realizar en un mismo entorno la simulación, organización y análisis de datos. Sin embargo, su incorporación requeriría realizar ajustes didácticos en la THAp para articular el uso de la herramienta con los objetivos de cada sesión.

Una limitante de esta propuesta es que aún no ha sido implementada. Dado que se trata de una THAp, la propuesta debe entenderse como una primera versión que puede ser discutida, ajustada y validada a partir de su implementación en el aula. En este sentido, la implementación de la THAp permitirá analizar si la secuencia, tal como ha sido formulada, favorece el desarrollo de un razonamiento estocástico y si los recursos propuestos pueden adaptarse a las condiciones reales de cada bachillerato. Otra limitante es que en toda implementación el rol del docente es fundamental y en este artículo no se ha abordado explícitamente. Los conocimientos que un docente necesita para implementar la THAp no se limitan al contenido estadístico o probabilístico, también se requiere que desarrollen conocimientos asociados al uso de las herramientas digitales y cómo estas moldean el razonamiento de los estudiantes. Por un lado, la THAp podría fortalecerse detallando el rol del docente en cada sesión; por otro lado, una propuesta de desarrollo profesional docente coadyuvaría a su viabilidad.

Vemos en la formulación de este nuevo currículo y la presente propuesta la oportunidad para abrir un diálogo entre investigadores y docentes orientado a desarrollar un razonamiento estocástico en los estudiantes de bachillerato.

Referencias

Aguiar, M. E., Gutiérrez, H., & Vargas, V. (2023). Model-eliciting activity with civil engineering students to solve a problem involving binomial distribution. *Statistics Education Research Journal, 22*(3), Article 3. https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.431

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school.* Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Biehler, R. (1994). Probabilistic thinking, statistical reasoning, and the search for causes: Do we need a probabilistic revolution after we have taught data analysis? En J. Garfield (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS4)* (p. 40). IASE.

Cárcamo, A., & Fuentealba, C. (2023). Un modelo para la construcción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje preliminares. *Boletim de Educação Matemática, 37*(76), 577–601. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a10

Fernández Coronado, N. A., García-García, J. I., Arredondo, E. H., & Araya Naveas, I. A. (2022). Epistemic configurations and holistic meaning of binomial distribution. *Mathematics, 10*(10), 1748. https://doi.org/10.3390/math10101748

García-García, J., Arredondo, E. H., & Márquez, M. (2018). Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnología. *Paradigma, 39,* 92–106. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2018.p92-106.id702

Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. En L. Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp. 207–219). National Council of Teachers of Mathematics.

Gómez-Blancarte, A. L., Rivera-Pérez, J. G., & Zapata-Cardona, L. (2025). A national study on the teaching of statistics by Mexican college lecturers. *ZDM - Mathematics Education, 57*(7), 1397–1409. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01724-w

Kazak, S., Fujita, T., & Wegerif, R. (2016). Students' informal inference about the binomial distribution of "bunny hops": A dialogic perspective. *Statistics Education Research Journal, 15*(2), 46–61. https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.240

Sánchez, E. (2023). Análisis de tres problemas de probabilidad utilizados en la investigación. En E. L. Juárez Ruiz, L. A. Hernández Rebollar, & A. Castañeda (Eds.), *Tendencias en la Educación Matemática 2023* (pp. 91–111). SOMIDEM Editorial. https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2023/01-05

Sánchez, E. (2025). ¿Dónde está la incertidumbre en los problemas de probabilidad? En C. Paredes-Cancino, F. Sepúlveda Vega, D. Clemente Olague, & M. Verástegui Gutiérrez (Eds.), Memorias 1ª Jornada Mexicana en Educación Estocástica (pp. 2–7). *Red Mexicana en Educación Estocástica*. https://doi.org/10.5281/zenodo.15486149

Sánchez, E., & Landín, P. R. (2014). Levels of probabilistic reasoning of high school students about binomial problems. En E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives (pp. 581–597). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_31

Secretaría de Educación Pública. (2025a). *Pensamiento matemático. Marco curricular común de la educación media superior (Modelo Educativo 2025)*. SEP. https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/2025/09/C1rup2PyU9-MCC_PENSAMIENTO-MATEMATICO.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2025b). *Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.* SEP. https://dgb.sep.gob.mx/marco-curricular

Simon, M. (2020). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 354–357). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_72

Anexo 1: Propósitos y contenidos formativos del MCCEMS

Propósito formativo (PF)	Contenido formativo
1. Entiende la importancia de la recolección y organización de datos en la elaboración de una muestra aleatoria para la explicación de fenómenos naturales y sociales.	• Eventos deterministas y aleatorios • Recolección de datos
2. Identifica la incertidumbre como consecuencia de la variabilidad y, a través de simulaciones, plantea una hipótesis de trabajo para obtener la frecuencia y probabilidad de que suceda un evento.	• Simulaciones probabilísticas • Equiprobabilidad • Frecuencia de los eventos
3. Comprende los conceptos básicos de la teoría de conjuntos para aplicarlos en problemas que le sean presentados.	• Concepto general de conjunto • Notación e igualdad de conjuntos • Subconjunto, conjunto universal y subconjuntos • Representación de conjuntos con diagramas de Venn • Leyes de Morgan
4. Selecciona y aplica una técnica de conteo (permutaciones, combinaciones, reemplazo con y sin orden) para calcular probabilidad en eventos simples y apoyar la toma de decisiones.	• Técnicas de conteo • Probabilidad dependiente e independiente • Probabilidad condicionada
5. Analiza los datos categóricos y cuantitativos a través de algunas de sus representaciones, para realizar gráficas de barras (variables cualitativas) o gráficos de puntos e histogramas (variables cuantitativas).	• Variables estadísticas • Gráficas y su interpretación • Gráficas y tendencias
6. Reconoce algunas problemáticas o fenómenos de interés, para identificar cómo se relacionan entre sí dos o más variables categóricas y dos o más variables cuantitativas.	• Independencia de variables cualitativas • Correlación de variables cuantitativas
7. Extrae información a través del empleo de técnicas de muestreo, valora la importancia de la aleatoriedad al tomar la muestra.	• Población y muestra • Fuentes de información (primarias, secundarias y terciarias) • Métodos de muestreo: aleatorio simple y sistemático
8. Explica un evento aleatorio cuyo comportamiento puede describirse a través del estudio de la distribución normal, para calcular la probabilidad.	• Distribución normal • Medidas de tendencia central • Medidas de dispersión

Anexo 2: Problemas de probabilidad binomial

1. En un videojuego, un jugador gana cada partida con probabilidad (p = 0.6). Juega 12 partidas.
   ¿Cuál es la probabilidad de que gane exactamente 8 partidas?
2. Un jugador encesta un tiro libre con probabilidad (p = 0.75). Lanza 15 tiros.
   ¿Cuál es la probabilidad de que enceste al menos 12?
3. Una fábrica produce focos, y el 5% salen defectuosos. Se inspeccionan 20 focos.
   ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 2 defectuosos?
4. Un estudiante contesta al azar un examen de 16 preguntas con 4 opciones cada una.
   ¿Cuál es la probabilidad de que acierte menos de 5 preguntas?
5. Se lanza 18 veces una moneda.
   ¿Cuál es la probabilidad de obtener más de 10 águilas?
6. El 70% de los estudiantes aprueba una materia. Se eligen 14 estudiantes al azar.
   ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 10 aprueben?
7. Una máquina produce piezas con probabilidad (p = 0.9) de ser correctas. Se revisan 11 piezas.
   ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean correctas?
8. Se lanza un dado 12 veces.
   ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 3 veces el número 6?
9. Un usuario da "like" a una publicación con probabilidad (p = 0.3). Se muestran 20 publicaciones.
   ¿Cuál es la probabilidad de que dé "like" a menos de 5?
10. Un jugador anota un penal con probabilidad (p = 0.8). Cobra 13 penales.
    ¿Cuál es la probabilidad de que falle a lo más 2?

Anexo 3. Problemas de inferencia

En todos los casos se solicita una justificación por parte de los estudiantes.

1. Un profesor afirma que una moneda es justa ($p = 0.5$). Un estudiante la lanza 20 veces y obtiene 15 caras. ¿Te parece razonable seguir creyendo que la moneda es justa?
2. Una app asegura que el 80% de los usuarios completa un curso. De 15 estudiantes que la usan, solo 8 lo terminan. ¿Esto pone en duda la afirmación de la app?
3. Un jugador dice que anota el 90% de sus penales. En un torneo tira 12 penales y falla 4. ¿Los resultados contradicen lo que dice el jugador?
4. Una fábrica afirma que solo el 2% de sus dulces salen defectuosos. En una muestra de 25 dulces, 3 están defectuosos. ¿Esto contradice lo que dice la fábrica?
5. En un juego, la probabilidad de ganar es ($p = 0.3$). Un jugador juega 18 veces y gana 8. ¿Este resultado parece esperable bajo ese modelo?
6. Se cree que el 60% de los estudiantes prefiere clases en línea. En una muestra de 20 estudiantes, solo 9 dicen preferirlas. ¿Esto contradice la creencia de que el 60% de los estudiantes prefiere clases en línea?
7. Una máquina debería entregar el producto correcto el 95% del tiempo. En 15 compras, falla 2 veces. ¿Te parece que la máquina cumple con lo prometido?
8. En 24 lanzamientos de un dado, el 6 aparece 8 veces. ¿Crees que el dado está cargado?
9. Se estima que el 40% de los usuarios comparte una publicación. En un grupo de 12 usuarios, 9 la comparten. ¿Esto coincide con la estimación?
10. Una vacuna tiene efectividad del 85%. En un grupo de 20 personas vacunadas, 6 se enferman. ¿Esto pone en duda la efectividad anunciada?

Reseñas y Recomendaciones de Recursos

Un acercamiento al potencial de los chatbots para generar "diálogos inteligentes" en educación estocástica

An approach to the potential of chatbots for generating "Intelligent dialogues" in stochastic education

Santiago Inzunza Cazares | sinzunza@uas.edu.mx
Universidad Pedagógica del Estado de Sinaloa

Recepción: 11 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen
En el artículo reflexionamos sobre el potencial de herramientas de inteligencia artificial —como los chatbots— para generar diálogos en la clase de estocástica. A partir de un contexto de muestreo, se inicia un diálogo ficticio entre un estudiante de bachillerato que cursa Temas Selectos de Estadística y ChatGPT, en el que el estudiante desea comprender algunas propiedades del muestreo aleatorio y la construcción de una distribución de muestreo mediante simulación. En el diálogo se plantean dudas sobre aspectos inferenciales que le permitan al estudiante comprender cómo se construye una inferencia estadística. Se analizan las respuestas del chat y se observan aspectos conceptuales bien respondidos, que incluso superan las preguntas planteadas por el usuario. Se concluye que los chatbots pueden constituir una herramienta de apoyo tanto para el profesor como para el estudiante, dentro y fuera del aula de clases.

Palabras clave
Inteligencia artificial, distribuciones muestrales, chatbots, educación estocástica.

Autor de correspondencia | Santiago Inzunza Cazares

Inzunza Cazares, S. (2026). Un acercamiento al potencial de los chatbots para generar "diálogos inteligentes" en educación estocástica. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 117–132.
https://doi.org/10.24844/REMED/0202.07

Abstract
In this article, we reflect on the potential of artificial intelligence tools—such as chatbots—to generate dialogues in the stochastics classroom. Based on a sampling context, a fictional dialogue is initiated between a high school student taking Selected Topics in Statistics and ChatGPT, in which the student seeks to understand some properties of random sampling and the construction of a sampling distribution through simulation. The dialogue raises questions about inferential aspects that may help the student understand how statistical inference is constructed. The chatbot's responses are analyzed, and well-developed conceptual aspects are observed, some of which even go beyond the questions posed by the user. It is concluded that chatbots can serve as a support tool for both teachers and students, inside and outside the classroom.

Keywords
Artificial intelligence, sampling distributions, chatbots, stochastic education.

Introducción

Con el surgimiento reciente de los chatbots basados en inteligencia artificial (IA), se ha generado mucha expectativa sobre el impacto que pueden tener estas herramientas en las aulas de clase, pero aún se desconoce el rol que pueden desempeñar los docentes en su implementación, así como las ventajas y posibilidades que ofrecen a los estudiantes. Existen al respecto distintas opiniones en la literatura, desde las optimistas que afirman que la IA transformará la educación (Escotet, 2024; Porcelli, 2020), hasta las que consideran que el uso de la IA traerá como consecuencia la pérdida de habilidades de escritura, razonamiento matemático y pensamiento crítico, así como el plagio de tareas y exámenes, entre otras (Akçapınar & Sidan, 2024; Rudolph et al., 2023).

En particular, en el caso de México, las autoridades de la Secretaría de Educación Pública (SEP) han señalado sobre la pertinencia de utilizar la IA en el sistema educativo nacional; el titular de la SEP en la conferencia "IA y la transformación educativa en México", impartida en la UNESCO el 24 de enero de 2025 señaló que "esta nueva herramienta ofrece la posibilidad de optimizar el tiempo de las maestras y los maestros, para el diseño de mejores estrategias pedagógicas y enfocarse en el factor humano y socioemocional, […] la IA permite que las y los estudiantes accedan a plataformas de aprendizaje personalizado, autoformación y tutorías virtuales con experiencias interactivas y materiales educativos acorde a sus necesidades" (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2025). En un primer análisis, las características de estas herramientas muestran diferencias notables en su diseño respecto a otras herramientas de software desarrolladas hasta ahora;

entre las principales, figura que el usuario se comunica, por vía oral, escrita o diagramática, con el dispositivo para ordenarle el desarrollo de un proceso matemático, de algún análisis estadístico o la resolución de un problema. En el software clásico o convencional, el usuario genera figuras geométricas, introduce datos para su análisis o una ecuación para su solución, y selecciona los pasos y procesos necesarios, dispuestos en la configuración del software; es decir, solo puede realizar una serie de acciones predeterminadas en su diseño. Estamos ante una herramienta con características distintas en lo que concierne a la comunicación e interacción humano-máquina, a las representaciones que genera y a los análisis que realiza para resolver las situaciones planteadas. Por sus características, estas herramientas pueden aplicarse en otros ámbitos del proceso educativo que no se contemplan en el software convencional (e.g., la planeación de clases y las evaluaciones).

Ante ello, cabe preguntarnos: ¿pueden los chatbots inteligentes desarrollar procesos matemáticos precisos y explícitos en términos de representaciones similares a las que emplea el software educativo tradicional? ¿Pueden realizar análisis de datos y simulaciones para ayudar a la comprensión de conceptos, al razonamiento y al pensamiento estadístico de los estudiantes? En tanto constituyen una herramienta de comunicación y diálogo entre usuario y máquina, ¿en qué medida estos diálogos pueden considerarse inteligentes?

Antecedentes

Una revisión que realizamos en Google Académico introduciendo las palabras "chatbots IA mathematics education" proporciona 18,200 artículos a partir de 2022 que han sido publicados con la temática indicada. Con apoyo de ChatGPT los hemos resumido en seis categorías: predominan los estudios centrados en aplicaciones educativas (35%). En segundo lugar, se encuentran los trabajos relacionados con el diseño y el desarrollo de chatbots educativos (23%). Un 18% analiza el impacto en el aprendizaje de las matemáticas, evaluando el rendimiento académico, la comprensión conceptual y la motivación de los estudiantes. Por su parte, el 17% de los artículos trata investigaciones más amplias sobre la IA, sin centrarse exclusivamente en los chatbots. Las áreas menos estudiadas incluyen estudios sobre percepción, ética y aceptación de la IA (7%) así como revisiones sistemáticas y trabajos teóricos (5%).

Labadze et al. (2023) en una revisión de 67 estudios relevantes sobre el uso de chatbots en educación, encontraron numerosos beneficios de su integración en las aulas, tanto para los docentes como para los estudiantes, entre los que se enumeran: tareas en casa y ayuda de estudio, aprendizaje personalizado y desarrollo de múltiples habilidades.

Moral et al. (2023) realizaron un análisis de la satisfacción en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes españoles de primaria sobre temas de geometría, en el que mostraron un alto grado de satisfacción con sus creaciones de IA y señalaron que este tipo de experiencias puede trasladarse a otras asignaturas y contextos educativos.

Wahba et al. (2024), por su parte, realizaron un estudio para evaluar el impacto de un entorno de aprendizaje basado en ChatGPT en el fomento del razonamiento estadístico y de las actitudes hacia la estadística entre estudiantes universitarios árabes. Los resultados muestran efectividad del uso de ChatGPT en el desarrollo del razonamiento estadístico y en el fomento de actitudes positivas hacia la estadística y de motivación por parte de los estudiantes para aprenderla.

Mientras tanto, Pepin et al. (2025) realizaron una amplia revisión sobre el potencial, desafíos e implicaciones en la educación matemática a nivel universitario, e identificaron siete áreas de investigación en las que se están realizando estudios:

1. Comprensión de conceptos matemáticos básicos.
2. Asistencia a los profesores en la planeación de lecciones.
3. Evaluaciones automatizadas y personalizadas.
4. Promoción del aprendizaje personalizado y de estrategias autorreguladas.
5. Desafíos para fomentar el pensamiento crítico.
6. Facilitación del aprendizaje colaborativo y del trabajo en grupos.
7. Actitudes positivas de profesores y estudiantes, limitadas por consideraciones éticas.

Marco conceptual

La inteligencia artificial y los chatbots

Sin pérdida de generalidad, el concepto de IA puede entenderse como la capacidad de las computadoras, mediante algoritmos, de crear máquinas capaces de realizar actividades que requieren inteligencia humana (Porcelli, 2020). El lenguaje es el medio mediante el cual se establece la comunicación entre humanos y máquinas, lo que constituye un punto crucial y desafiante para su funcionamiento; esto implica que las máquinas deben comprender el lenguaje humano. En este contexto se inscriben los chatbots.

Los chatbots corresponden a una categoría de tecnologías digitales para conversar con la computadora, el celular o una tableta electrónica, y responden a cada pregunta que se les plantea de modo similar a la comunicación entre seres humanos, y, más específicamente, como lo hace un profesor cuando un estudiante le plantea una pregunta. Un caso muy

conocido es ChatGPT, al que hacemos referencia en este artículo, con el que documentamos ejemplos del área de la estocástica.

La interacción con los chatbots se realiza mediante una instrucción del usuario, por escrito o de voz, de modo que el dispositivo da una respuesta redactada de forma "coherente", al menos es la expectativa de su diseño, y queda al usuario verificarla. Esta instrucción es denominada *prompt*, y juega un papel central en las respuestas que el chat proporciona al usuario; en la medida en que el *prompt* es más preciso, en esa medida la respuesta también lo es. El *prompt* puede indicar que un proceso matemático se realice paso a paso para que el estudiante observe los detalles, o bien que utilice distintas estrategias para resolver un problema, pudiendo ser algunas más sencillas que otras, y, con ello, estar en condiciones de promover el pensamiento matemático de los usuarios. "El objetivo del chatbot es mantener la comunicación con el usuario simulando una comunicación humana inteligente, de tal forma que el interlocutor tenga una experiencia tan similar como sea posible a la conversación con otra persona utilizando lenguaje natural" (Cheng & Jiang, 2022).

Diálogos inteligentes

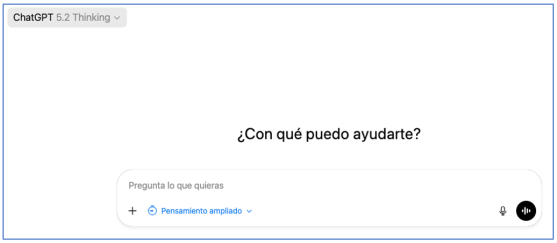
En el proceso educativo, el diálogo entre docentes y estudiantes es una premisa central. También es importante el diálogo entre los estudiantes mismos cuando participan en una tarea en clase o fuera de ella. Cuando el proceso educativo es mediado por una herramienta tecnológica, se establece un diálogo entre el usuario y la herramienta: el usuario proporciona las instrucciones y la herramienta responde a ellas. Es, por tanto, el proceso educativo un proceso interaccional y comunicativo entre quien enseña y quien aprende, pudiendo ser que quien enseña sea incluso una máquina. A este último tipo de diálogos —al del usuario con la herramienta— es al que nos referimos en este artículo.

En el caso de los chatbots, la interfaz de comunicación consiste en una ventana de diálogo mediante la cual se puede introducir texto, voz, figuras y diagramas (Figura 1). Se trata de herramientas de conversación con las que se pueden establecer diálogos como los que se generan en el aula de clase entre estudiantes y docentes, ya que, ante una indicación del usuario, el chatbot emite una respuesta.

El chatbot dispone de elementos que muestran cierta inteligencia desde el diseño mismo; por ejemplo, ante una pregunta mal redactada con errores de ortografía, puede hacer correcciones antes de responder, puede emitir una respuesta y hacer sugerencias sobre alguna ampliación o modificación de la pregunta; incluso, puede anticipar preguntas posteriores que el usuario tiene en mente y que están estrechamente relacionadas con las preguntas

previas. Por parte del usuario, que es quien hace las preguntas, debe tener certeza sobre lo que quiere resolver y cómo solicitarlo al chatbot; al menos una idea de por dónde iniciar.

Figura 1
Interfaz de ChatGPT (ventana de diálogo)



En la medida en que obtenga respuestas, puede plantear nuevas preguntas, agregar elementos adicionales a las ya planteadas y, en ese sentido, establecer un diálogo con la herramienta hasta que le satisfaga con su respuesta. El usuario está ante un experto, a quien puede preguntar prácticamente cualquier tema; por lo tanto, es de suma importancia saber qué preguntar y cómo hacerlo. Ante lo anterior, cabe señalar el rol del docente, quien debe iniciar al estudiante en el uso efectivo de estas herramientas.

En suma, los diálogos con la IA suelen denominarse inteligentes porque se dan conversaciones entre el chat y el usuario, en las que el chat se adapta a las preguntas y ofrece explicaciones y retroalimentación a medida que el usuario va preguntando. En vez de solo dar información, cuando están bien diseñados, los chats pueden funcionar como un andamiaje que pregunta, detecta errores, propone ejemplos y guía el razonamiento.

Muestreo e inferencia

La selección de una muestra para inferir características de su población es una acción recurrente hoy en día en diversas aplicaciones de interés para el ser humano; esta acción da lugar a un complejo entramado de conceptos que se dan en el ámbito muestral y poblacional. Con el surgimiento y desarrollo de la tecnología educativa, se ha hecho posible el estudio de ellos por otra vía más accesible en términos didácticos para un conglomerado más amplio de personas que no cuentan con los antecedentes matemáticos que requiere el enfoque formal de la inferencia estadística, además de que da paso al tratamiento de estos conceptos a edades más tempranas, como son la secundaria y el bachillerato. Por ello, Burrill y Biehler (2011) contemplan a la inferencia como una de las ideas centrales que deben formar parte de cualquier currículo.

Dierdorp et al. (2016, p. 39) identifican como parte de la red conceptual que subyace al muestreo las ideas de: tamaño de muestra, proceso aleatorio, distribución, intervalo intuitivo de variabilidad y relación entre muestra y población. Por tanto, los estudiantes requieren comprender que:

- El incremento en el tamaño de la muestra conduce a estimaciones más precisas de la probabilidad y de características poblacionales.
- Las mediciones repetidas de un mismo fenómeno son un proceso aleatorio que conduce a resultados distintos y que las inferencias están influenciadas por la muestra seleccionada.
- La extracción de muchas muestras da lugar a una colección o distribución que puede describirse mediante medidas de centro y variabilidad.
- Una manera razonable de estimar la variabilidad alrededor de un valor esperado en un proceso aleatorio es un intervalo de confianza.

Aspectos metodológicos

Se implementó un diálogo ficticio entre el usuario, que es un estudiante de bachillerato y ChatGPT. (versión 5.2), con una intención didáctica: analizar los aspectos conceptuales de las respuestas que proporciona el chat y evaluar si las representaciones eran apropiadas y podían contribuir a la comprensión de las ideas del muestreo con una mirada hacia la inferencia estadística. En particular, se implementó el siguiente guion, basado en las ideas de Dierdorp et al. (2016):

- ¿Qué es el muestreo aleatorio?
- ¿Qué es la variabilidad muestral?
- ¿Puede ser confiable una muestra para conocer sobre una población?
- Distribución de muestreo
- Relación entre tamaño de muestra y variabilidad muestral

Las preguntas planteadas están alineadas con una ruta conceptual para acceder intuitivamente a conceptos de muestreo, sus propiedades y su papel en la realización de inferencias estadísticas. El rol del usuario es el de un estudiante de bachillerato que desconoce el bagaje conceptual, pero tiene una idea basada en las clases que le ha impartido su profesor; además, le interesa adentrarse en el tema.

1. Análisis de un diálogo con ChatGPT sobre el tema de muestreo aleatorio orientado a un proceso de inferencia estadística.

Usuario: *Me interesa el tema del muestreo aleatorio en la clase de estadística, ¿podríamos iniciar un diálogo sobre ello? Recuerda que soy un principiante de nivel bachillerato.*

ChatGPT: *¡Claro! Vamos a platicarlo desde cero, sin tecnicismos raros.*

1) ¿Qué es "muestreo aleatorio"?

Es una forma de elegir una parte de un grupo grande (una muestra) de manera que todos tengan la misma oportunidad de ser elegidos.

Población: el grupo completo que te interesa (ej. "todos los alumnos de Cobaes").

Muestra: una parte de esa población (ej. "120 alumnos encuestados").

Muestreo aleatorio: el método para elegir esa muestra "al azar" (como una rifa).

La idea es que, si eliges bien tu muestra, lo que observes en ella te sirve para estimar cosas de toda la población.

2) ¿Por qué es importante que sea aleatorio?

Porque ayuda a evitar el sesgo, que es cuando los datos se "inclinan" hacia un lado. Ejemplo de sesgo: Si quieres saber "cuántas horas estudian los alumnos" pero sólo encuestas a los del cuadro de honor, te va a salir un promedio más alto de lo real. Con muestreo aleatorio, reduces la probabilidad de elegir "puro cierto tipo de gente".

3) Un ejemplo simple

Quieres estimar la estatura promedio de todos los alumnos de una escuela.

Población: 2,000 alumnos

Muestra: 100 alumnos

Aleatorio: asignas un número a cada alumno (1 a 2000) y "sacas" 100 números al azar (con una app o tabla de números aleatorios).

En este diálogo, el ChatGPT explica intuitivamente qué es el muestreo aleatorio, proporciona un ejemplo y señala que el muestreo es la base para realizar estimaciones sobre una población. Señala la importancia de que el muestreo sea aleatorio y menciona el sesgo como un aspecto que se puede evitar con este tipo de muestreo; incluso, intenta aclarar qué es el sesgo en una muestra. Termina proponiendo un ejemplo simple en el contexto de una escuela y de sus estudiantes, e incluso ejemplifica cómo realizar la selección de una muestra.

Usuario: *Ya me explicaste qué es el muestreo aleatorio, por qué es importante y me pusiste un ejemplo simple que entiendo. Ahora quiero saber un poco sobre la variabilidad en el muestreo porque leí algo al respecto.*

ChatGPT: *La variabilidad del muestreo (o variabilidad muestral) es la idea de que si tomas varias muestras aleatorias del mismo tamaño, no te van a dar exactamente el mismo resultado, aunque todas estén "bien hechas".*

1) ¿Por qué pasa?

Porque el azar hace que cada muestra salga con personas diferentes. Y como las personas son distintas, tus números cambian un poquito. Piensa en esto:

- *La población es fija (tu escuela no cambia de un minuto a otro).*
- *Pero la muestra cambia cada vez que la sacas al azar.*
- *Por eso cambia tu estimación (porcentaje, promedio, etc.).*

2) Ejemplo rápido (porcentaje)

Quieres estimar el porcentaje de estudiantes que desayunan. Tomas tres muestras aleatorias de 50:

- *Muestra 1: 28 desayunan → 56%*
- *Muestra 2: 24 desayunan → 48%*
- *Muestra 3: 26 desayunan → 52%*

Todas pueden ser aleatorias, pero no coinciden. Ese "sube y baja" es la variabilidad del muestreo.

3) ¿De qué depende que varíe más o menos?

Principalmente de dos cosas:

a) Tamaño de la muestra (n).

- *Muestra pequeña → más variabilidad (resultados más "brincadores").*
- *Muestra grande → menos variabilidad (resultados más estables).*

b) Qué tan "mezclada" es la población.

Si en la población hay mucha diversidad (opiniones muy divididas, por ejemplo), también tiende a haber más variación entre muestras.

4. ¿Para qué sirve entenderla?

Porque te explica por qué en estadística se habla de:

- *margen de error ("podría variar tantito")*
- *intervalos de confianza ("este rango es razonable")*

O sea: no es que una muestra esté "mal"; es que toda estimación tiene un error natural por el azar.

Las respuestas que ha dado el ChatGPT al usuario lo orientan a comprender que la variabilidad se debe a que no siempre en las muestras participan los mismos elementos; por ende, las estimaciones suelen variar alrededor de un valor. Eso conduce al concepto de margen de error e intervalo de confianza. Relaciona la variabilidad con el tamaño de la muestra y la uniformidad de los elementos de la población. Todo ello intuitivamente, para que el usuario tenga una idea de la variabilidad muestral y de los factores que inciden en ella.

Usuario: *No me resulta fácil entender que si los resultados de cada muestra son siempre o casi siempre distintos, se utilicen para conocer algo de la población de la que se extrajo la muestra, ¿puede ser confiable hacerlo?*

ChatGPT: *Sí puede ser confiable, aunque suene raro al principio. La clave es esta idea: una muestra aleatoria no te da "la verdad exacta", pero sí una buena aproximación, y además puedes medir qué tan lejos podría estar del valor real.*

1. ¿Por qué confiar si cambian los resultados?

Porque aunque cada muestra sea distinta, no cambian de cualquier manera: si el muestreo es aleatorio, los resultados tienden a "bailar" alrededor del valor real de la población. Imagina un blanco de tiro:

- *El centro es el valor real de la población.*
- *Cada muestra es un "disparo".*
- *Los tiros no caen en el mismo punto, pero si el método es bueno, caen cerca del centro y se reparten alrededor.*

2. ¿Qué garantiza la confiabilidad?

Dos cosas muy importantes:

a) Aleatoriedad (quita el sesgo)

- *Hace que la muestra no "favorezca" a un grupo.*
- *Eso permite que el error sea más "por azar" que por "trampa" involuntaria.*

b) Tamaño de muestra (reduce la variabilidad)

- *Con muestras pequeñas, el resultado puede variar bastante.*
- *Con muestras más grandes, el resultado se vuelve más estable.*

Ejemplo sencillo:

- *Si encuestas a 5 alumnos, es fácil que te toque un grupito raro.*
- *Si encuestas a 200, es más difícil que salga algo muy diferente a la realidad.*

3. "Ok, pero ¿y si justo me tocó una muestra rara?"

Esa posibilidad existe. Por eso en estadística no solo se da un número, sino una idea de cuánta incertidumbre hay:

- *Margen de error: "mi estimación puede estar más o menos cerca"*
- *Nivel de confianza: "qué tan seguro estoy de ese margen"*

No es magia: es una forma honesta de decir: "Con esta muestra, lo más razonable es que el valor real esté por aquí."

4. La frase que lo resume todo:

La estadística no promete exactitud perfecta; promete estimaciones buenas + una medida del error.

Ejemplo rápido para que se sienta "real"

Supón que en toda tu escuela el porcentaje real que desayuna es 50%.

- *Con muestras de 30, podrías obtener 43%, 52%, 57%…*
- *Con muestras de 300, saldría más parecido: 48%, 50%, 51%…*

Los resultados no serán idénticos, pero se concentran cerca del 50% cuando la muestra es grande.

De nueva cuenta, el ChatGPT explica la confiabilidad que se puede tener en los resultados de una muestra, señalando que aun cuando estos cambian de una muestra a otra, siempre giran alrededor del valor real poblacional. Relaciona la confiabilidad con el tamaño de la muestra y la aleatoriedad, utilizando ejemplos al nivel de un estudiante de bachillerato. Concluye señalando que en estadística, las estimaciones suelen ser buenas y se proporciona una medida del error.

Usuario: *Me gusta el ejemplo que propones del porcentaje de estudiantes que desayuna es del 50%. ¿Puedes simular la selección de 10 muestras aleatorias y calcular el porcentaje de estudiantes que desayunan?*

ChatGPT. *Simulé 10 muestras aleatorias suponiendo que en la población el porcentaje real que desayuna es P = 0.50 (50%) y que cada muestra tiene n = 50 estudiantes. Resumen de estas 10 muestras:*

- *Promedio de los porcentajes: 52.4%*

- *Mínimo: 40%*
- *Máximo: 64%*

Si quieres, lo repetimos con otro tamaño de muestra (por ejemplo n = 20 y luego n = 200) para que veas cómo cambia la variabilidad.

Tabla 1

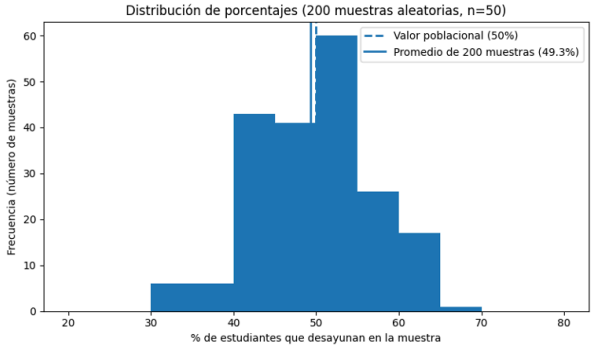
Simulación de 10 muestras aleatorias (P = 0.50, *n* = 50*)*

Muestra	Tamaño (n)	Desayunan
1	50	28(56%)
2	50	24(48%)
3	50	29(58%)
4	50	27 (54%)
5	50	20 (40%)
6	50	32(64%)
7	50	28(56%)
8	50	28(56%)
9	50	21(42%)
10	50	25(50%)

Usuario: *Ahora construye una gráfica con la distribución de las muestras que me ayuden a visualizar los resultados para 200 muestras.*

Figura 2

Distribución de porcentajes muestrales (200 muestras aleatorias, n=50)



En esta simulación:

- Promedio de los 200 porcentajes: 49.3%
- Desviación estándar: 6.87 puntos porcentuales
- Mínimo: 30%
- Máximo: 66%

La línea punteada es el 50% real de la población y la línea continua es el promedio de las 200 muestras. Esto muestra que, con muchas muestras, se ve claramente cómo los resultados se concentran alrededor del valor real.

Lo que ha hecho ChatGPT es simular 200 muestras de tamaño 50 de una población con $P = 0.50$ y construir una gráfica con la distribución del muestreo, poniendo especial énfasis en el centro de la distribución (línea continua) y el valor poblacional (línea punteada) para que el usuario observe su relación y cercanía, que es una propiedad de suma importancia en inferencia estadística, y muestra el potencial del muestreo aleatorio para la estimación en poblaciones.

Usuario: *Observo que el 50% real de la población es muy cercano al promedio de las muestras*

ChatGPT: *¡Exacto! Y eso pasa por una idea central en estadística: "cuando el muestreo es aleatorio, el promedio de muchas muestras tiende a acercarse al valor real de la población".*

¿Qué significa para la confiabilidad?

Una sola muestra puede salir algo lejos del 50% (eso es variabilidad).

Pero si repitieras el proceso muchas veces, el promedio de los resultados se pega al 50%.

Eso nos dice que el método es confiable (no está sesgado).

Si quieres, hacemos una comparación visual rápida: n=20 vs n=200 (manteniendo 200 muestras), para que veas cómo con muestras más grandes la distribución se "aprieta" alrededor del 50%.

Ya están las dos gráficas con 200 muestras aleatorias comparando:

n = 20 (muestras pequeñas)

Promedio: 50.2%

Variabilidad (desv. estándar): ≈ 10.15 puntos %

Rango observado: 20% a 75%

n = 200 (muestras grandes)

Promedio: 50.1%

Variabilidad (desv. estándar): ≈ 3.78 puntos %

Rango observado: 39% a 60.5%

Lo que debes notar en las gráficas (ver figura 3):

Con $n = 20$, el histograma está mucho más "extendido": los porcentajes cambian bastante entre muestras.

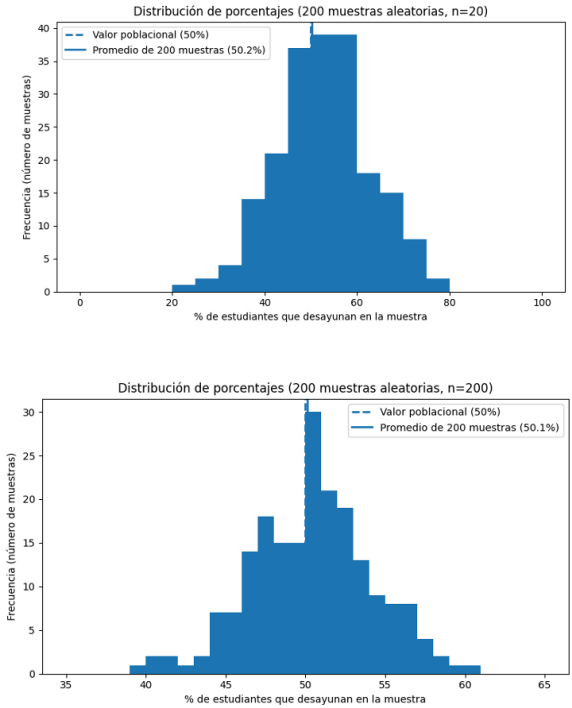
Con $n = 200$, el histograma está más "apretado" alrededor del 50%: los resultados son más estables.

Lo que ha hecho ChatGPT es simular tamaños de muestra de 20 y de 200 de la misma población y comparar ambas distribuciones. Es de crucial importancia que el usuario identifique propiedades como el efecto del tamaño de muestra en la variabilidad del muestreo y que, a pesar de las diferencias entre tamaños de muestra, el centro permanezca prácticamente

invariable; ambas son nociones intuitivas que se derivan del teorema del límite central.

Figura 3

Distribuciones de muestreo para n=20 y n=200 (200 muestras)



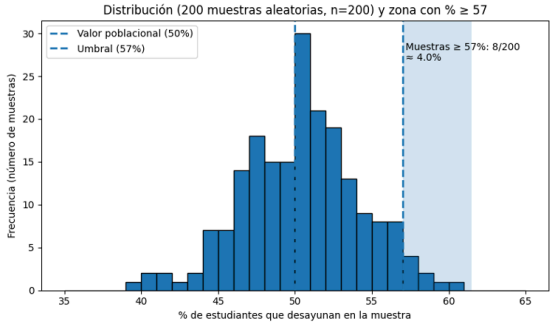
Usuario: *Para este último caso (distribución con n=200) ¿qué porcentaje de muestras podrían estar reportando que 57% de los estudiantes o más desayunan? Si me lo puedes señalar en la gráfica mucho mejor*

ChatGPT: *En este último caso (200 muestras, n = 200, P = 50%), el porcentaje de muestras que reportan 57% o más es 8 de 200 muestras, es decir, ≈ 4.0%.*
En la gráfica te lo señalé así:
Línea punteada en 57% (el umbral).
Zona sombreada a la derecha = todas las muestras con % ≥ 57%.

Esta última pregunta que el usuario ha planteado a ChatGPT tiene la intención de ver si realiza el cálculo correcto del porcentaje de muestras que están en una sección de la distribución, que en su equivalente teórico significa calcular el valor de la probabilidad de que una muestra contenga el 57% o más de estudiantes que desayunan. Esta cola derecha de la distribución se conoce como *p*-valor en pruebas de hipótesis. El chat lo ha hecho bien e incluso ha sombreado la porción para mayor visibilidad.

Figura 4

Distribución de muestreo con área delimitada



Conclusiones e implicaciones para la enseñanza

La definición del *prompt* es sumamente importante para lograr "diálogos inteligentes"; su redacción implica pensar de antemano en los conceptos y procesos involucrados en un problema o situación matemática. Ante ello, se requiere una planeación didáctica de las actividades y de los procedimientos que se solicitarán al chatbot. Otra implicación tiene que ver con la viabilidad de utilizar chatbots inteligentes en la clase de estocástica, pues en los diálogos analizados, las respuestas de ChatGPT son conceptualmente correctas a nivel de bachillerato. Las simulaciones solicitadas se ejecutaron correctamente y las representaciones gráficas utilizadas para mostrar las distribuciones de muestreo cumplen todos los requisitos de escala e incluyen los elementos necesarios para su interpretación.

Los diálogos entre el usuario y ChatGPT sobre el tema de muestreo e inferencia estadística muestran que la IA puede constituirse en una herramienta de apoyo al docente para planear e impartir sus clases y asignar tareas a los estudiantes; por parte de estos, el trabajo en clase o fuera de ella se potencia al contar con un asesor virtual a su alcance. Consideramos que los alumnos pueden, con una planeación didáctica pertinente, acceder a conceptos y razonamientos correctos sobre las ideas del muestreo y la inferencia mediante la simulación.

Un aspecto negativo de la IA que preocupa a muchos es que puede presentar sesgos y errores en la información que proporciona; no ha sido el caso de las respuestas que proporcionó a las actividades que se le plantearon. Considero que las ventajas de cálculo y los diálogos que se generan entre el usuario y la herramienta superan los posibles errores que pueda cometer la IA. Los estudiantes y docentes deben ser conscientes de estos posibles errores y sesgos para utilizar la herramienta racionalmente en el aula de clases. Entre las limitaciones del estudio se encuentra el hecho de que los diálogos entre estudiante y el chat fueron ficticios; aunque se trata de una

temática del bachillerato, la trayectoria de conceptos y razonamientos puede ser desafiante para muchos estudiantes. Los aspectos éticos y posibles errores de los chatbots deben ser inculcados a los estudiantes para un mejor aprovechamiento de la herramienta, como lo señalan algunos autores citados en los antecedentes.

Referencias

Akçapınar, G., & Sidan, E. (2024). AI chatbots in programming education: Guiding success or encouraging plagiarism. *Discover Artificial Intelligence, 4*(87). https://doi.org/10.1007/s44163-024-00203-7

Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57–69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10

Cheng, Y., & Jiang, H. (2022). Customer–brand relationship in the era of artificial intelligence: Understanding the role of chatbot marketing efforts. *Journal of Product & Brand Management, 31*(2), 252–264. https://doi.org/10.1108/JPBM-05-2020-2907

Dierdorp, A., Bakker, A., van Maanen, J., & Eijkelhof, H. (2016). Supporting students to develop concepts underlying sampling and to shuttle between contextual and statistical spheres. En D. Ben-Zvi & K. Makar (Eds.), The teaching and learning of statistics (pp. 37–48). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23470-0_4

Escotet, M. A. (2024). The optimistic future of Artificial Intelligence in higher education. *Prospects, 54*(3-4), 531–540. https://doi.org/10.1007/s11125-023-09642-z

Labadze, L., Grigolia, M., & Machaidze, L. (2023). Role of AI chatbots in education: Systematic literature review. *International Journal of Educational Technology in Higher Education, 20*(56), 1–17. https://doi.org/10.1186/s41239-023-00426-1

Moral, S., Ruiz, F., & Cebrian, M. (2023). Analysis of artificial intelligence chatbots and satisfaction for learning in mathematics education. *International Journal of Educational Research and Innovation, 20,* 1–14. https://doi.org/10.46661/ijeri.8196

Pepin, B., Buchholtz, N., & Salinas-Hernández, U. (2025). A scoping survey of ChatGPT in mathematics education. Digital Experiences in Mathematics Education, 11, 9–41. https://doi.org/10.1007/s40751-025-00172-1

Porcelli, A. M. (2020). La inteligencia artificial y la robótica: Sus dilemas sociales, éticos y jurídicos. *Derecho Global: Estudios sobre Derecho y Justicia, 6*(16), 49–105. https://doi.org/10.32870/dgedj.v6i16.286

Rudolph, J., Tan, S., & Tan, S. (2023). ChatGPT: Bullshit spewer or the end of traditional assessments in higher education? *Journal of Applied Learning & Teaching, 6*(1), 342–363. https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2025, 24 de enero). *La inteligencia artificial estará al servicio de la educación y de las personas en México*. https://www.unesco.org/ethics-ai/es/articles/la-inteligencia-artificial-estara-al-servicio-de-la-educacion-y-de-las-personas-en-mexico

Wahba, F., Ajlouni, A., & Abumosa, M. (2024). The impact of ChatGPT-based learning statistics on undergraduates' statistical reasoning and attitudes toward statistics. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20*(7), 1–14. https://doi.org/10.29333/ejmste/14726

Convocatorias

La inteligencia artificial generativa en la educación matemática: posibilidades, tensiones y horizontes

Convocatoria para número especial de Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED)

Cristian Nava Guzmán | cristiannavaguzman@gmail.com
Instituto Politécnico Nacional
Editor invitado

La Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED), editada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM), invita a la comunidad académica y docente a contribuir en su número especial titulado "La inteligencia artificial generativa en la educación matemática: posibilidades, tensiones y horizontes".

Presentación

La irrupción de la inteligencia artificial generativa (IA) ha abierto un intenso debate en torno a sus posibilidades, tensiones y horizontes en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta tecnología plantea transformaciones cuyo impacto pedagógico aún está en proceso de comprensión: por una parte, promete experiencias de aprendizaje personalizadas y nuevas formas de tutoría, retroalimentación y evaluación; por otra, suscita interrogantes sobre la exactitud de sus respuestas, la equidad en el acceso, la autonomía del estudiante y la integridad académica. Este número especial busca reunir estudios y experiencias que aporten una mirada plural sobre la IA en la educación matemática, promoviendo un análisis informado y con fundamentación empírica.

Nava Guzmán, C. (2025). La inteligencia artificial generativa en la educación matemática: posibilidades, tensiones y horizontes. Convocatoria para número especial de la Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED). *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 133–135. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.08

Temáticas de interés

Se recibirán contribuciones que aborden, entre otros, los siguientes temas:

1. Aprendizaje personalizado de las matemáticas basado en IA.
2. Evaluación del aprendizaje matemático asistida por IA.
3. El papel de la IA en el apoyo al docente de matemáticas.
4. La IA y el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos.
5. El impacto de los sistemas de tutoría inteligente basados en IA en los resultados de aprendizaje matemático.
6. La IA en el aula: fortalecimiento de la colaboración y el aprendizaje entre pares.
7. Educación matemática e IA: implicaciones para el diseño curricular.
8. La IA al servicio de una educación matemática equitativa.
9. IA y alfabetización de datos en la educación matemática.
10. IA para las dificultades de aprendizaje en matemáticas.
11. Aprendizaje de las matemáticas con IA y motivación del estudiante.
12. Consideraciones éticas de la IA en la educación matemática.

Tipos de contribuciones aceptadas

- Estudios empíricos sobre el uso de la IA y sus efectos en el aprendizaje de las matemáticas.
- Revisiones sistemáticas o de la literatura sobre la IA en la educación matemática.
- Experiencias de aula con herramientas de IA generativa.
- Propuestas de diseño instruccional y secuencias didácticas mediadas por IA.
- Evaluaciones de herramientas y sistemas de IA para la enseñanza de las matemáticas.
- Experiencias de formación y desarrollo profesional docente en torno a la IA.
- Ensayos conceptuales y análisis ético sobre la IA en la educación matemática.
- Análisis críticos de riesgos, límites e integridad académica en el uso de la IA.

Directrices para el envío de manuscritos

- Los artículos deben ser originales e inéditos.
- Deben cumplir con los lineamientos editoriales de REMED y seguir el formato APA 7.
- La extensión de los manuscritos debe estar entre 4,000 y 5,000 palabras, incluyendo referencias y tablas.
- Se aceptarán artículos en español e inglés.

- Se permite un máximo de tres autores por artículo.
- Cada autor puede postular solo un artículo por convocatoria.
- Los artículos deben ser sometidos en formato anónimo, sin nombres ni afiliaciones en el documento principal.
- Más información en la Sección de Envíos de la REMED.

Proceso de evaluación

Todos los manuscritos serán sometidos a un proceso de revisión por pares doble ciego. La decisión editorial podrá ser: aceptación, aceptación con revisiones, revisión y reenvío, o rechazo. El proceso de evaluación podrá tomar entre uno y seis meses.

Fechas importantes

Recepción de manuscritos: hasta el 1 de noviembre de 2026.
Publicación del número especial: 30 de junio de 2027.

Más información

Para mayor información sobre el envío de manuscritos, por favor consulte la página de la revista (https://remed.org.mx/) o escriba al editor invitado: Cristian Nava Guzmán (cristiannavaguzman@gmail.com).

Esperamos sus contribuciones para enriquecer el debate académico sobre la inteligencia artificial generativa y su impacto en la educación matemática.