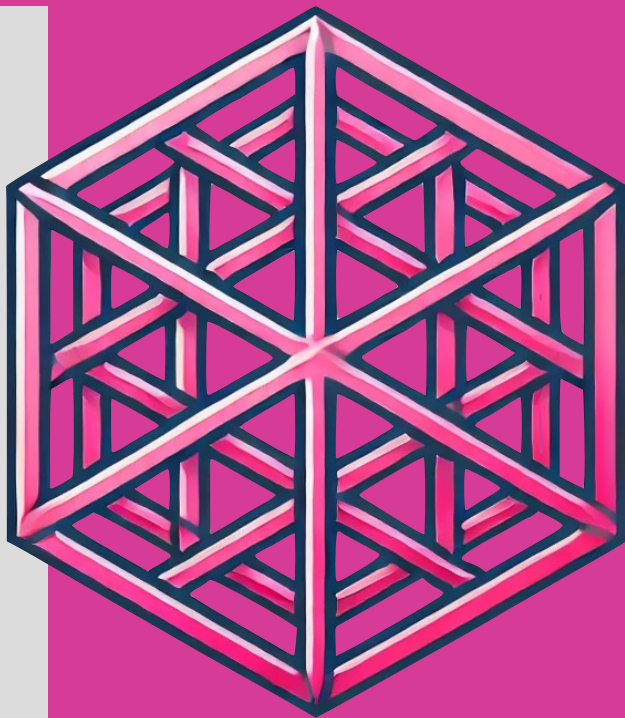


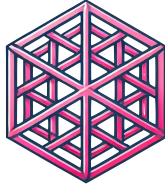
Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

ISSN: 3061-8282



Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación
de la Educación Matemática A.C. (SOMIDEM)





Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)



Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación
de la Educación Matemática A.C.

Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI)

Volumen 1, Número 2, junio de 2025

© Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI), junio de 2025, vol. 1 núm. 2, es una publicación cuatrimestral editada por la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C., con domicilio en Adolfo Prieto 1734, Col. Del Valle centro, 03100, Benito Juárez, Ciudad de México, correo electrónico: revistaremed@gmail.com

Editor responsable: Mario Sánchez Aguilar y Apolo Castañeda Alonso. Reserva de derechos al Uso Exclusivo del Título: 04-2025-022514380900-102, ISSN 3061-8282 - Formato de la publicación: electrónico, ambos otorgados por la Dirección de Reservas de Derechos del Instituto Nacional del Derecho de Autor.

Publicación cuatrimestral. Se publica en los meses de enero, junio y octubre, con el financiamiento de la SOMIDEM.

La presentación y disposición en conjunto de cada página de la Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMEDI), vol. 1, núm. 2, junio de 2025, son propiedad de D.R. © Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

Las opiniones expresadas por los autores no reflejan necesariamente la postura de los editores de la publicación ni de la SOMIDEM.

Los autores son responsables del contenido de sus contribuciones, incluyendo la exactitud de los datos, la atribución de citas y referencias bibliográficas, el cumplimiento de los derechos de autor y la gestión de la coautoría. Asimismo, deben garantizar que el material, los textos y las imágenes utilizados respeten los derechos de terceros. REMEDI no asume responsabilidad por el contenido de los trabajos presentados.

Todos los artículos de la REMEDI son de acceso libre y están sujetos a a Licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA) <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



Diagramación y corrección de estilo: Ingrid Eleonor Castañeda González, ingrideleonor@gmail.com

Fecha de la última actualización 30 de junio de 2025.

<https://remed.org.mx>
<https://doi.org/10.24844/REMEDI>

Editores en Jefe

Mario Sánchez Aguilar 
Instituto Politécnico Nacional, México

Apolo Castañeda 
Instituto Politécnico Nacional, México

Editores Asociados

Ernesto Alonso Sánchez Sánchez 
Cinvestav (Departamento de Matemática Educativa), México

Carlos Valenzuela García 
Universidad de Guadalajara, México

David Block Sevilla 
Cinvestav (Departamento de Investigaciones Educativas), México

Yolanda Chávez Ruiz 
SOMIDEM, México

Luis Manuel Aguayo Rendón 
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Zacatecas

María García González 
Universidad Autónoma de Guerrero

Editores de Sección

Francisco Sepúlveda Vega 
Cinvestav (Departamento de Matemática
Educativa), México

Juan Manuel Córdoba Medina 
Escuela Normal Superior del Estado de
México

Catalina Navarro Sandoval 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Luz Graciela Orozco Vaca 
Secretaría de Educación Jalisco,
México

María Guadalupe Vera Soria 
Universidad de Guadalajara,
México

Cristian Nava Guzmán 
Universidad Autónoma del Estado de
Hidalgo, México

Yesenia Esmeralda Basaldú Gutiérrez 
Centro de Estudios Universitarios los
Ángeles, Oaxaca, México

Carolina Rubí Real Ortega 
Escuela Normal Superior de México,
México

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Guadalupe Cabañas Sánchez 
Universidad Autónoma de Guerrero,
México

Verónica Vargas Alejo 
Universidad de Guadalajara,
México

Juan de Dios Viramontes Miranda 
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez,
México

Isaías Miranda Viramontes 
Instituto Politécnico Nacional,
México

Heidy Cecilia Chavira 
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez,
México

Rosa Isela González-Polo 
Universidad Autónoma del Estado de
México

Judith Alejandra Hernández Sánchez 
Universidad Autónoma de Zacatecas,
México

Luis Manuel Cabrera Chim 
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica
y Electrónica, Puebla, México

Lady Elena Sosa Moguel 
Universidad Autónoma de Yucatán,
México

Rubén Alejandro Águeda Altúzar 
SOMIDEM, México

César Lozano Díaz
ITESO, México

Editores de Sección

Guadalupe Carmona 
University of Texas at San Antonio,
Estados Unidos de América

Elizabeth Hernández Arredondo 
Universidad de los Lagos,
Chile

Mihály André Martínez Miraval 
Pontificia Universidad Católica del
Perú

Carlos Amilcar Fuentes Fuentes 
Universidad San Carlos,
Guatemala

Cristina Ochoviet Filgueiras 
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Wilmer Ríos-Cuesta 
Universidad de Antioquia,
Colombia

Verónica Molfino Vigo 
Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Melissa Andrade-Molina 
Pontificia Universidad Católica de
Valparaíso, Chile

Paola Alejandra Balda Álvarez 
Universidad Pedagógica Nacional,
Colombia

Dinazar Isabel Escudero Ávila 
Universidad Complutense de Madrid,
España

Jaime Israel García García 
Universidad Metropolitana de Ciencias
de la Educación, Chile

Luis Roberto Pino-Fan 
Universidad de los Lagos,
Chile

Eric Flores Medrano 
Universidad Complutense de Madrid,
España

Índice

Editorial

¿Se vale usar ChatGPT si igual entendí el tema? Una conversación urgente sobre IA en el aula <i>Apolo Castañeda y Mario Sánchez Aguilar</i>	9
--	---

Análisis de Experiencias en el Aula

La fracción unitaria desde una relación recíproca de tamaño relativo; la constitución de objetos mentales en la escuela primaria <i>Ivette Anel Delgado Valdez y Luis Manuel Aguayo Rendón</i>	15
---	----

Una actividad educativa de belleza matemática y geometría <i>Flor Monserrat Rodríguez Vásquez, María del Socorro García González y Catalina Navarro Sandoval</i>	31
---	----

La gamificación como estrategia didáctica en clases de matemáticas en secundaria <i>Aura Abigail Albarrán-Martínez, Cristian Rico Bernal y Marisol Manzano Palma</i>	47
---	----

Innovaciones en educación matemática

El modelo de barras como recurso visual para el pensamiento preálgebraico <i>Juan Luis Ramírez Lubianos</i>	63
--	----

Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

La inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas <i>Cristian Nava Guzmán</i>	77
---	----



¿Se vale usar ChatGPT si igual entendí el tema? Una conversación urgente sobre IA en el aula

Is Using ChatGPT Allowed If I Still Get the Concept? A Pressing Talk on AI in the Classroom

Apolo Castañeda  | acastane@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional, CICATA Legaria,
Programa de Matematica Educativa

Mario Sánchez Aguilar  | mosanchez@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional, CICATA Legaria,
Programa de Matematica Educativa

No fue en un aula ni en una conferencia académica, sino en una conversación casual con una estudiante de secundaria, donde escuché por primera vez la pregunta que resume el desconcierto de este tiempo: “¿se vale usar ChatGPT si igual entendí el tema?” La pregunta no vino acompañada de cinismo ni de rebeldía. Fue formulada con la naturalidad de quien ha crecido entre buscadores, asistentes de voz y plataformas de Inteligencia Artificial (IA) que sugieren lo que uno debería escribir. Para la estudiante que la planteó, el dilema no era técnico, sino institucional: ¿qué se permite?, ¿qué se penaliza y por qué?, ¿qué importa el proceso?, ¿dónde empieza lo legítimo y dónde termina lo tramposo cuando una IA hace el trabajo que antes requería tiempo, duda y correcciones?

Este texto no busca tomar partido entre entusiastas y apocalípticos. Más bien propone un recorrido entre las preguntas que la IA suscita cuando se instala, sin pedir permiso, en la enseñanza de las matemáticas. ¿Qué significa pensar, si una máquina puede resolver ecuaciones, redactar soluciones e incluso sugerir estrategias didácticas? ¿Qué capacidades estamos dispuestos a ceder y cuáles preferimos seguir ejerciendo, con toda su fragilidad? ¿Y qué

lugar ocupa el juicio, esa forma situada y lenta de comprender el mundo, en medio de respuestas inmediatas, impecables y sin contexto? (Walkington, 2025).

No se trata de prohibir herramientas que ya forman parte del entorno cotidiano. Pero si la pregunta sigue siendo si “se vale” usar IA, quizá habría que preguntarse también qué entendemos por aprender, qué papel le damos a la interpretación, al error y a la construcción de sentido cuando los sistemas automatizados parecen anticiparlo todo. Este texto busca cuestionar el espacio que se abre entre la solución inmediata y el juicio demorado, entre la respuesta correcta y la comprensión situada. El propósito no es elogiar o condenar el uso de la IA en la escuela, sino examinar qué se transforma cuando la escritura, el razonamiento y la producción de ideas comienzan a desplazarse hacia sistemas que no piensan, pero simulan pensar.

El espejismo de la inteligencia: entre optimismo tecnológico y amenaza existencial

Durante años, el discurso dominante en torno a la inteligencia artificial ha oscilado entre dos extremos que, aunque opuestos, comparten una misma fascinación, el entusiasmo por su potencial ilimitado y el temor por sus posibles consecuencias (Castañeda & González-Polo, 2025). Para algunos, la IA representa la cúspide del progreso técnico; para otros, una amenaza velada a la agencia humana. Ambas posturas suelen sustentarse en una idea común, que estos sistemas están en camino de volverse verdaderamente inteligentes, de alcanzar con suficiente entrenamiento y datos, una forma general de pensamiento que rivalice con la humana o incluso la supere.

Sin embargo, como ha señalado Cantwell Smith (2019), esta suposición descansa sobre una equivocación, confundir el reconocimiento con el juicio. Lo que las máquinas hacen, por más impactante que parezca, no es pensar, sino procesar correlaciones estadísticas a partir de patrones previamente aprendidos. El problema no es solo técnico, sino filosófico. Creer que un sistema que completa frases resuelve ecuaciones o genera argumentos está comprendiendo el mundo, es caer en lo que Cantwell Smith denomina “error de equivalencia”: atribuir a una acción algorítmica una intención que no posee. Esta confusión ha dado lugar a un doble espejismo. Por una parte, el del optimismo tecnófilo, que celebra cada avance como si fuera un peldaño hacia la inteligencia general, sin detenerse a pensar en las limitaciones estructurales de estos sistemas. Por otro lado, el del alarmismo apocalíptico, que advierte sobre una inminente sustitución del juicio humano por la eficiencia maquinal, sin distinguir entre capacidad de cálculo y capacidad de comprensión. En ambos casos, el problema no es la IA en sí misma, sino las expectativas que se proyectan sobre ella.

Lo que cedemos y lo que queremos conservar

No es nuevo que la escuela delegue ciertas tareas a las tecnologías. Las calculadoras desplazaron el cálculo manual, los procesadores de texto reemplazaron la caligrafía, los navegadores sustituyeron a los diccionarios. En cada caso, la pregunta no fue si usar o no el recurso, sino qué se gana y qué se pierde al hacerlo. La irrupción de la inteligencia artificial, sin embargo, parece alterar esa lógica. Porque ya no se trata solo de automatizar procedimientos, sino de simular operaciones que antes las vinculábamos con características humanas.

Frente a esta novedad, la pregunta que emerge, en las aulas, en la política, en las conversaciones cotidianas, ¿qué tipo de capacidades queremos seguir ejerciendo como nuestras y cuáles estamos dispuestos a externalizar? En la superficie, la IA promete eficiencia, redacta más rápido, resuelve con precisión, responde sin que uno tenga que detenerse demasiado a pensar. Pero justo ahí se instala el riesgo. Lo que puede parecer un atajo funcional puede convertirse, sin que se advierta, en una forma de desaprendizaje silencioso. No se trata de idealizar un aprendizaje sin apoyos. Pero sí conviene preguntarse qué significa comprender un concepto si ya no hay necesidad de formularlo, explicarlo o transformarlo. Si una herramienta puede generar una respuesta que basta para aprobar, ¿en qué momento se ejerce el juicio? Y si ese juicio no se ejercita, ¿qué se cultiva entonces en el espacio educativo?

En el aula de matemáticas, donde el proceso importa tanto como el resultado, delegar la construcción de ideas puede vaciar de sentido la experiencia misma de aprender. Porque una cosa es resolver una ecuación, y otra es entender qué representa, cómo se relaciona con una situación, por qué tiene sentido ese modelo y no otro. Esa distancia entre aplicar y comprender es justamente lo que está en juego cuando se normaliza la delegación cognitiva sin discusión.

Más que dibujar una frontera rígida entre lo humano y lo artificial, el desafío pedagógico está en reconocer con honestidad qué formas de pensamiento no deberían ser reemplazables. No por nostalgia, sino porque en ellas se juega el vínculo entre lenguaje, sentido y comprensión. No todo lo que puede automatizarse debería dejar de ejercerse. Al menos no sin preguntarnos, antes, qué nos hace perder como estudiantes, como docentes, como colectivo que aprende.

Tareas abiertas para inteligencias no programadas

Frente al avance de sistemas capaces de producir respuestas inmediatas, precisas y gramaticalmente impecables, la tentación en la enseñanza de las matemáticas podría ser competir en eficiencia. Reformular preguntas, dificultar los enunciados, ocultar la pista. Pero en ese juego de escondidas, lo

que se pierde es justamente la posibilidad de construir sentido. Si el propósito del aula es que el estudiante adivine lo que la máquina no puede predecir, entonces el diálogo se reduce a una competencia de ingenio. Y la educación, a una evasión técnica.

Walkington (2025) propone un giro radical pero sencillo, diseñar tareas que no puedan resolverse solo con reckoning, es decir, con reconocimiento estadístico o aplicación automática de patrones. Tareas abiertas, ambiguas, que inviten a interpretar, justificar, adaptar o incluso contradecir una solución generada por IA. No para probar que el humano “gana”, sino para abrir espacio a lo que la máquina no puede ejecutar, el conflicto de interpretaciones, la argumentación situada, la producción compartida de conocimiento.

La novedad no está en la apertura de las tareas, eso lo propusieron hace décadas enfoques como la educación matemática realista o la enseñanza basada en problemas, sino en el contexto en que ahora se hacen necesarias. Este tipo de diseño obliga a cambiar la pregunta docente, pues no basta con saber si el alumno resolvió correctamente, sino qué caminos tomó, qué decisiones enfrentó, cómo interpretó los datos, por qué optó por un modelo y no por otro. Ahí, en ese entramado de elecciones, aparece el juicio. No como resultado, sino como proceso.

Y es precisamente ese proceso el que permite volver a pensar el lugar de la inteligencia artificial en la escuela. Porque cuando las tareas exigen más que precisión, cuando demandan agencia, perspectiva y voz, la IA deja de parecer una amenaza y se convierte en un interlocutor limitado. Un generador de insumos, sí. Pero no un sustituto del pensamiento.

¿Importa quién escribió el texto? Autoría y juicio en tiempos de simulación

En los márgenes de toda discusión sobre inteligencia artificial hay una inquietud que persiste y que es relevante para las publicaciones académicas: ¿cómo saber si lo que estoy leyendo fue escrito por una persona o por una máquina? La pregunta, en apariencia trivial, ha generado protocolos, herramientas de detección, alertas estilísticas y hasta una búsqueda del “rastreo humano” en los textos.

El dilema se cuele en las aulas, en los comités editoriales, en las defensas de tesis. ¿Y si lo escribió ella? ¿Y si fue ChatGPT? ¿Y si estamos leyendo a nadie?

En su artículo irónicamente titulado *An A.I.-Generated Article on How to Tell If the Article You're Reading Is A.I.-Generated*, publicado en *The New Yorker*, Graham Techler satiriza esta obsesión de la detección. Lo hace llevando al límite la lógica del control, al punto de inventar un autor ficticio “Jeff Someguy”, con el único fin de que el texto parezca más confiable. Lo que pone en evidencia es la farsa de ciertos criterios estilísticos, además

de la fragilidad de nuestra confianza en el lenguaje, pues dejamos de leer para buscar huellas, dejamos de pensar para rastrear culpables.

Pero quizá la pregunta está mal planteada. Si el juicio es lo que importa, como hemos venido sosteniendo, entonces el foco no debería estar en quién escribió, sino en qué se está diciendo, cómo se construye una idea, qué tensiones conceptuales se despliegan. En otras palabras, el valor de un texto no reside en su ADN autoral, más bien en la potencia crítica que activa. Juzgar un artículo por sus errores o su estilo es olvidar que también los humanos escriben mal, que también las máquinas pueden sonar “naturales”, y que el juicio no se hospeda en la gramática, sino en la lectura compartida.

En el campo académico, esta discusión adquiere un matiz urgente. Porque si escribir se convierte en una prueba de autenticidad más que en una práctica de pensamiento, entonces la educación se desplaza hacia la vigilancia y se aleja del diálogo. La IA no amenaza solo la autoría, sino nuestra relación con lo que entendemos por construir conocimiento. Y en ese sentido, preguntarse si algo “fue escrito por alguien” puede ser menos importante que preguntarse si ese algo vale la pena ser leído. *La vida es muy corta como para leer malos textos.*

Pensar después de la respuesta

Una máquina puede resolver ecuaciones, sugerir estrategias didácticas, incluso redactar una última página con una sintaxis impecable. Puede hacerlo sin pausa, sin dudas, sin perder el hilo. Pero nada de eso implica que haya comprendido lo que escribe. Esa es, quizás, la paradoja más inquietante de nuestro tiempo, convivimos con sistemas que producen respuestas sin haber formulado nunca una pregunta. Sistemas que operan, pero no entienden. Que simulan, pero no habitan el pensamiento.

Cantwell Smith (2019) advirtió esta dislocación cuando señaló que hemos construido máquinas que reconocen patrones, pero no juzga. Su crítica no era técnica, sino epistémica, pues el juicio no puede automatizarse porque no es un cálculo, es una relación situada con el mundo. Una práctica deliberada. En educación matemática, esta distinción adquiere una particular importancia. Trabajamos con estructuras formales que las máquinas manejan con soltura, pero también trabajamos con significados, con modelos, con argumentos. Y ahí, el juicio importa.

El riesgo no está en el uso de IA, sino en que la vigilancia sobre la autoría desplace el juicio sobre las ideas. Por eso, desde esta revista no buscamos detectar “trazas” de IA como quien busca plagio, sino sostener una pregunta más radical ¿qué se construye con este texto?, ¿qué tipo de interlocución propone?, ¿qué zonas de la enseñanza y el aprendizaje nos obliga a mirar de nuevo? En REMED, entendemos que escribir con inteligencia artificial no

es un problema en sí mismo, pero sí lo es hacerlo sin hacerse cargo de las decisiones, omisiones y formas de pensamiento que esa escritura desplaza.

Con esta inquietud, abriremos en el próximo número una convocatoria para un número especial sobre Educación Matemática e Inteligencia Artificial. Será un espacio para reunir experiencias, preguntas, desarrollos teóricos y análisis de aula que no eludan la presencia de la IA, pero tampoco la idealicen. Nos interesa el terreno movedizo, donde la enseñanza cambia, donde las herramientas reorganizan la práctica, donde escribir vuelve a ser un acto que implica juicio.

Porque incluso cuando el texto se genera en segundos, entender lo que significa sigue tomando tiempo. Y ahí, en ese tiempo que no puede acelerarse, se juega todavía lo que entendemos por enseñar.

Referencias

- Cantwell Smith, B. (2019). *The promise of artificial intelligence, reckoning and judgment*. The MIT Press.
- Castañeda, A., & González-Polo, R. I. (2025). Debates del uso de ChatGPT en educación: Una revisión sistémica. *Revista Conrado*, 21(104), Artículo e4015. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/4015>
- Techler, G. (2025, Abril 8). An A.I.-generated article on how to tell if the article you're reading is A.I.-generated. *The New Yorker*. <https://bit.ly/3TMhVLS>
- Walkington, C. (2025). The implications of generative artificial intelligence for mathematics education. *School Science and Mathematics*, 1–10. <https://doi.org/10.1111/ssm.18356>



La fracción unitaria desde una relación recíproca de tamaño relativo; la constitución de objetos mentales en la escuela primaria

The unit fraction from a reciprocal relationship of relative size; the constitution of mental objects in elementary school

Ivette Anel Delgado Valdez  | 1975403012@alumnos.upn.mx
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Zacatecas – 321

Luis Manuel Aguayo Rendón  | laguayo@upn.mx
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Zacatecas – 321

Recepción: 22 de mayo de 2025 | Aceptación: 27 de junio de 2025

Resumen

Este artículo muestra los resultados de un experimento de diseño basado en la Educación Matemática Realista para la constitución de objetos mentales sobre fracciones unitarias por alumnos de quinto grado de primaria. Nuestra hipótesis plantea que abordar la fracción mediante un modelo centrado en la medida ayuda a los estudiantes a interpretar nociones más complejas, como las fracciones impropias. En el estudio se analizan las interacciones de una práctica matemática centrada en la iteración de subunidades independientes de la unidad de referencia, el propósito es superar las limitaciones conceptuales del modelo basado en el significado parte-todo. En los resultados se observa que los estudiantes comprenden la fracción unitaria como una relación recíproca de tamaño relativo respecto a la unidad, lo que posibilita su transición hacia una concepción multiplicativa del número fraccionario, por lo anterior puede decirse que la investigación aporta elementos teóricos y metodológicos para el posterior diseño de propuestas instruccionales más sólidas para la enseñanza de la representación fraccionaria del número racional en la educación básica.

Palabras clave

Fracción unitaria, valor recíproco de tamaño relativo, educación matemática realista, experimento de diseño.

Abstract

This article presents the results of an experiment based on Realistic Mathematics Education for the construction of mental objects on unit fractions by fifth-grade elementary school students. Our hypothesis is that approaching fractions through a model focused on measurement helps students interpret more complex notions, such as improper fractions. The study analyzes the interactions of a mathematical practice focused on the iteration of subunits that are independent of the reference unit, with the aim of overcoming the conceptual limitations of the part-whole model. The results show that students understand the unit fraction as a reciprocal relationship of relative size with respect to the unit, which enables their transition to a multiplicative conception of fractional numbers. Therefore, it can be said that the research provides theoretical and methodological elements for the subsequent design of more solid instructional proposals for teaching the fractional representation of rational numbers in basic education.

Keywords

Unit fraction, reciprocal value of relative size, realistic mathematics education, design experiment.

Introducción

La enseñanza de las fracciones tiene implicaciones en el desarrollo y la apropiación de nociones matemáticas más complejas (Thompson y Saldanha, 2003), por ejemplo, en el álgebra. Usualmente, el modelo parte-todo ha sido el punto de partida para enseñar fracciones porque facilita la comprensión de la equipartición, donde los estudiantes interpretan la fracción $\frac{a}{b}$ como “ a ” partes de un total de “ b ” partes. Generalmente no tienen dificultades para entender fracciones como $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ etc., ya que intuitivamente se puede pensar que significan tomar x partes de un todo dividido en y partes.

Esto ha permitido considerar la factibilidad de este modelo para introducir la representación fraccionaria de los números racionales, aunque sus limitaciones aparecen cuando se introducen fracciones impropias como $\frac{6}{5}$, donde resulta contradictorio intentar “tomar seis partes de un total de cinco”, o cuando se abordan operaciones como $8 \div \frac{2}{3}$, en las que es difícil interpretar que se deben dividir “ocho enteros entre dos partes de tres partes”. Estos ejemplos muestran que, en ciertas situaciones, el modelo “parte todo” genera la construcción de nociones en las que concibe a la parte como algo inherente o incluido en la unidad de referencia, lo que obstaculiza una comprensión más profunda de los números fraccionarios.

En el currículo mexicano, las fracciones se incluyen mediante la articulación progresiva de los significados de la fracción (parte-todo, medida, razón, cociente y operador), con lo que se espera que los estudiantes

comprendan totalmente al número racional sin considerar su complejidad. Este se vuelve un concepto difícil porque “consta de varios constructos, y es necesario comprender la confluencia de estos” (Hannula, 2003, p. 17).

Una caracterización de las fracciones alternativa a la de Kieren es la de Freudenthal (1983), quien propone una enseñanza basada en la comparación de fracciones como medidas, que se refuerza con el razonamiento multiplicativo descrito por Thompson y Saldanha (2003) y con los principios de la Educación Matemática Realista. Esta propuesta ha sido retomada por Cortina y Visnovska (2008, 2014, 2017, 2018) para diseñar una Teoría de Enseñanza de un Dominio Específico (TEDE) e introducir las fracciones como medidas de longitud.

Esta TEDE se ha puesto a prueba en diferentes contextos para evaluar su viabilidad y proponerla como un recurso útil para docentes e investigadores. A partir de los resultados se sostiene que las fracciones unitarias deben abordarse como una herramienta para cuantificar relaciones recíprocas mediante la multiplicación de una magnitud por un número entero, lo que permite introducir el concepto de fracción prescindiendo del modelo parte-todo (Cortina et al., 2013).

Marco teórico: Educación Matemática Realista

La Educación Matemática Realista (EMR), desarrollada por Hans Freudenthal, promueve la reinención de las matemáticas a través de la matematización del mundo real en sustitución de la transmisión matemática “prefabricada”, entendida como la enseñanza del producto final de la actividad de los matemáticos (Cobb et al., 2008).

En la EMR se considera que los docentes son, por mucho, los agentes educativos más importantes, por lo que se busca desarrollar recursos que apoyen su labor educativa. Sin embargo, esta acción va más allá de generar actividades y materiales, pues se refiere más bien al desarrollo de recursos teóricos que puedan ayudar a prever cómo progresa el aprendizaje de los alumnos y a tomar decisiones sobre la enseñanza. Estos recursos se conocen como Teorías de Enseñanza en un Dominio Específico (TEDE) (Delgado y Cortina, 2021).

Por otra parte, la EMR asume que a pesar de reconocer que los matemáticos comienzan enfrentando problemas cuya solución implica la construcción de conceptos y estrategias, tradicionalmente la escuela ha invertido este orden natural del quehacer matemático, introduciendo primero la teoría y priorizando la técnica de solución por encima de la comprensión. Por esta razón, la EMR propone recuperar en las aulas la actividad matemática como descubrimiento, en la que los objetos de aprendizaje sean reales y significativos para los estudiantes (Freudenthal, 1983); pero lo real no se concibe sólo

como lo tangible, sino como todo aquello que el estudiante logra proyectar en su mente como situación imaginable y con sentido (Zapata-Cardona, 2020). Para ello se han desarrollado cuatro pilares teóricos: *la fenomenología didáctica* (Freudenthal, 1983), *la reinvencción guiada* (Freudenthal, 1991), *la matematización progresiva* (Treffers, 1987) y *los niveles de aprendizaje* (Van Hiele, 1999).

El propósito de la *fenomenología didáctica* es identificar manifestaciones y usos de objetos matemáticos, tal como se dan en la vida cotidiana, para elaborar situaciones de enseñanza que evoquen procedimientos de solución paradigmáticos, fomentando así su matematización. El docente guía a los estudiantes en esa matematización mediante un proceso que simula la invención de los matemáticos; esta *reinvencción guiada* implica guiar a los alumnos para que «vivencien» esta progresión como un logro del quehacer matematizado” (Delgado & Cortina, 2021).

Esta idea es retomada por Gravemeijer (2000) para proponer la *matematización progresiva* como principio estructurante de la enseñanza, desde la cual se asume que enseñar matemáticas implica fomentar la matematización, “la matemática como actividad humana es una actividad de resolución de problemas (...) también una actividad de organización de una disciplina” (Gravemeijer, 2000, p. 3). En este proceso de matematización progresiva hay *niveles de aprendizaje* (situacional, referencial, general y formal) sin una jerarquía estricta, pero que permiten comprender la evolución de las estrategias cognitivas de los estudiantes (Van Hiele, 1999).

Estos pilares dan lugar a la organización de principios (de actividad, de realidad, de reinvencción, de niveles, de interacción y de interconexión) que orientan la práctica de los profesores y permiten analizar las dinámicas de aula para comprender cómo se construye el conocimiento matemático en la interacción entre estudiantes y docente (Bressan et al., 2005; Zolkower et al., 2020). Bajo estos principios no se pretende que los alumnos construyan conceptos, sino que primero constituyan objetos mentales, es decir representaciones y modelizaciones de las experiencias que se constituyen en la mente de una persona, que no son otra cosa que la descripción del campo semántico personal relacionado con los significados específicos de un concepto vinculado a un contexto particular de uso. Los objetos mentales se refieren a la idea más humana de las matemáticas, pues son el conocimiento que una persona tiene acerca de un concepto, pero no de forma enciclopédica, sino de la forma natural en la que el significado se aplica en el uso.

El objeto mental de un alumno sobre un concepto matemático mejora cuando logra resolver una gama amplia de problemas que se relacionan con los distintos fenómenos que organiza el concepto (..) así se dice que su objeto mental está más próximo a la adquisición del concepto. (Valenzuela, 2019, p. 164)

La fenomenología de las fracciones

Uno de los postulados de la EMR vincula la fenomenología con la comprensión del concepto de fracción. El análisis fenomenológico de Freudenthal (1983) subraya que la fracción como “parte de un todo” posee un nivel de concreción que se asume como único enfoque válido, aunque en ese caso la fracción se restringe a la subdivisión del todo, lo que impide reconocer su potencial para expresar relaciones multiplicativas que se pueden formular con la expresión n veces.

Freudenthal (1983) destaca el papel que desempeñan la equivalencia y las fracciones en relación con las magnitudes, pero su análisis no se ha traducido en propuestas didácticas. Esto se debe a que una comprensión madura del concepto de fracción requiere articular diversos esquemas conceptuales: medición, proporcionalidad, razonamiento multiplicativo y fracción, que permiten interpretar las fracciones como expresiones de una *relación recíproca de tamaño relativo* (Thompson & Saldanha, 2003).

A partir de las contribuciones de Freudenthal (1983), Thompson y Saldanha (2003), la propuesta que aquí se plantea concibe la fracción como un número con capacidad de cuantificación, que permite representar relaciones entre cantidades. Esta perspectiva se apoya en el concepto de *relación recíproca de tamaño relativo*, donde si “ A es $\frac{1}{n}$ el tamaño de B , entonces B es n veces mayor que A ” (Thompson & Saldanha, 2003, p. 30). Bajo esta premisa se busca introducir el concepto de fracción unitaria, tomando distancia del modelo que da mayor énfasis a la relación parte-todo.

Marco metodológico

La investigación se enmarca en el Experimento de Diseño de naturaleza cualitativa, desarrollado en el campo de las Ciencias del Aprendizaje bajo la influencia de Cobb et al. (2003) y su propósito es diseñar formas de aprendizaje para estudiarlas en contextos definidos mediante ciclos de prueba, revisión e iteración, con el fin de comprender la ecología del aprendizaje como sistema complejo.

En un Experimento de Diseño se busca crear condiciones para el desarrollo de una *Teoría Hipotética de Aprendizaje* (THA), que contempla las hipótesis sobre el aprendizaje de los estudiantes, y una *Teoría Conjeturada de Instrucción*, que guía la actuación docente. Ambas teorías orientan la planificación, el diseño de medios didácticos y el análisis posterior de los resultados a través de un análisis retrospectivo que permite evaluar si se alcanzaron los objetivos propuestos (Luna & Aguayo, 2021).

El tipo de estudio más común en esta metodología son los experimentos de enseñanza, que consisten en una secuencia de episodios instruccionales donde participan un docente-investigador, un grupo de estudiantes y obser-

vadores-investigadores (Steffe & Thompson, 2000). Esta modalidad permite investigar la interacción entre teoría educativa, artefactos diseñados y práctica docente.

El objetivo central de estos experimentos no es generalizar resultados, sino estudiar la naturaleza del desarrollo de ideas, herramientas o modelos involucrados en los procesos de aprendizaje de estudiantes, docentes o grupos escolares (Molina et al., 2006). Su enfoque es cíclico: la planeación, ejecución y análisis permiten un rediseño constante que alimenta futuras investigaciones bajo nuevas variables.

La integración del Experimento de Diseño con el Experimento de Enseñanza busca desarrollar modelos teóricos empíricamente sustentados relacionados con un dominio de aprendizaje específico. A partir de ello, se genera una *Teoría de Enseñanza de un Dominio Específico* (TEDE), con objetivos que orientan la intervención y los medios instruccionales necesarios para alcanzarlos.

Tabla 1

La TEDE para las fracciones

Práctica	Herramientas
1. Interpretar un número entero como medida que da cuenta de la longitud de una unidad. <i>Entender la medición como la iteración de una unidad.</i>	Tije, tiras de papel, tijeras
2. Reconocer y comparar el tamaño relativo de una subunidad de medida. <i>Comparar fracciones unitarias</i>	Tije, cilindros de papel, tijeras
3. Interpretar fracciones como medidas que resultan de iterar una subunidad de medida y comparar las medidas con el tamaño de la unidad. <i>Determinar cuándo una fracción es mayor, menor o igual a una unidad</i>	Tije, cilindros de papel, tiras de papel, tijeras
4. Interpretar fracciones como medidas menores, mayores o iguales a medidas realizadas iterando la unidad. <i>Determinar cuándo una fracción es mayor, menor o igual a la iteración de la unidad dos o más veces</i>	Tije, cilindros de papel, tiras de papel, tijeras, recta numérica
5. Interpretar fracciones como medidas susceptibles de producir otras medidas al ser iteradas cierto número de veces. <i>Multiplicar una fracción por un número entero</i>	Recta numérica
6. Interpretar fracciones como medidas de longitud menores, iguales o mayores a un medio. <i>Establecer igualdades y desigualdades con un medio</i>	Recta numérica

Nota. Parte de este estudio se reporta en la Revista Educación Matemática, Vol 36 (3), pp. 37–64

En este estudio, la TEDE tiene como propósito favorecer una comprensión compleja de las fracciones entendidas como expresión del tamaño de una

magnitud, que propone una progresión de objetivos de aprendizaje (agenda instruccional), analizada y puesta a prueba en una escuela primaria ubicada en la Ciudad de México, con un grupo de quinto grado conformado por 31 estudiantes (16 niñas y 15 niños), con edades entre 11 y 12 años. La agenda incluyó seis prácticas matemáticas (ver Tabla 1), las cuales contienen un objetivo específico como base para su replicabilidad. Estas se trabajaron a lo largo de 26 sesiones de 90 minutos cada una; cada clase fue videograbada, transcrita y analizada retrospectivamente. En este artículo se presentan los resultados de la segunda práctica.

Diseño de la segunda práctica

En coherencia con el principio de realidad de la EMR, la agenda que dio contenido a la TEDE se contextualizó en una narrativa sobre la historia de un antiguo pueblo ficticio, los Ajacay, quienes necesitaban realizar mediciones para la elaboración de sus productos de alfarería. Para ello, utilizaban una unidad no convencional: la vara de Kía o *Tije*, de aproximadamente 24 cm de longitud.

En la primera práctica, los estudiantes trabajaron la reconstrucción del significado de la medición como práctica social relevante, comprendieron la necesidad de contar con unidades estandarizadas para representar con precisión el tamaño de una longitud y utilizaron la vara de Kía o *Tije* como unidad de medida o referencia estándar.

Conforme avanzó la actividad, midieron su estatura, descubriendo, por ejemplo, que alguien era mayor a cinco *Tijes*, pero menor a seis, lo que evidenció la insuficiencia de la unidad para expresar su estatura con precisión. Este desafío reorientó la práctica para buscar herramientas que permitieran incluir ese “cachito” adicional no expresado en *Tijes* enteros.

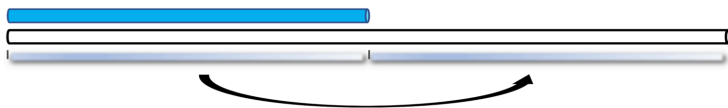
Esta situación condujo al desarrollo de la segunda práctica, cuyo análisis se presenta en este artículo. En esta, el objetivo era que los estudiantes reconocieran el tamaño relativo de una subunidad de medida en relación con la unidad (*Tije*), lo que implica comprender el valor de una *fracción unitaria* sin interpretar las subunidades desde el significado de parte-todo, sino considerándolas como unidades de medida iterables, separadas de la cosa medida (Thompson & Saldanha, 2003).

Por la razón anterior, las subunidades físicas no se elaboraron cortando el *Tije*, lo que hubiera reforzado la noción de fracción como parte-todo, sino que se seleccionaron cilindros de papel (pajillas de plástico) de diferentes longitudes de manera tal que, al tomar un cilindro que requiriera dos iteraciones para igualar la longitud de un *Tije*, se introdujera la fracción unitaria $\frac{1}{2}$, llamada en este contexto oticaïmo o *pequeño de a dos* (Figura 1). En esa misma lógica, el pequeño de a tres requeriría iterarse tres veces para

igualar la longitud del *Tije*, siendo un tercio de este ($\frac{1}{3}$), y así sucesivamente podrían elaborarse un sin fin de pequeños.

Figura 1

Subunidad. En azul el “Oticaimo” o “pequeño de dos”. En blanco el *Tije*



Otro elemento clave en el diseño de esta práctica son las conversaciones colectivas, en ellas los alumnos intercambian ideas y reconocen la *relación recíproca del tamaño* relativo de los pequeños elaborados, proceso que les permite dimensionar su longitud en función del número de iteraciones necesarias para igualar la unidad (*Tije*). Thompson y Saldanha (2003) definen esta relación de la siguiente manera:

La cantidad A es $\frac{1}{n}$ del tamaño de la cantidad B significa que la cantidad B es n veces mayor que la cantidad A . La cantidad A es n veces mayor que la cantidad B significa que la cantidad B es $\frac{1}{n}$ mayor que la cantidad A . Otra forma de decir “relación recíproca de tamaño relativo” es afirmar que las dos cantidades en comparación se miden cada una en unidades de la otra... lo que no implica que A y B tengan algo en común. (p. 31)

Discusión y resultados: La reinención de las fracciones unitarias

Los Experimentos de Diseño, como el que aquí se presenta, se caracterizan por estar sometidos a dos tipos de análisis, un iterativo y otro retrospectivo; en el caso del presente trabajo, para la presentación de los resultados nos basamos en el segundo. En el análisis retrospectivo se revisa la experiencia completa para determinar la viabilidad de las conjeturas, recordando que los recursos teóricos son utilizados tanto para el diseño como para interpretar los datos recuperados (videograbaciones, entrevistas y productos elaborados por los alumnos).

En el contexto de la segunda práctica, el *valor recíproco del tamaño relativo* de la fracción adquiere un nuevo significado al profundizar la comprensión de la fracción unitaria, ya que pueden visualizar la superficie que cubrirá una subunidad en relación con el *Tije*. A continuación, presentamos un fragmento de diálogo, donde M es maestra, Aa alumna, Ao alumno y Aos alumnos; aquí se ejemplifica cómo se reconoce el tamaño relativo de la fracción unitaria respecto de la unidad de referencia.

M: *Muy bien Sofía, ¿cómo sería el pequeño de a tres?*

Aos: *más pequeño*

M: *Vamos a escuchar a Noemí*

Noemí: *Tiene que ser más chiquito para que quepan tres popotitos aquí* (se refiere a la vara)

M: *Tiene que caber...*

Aa: *Tres veces*

M: *Tiene que caber tres veces ¿va a ser más largo o más chico que el pequeño de a dos?*

Aos: *Más chico*

M: *¿por qué, si tres es más grande que dos?*

(todos hablan al mismo tiempo)

M: *Fabiola tiene una respuesta, vamos a escuchar*

Fabiola: *Tiene que ser más pequeño porque si no, no puede caber* (tomando la vara)

M: *¿Si es más grande que el pequeño de a dos no va a caber aquí?*

Ao: *No, tiene que ser más pequeño*

En el fragmento anterior podemos observar que los alumnos van desarrollando nociones que les permiten reconocer la relación entre el tamaño del *Tije* y el pequeño. A través de sus argumentos, denotan que las dos cantidades comparadas (pequeños de dos y de tres) no reflejan el tamaño de su longitud por el número natural utilizado, sino que es al contrario por la iteración; estas ideas desarrolladas en los esquemas fraccionarios de Thompson y Saldanha (2003), y retomadas por Cortina et al. (2014), nos dan una alternativa para la introducción de las fracciones unitarias para que dos magnitudes sean interpretadas en su *relación recíproca de tamaño relativo*.

La agenda avanza cuando, con la intención de abstraer, caracterizar y simbolizar las fracciones unitarias, aunque lo hagan a través de nombres no convencionales, los alumnos comienzan a construir nuevas subunidades, como el pequeño de a cuatro que debe iterarse cuatro veces para igualar a la unidad. La creación de estos “pequeños” (de dos, tres, cuatro, cinco, seis...) conduce a los alumnos a generar nuevos objetos mentales respecto a la fracción unitaria, los cuales les permiten apropiarse de ideas clave para reconocer la fracción como un número que cuantifica.

A partir de esta comprensión se puede expresar que cuanto mayor es el número de iteraciones necesarias para igualar la unidad, la subunidad es más pequeña. Reconocen que el pequeño de seis es menor que el de cuatro porque debe iterarse más veces para alcanzar el tamaño del *Tije*. Así comienzan a atribuir un valor cuantitativo a las fracciones unitarias.

Durante esta segunda práctica se observa que los estudiantes construyen objetos mentales que les permiten interpretar el tamaño de las fracciones unitarias. Steffe (2010) señala que el esquema fraccionario de un alumno evoluciona cuando sus argumentos se basan en la iteración y no en la idea de “parte de un todo”. Este cambio se fortalece cuando los estudiantes expresan sus ideas y comparten los objetos mentales que han construido a través de las conversaciones colectivas, lo que da lugar a una matematización vertical (según el principio de niveles), ya que comienzan a organizar sus

ideas dentro de la realidad en la que están inmersos, esquematizando sus respuestas y generando nuevas ideas matemáticas.

M: *Ahora va un reto difícil. Primero quiero que lo imaginemos, uno que no hemos hecho. Vamos a imaginar el pequeño de a veinte, pero solo vamos a imaginarlo.*

M: *¿Quién dibujó algo muy grande? (los niños niegan con la cabeza). Si no dibujaron algo muy grande la tienen mal, porque veinte es un numerote.*

(Se oye un comentario: “No, no, es chiquito”).

M: *¿Lucas dibujaste algo grande o pequeño?*

Lucas: *Pequeño.*

M: *¿Por qué pequeño? Hazlo con tus dedos.* (Lucas y otros niños hacen una marca con los dedos). *¿Qué escribiste?*

Lucas: *Para que quepa bien en la vara.*

Leticia: *Entre más grande el número, menos grande el popote.*

Sofía: *Sería de este tamaño, porque si fuera más grande sería 19, 18, 17, etc.*

Ana Paula: *Yo creo que sería de este tamaño, porque si lo hago muy grande no me cabría 20 veces, pero de este tamaño sí cabe las 20.*

Luis Humberto: *Entre más grande el número, más chico tiene que ser el popote.*

Fabiola: *Si estuviera más grande no podría ser pequeño de a 20, y así sí, porque está chiquito.*

La consigna del profesor —*imaginemos un pequeño de 20*— busca que los estudiantes reflexionen y articulen un discurso en el que reconozcan la *relación recíproca del tamaño* relativo desde la noción de iteración. Las respuestas muestran que han construido objetos mentales en torno a la fracción unitaria. Ana Paula dice: “si lo hago más grande no me cabría 20 veces”, lo que indica que imaginó una subunidad cuyo tamaño está subordinado a su capacidad de ser iterada exactamente 20 veces.

Gracias a esta actividad de matematización referencial, los estudiantes logran construir objetos mentales que les permiten comparar fracciones unitarias y determinar cuál es mayor en función de su tamaño relativo. Reconocen que estas fracciones (o pequeños) son independientes de la unidad de referencia, y que su tamaño está determinado por la relación recíproca expresada por Thompson y Saldanha (2003): Si A es seis veces B , entonces B es $\frac{1}{6}$ de A . Esta comprensión sienta las bases para que en el futuro puedan concebir la fracción en términos multiplicativos y reconozcan que puede ser iterada para obtener una medida menor, igual o mayor que la unidad de referencia.

En esta práctica, los estudiantes observaron que los pequeños vistos desde una matematización horizontal, y fracciones desde una vertical, no están contenidos en la unidad, sino que funcionan como herramientas de medida independientes y pueden ser iterados sin restricciones (Delgado & Aguayo, 2024).

Para Freudenthal (1991) hay una diferencia fundamental entre la matematización horizontal y vertical, mientras que la primera se refiere al tránsito del “mundo de la vida” al “mundo de los símbolos” cuando los alumnos transforman la situación en diagramas y dibujos, la matematización vertical se mueve siempre dentro de los símbolos matemáticos porque se desprende de las características del contexto y comienza a funcionar como un modelo para la lógica, como un modelo matemático, con lo que aparecen elementos propios de un concepto.

En esta práctica, entonces, resulta fundamental que la unidad de medida se conciba separada del objeto que se mide para que mantenga una relación multiplicativa y no aditiva, del tipo $f(x, y) = f(x \cdot 1, y \cdot 1)$. Steffe (2010), Tzur (1996) y Thompson y Saldanha (2003) coinciden en señalar que la iteración permite reconstruir un esquema fraccionario multiplicativo que posibilita la producción de fracciones propias e impropias, ya que, como afirma Tzur (2012), “el esquema de fracciones iterativas implica una forma rudimentaria de pensamiento multiplicativo sobre fracciones, incluida la generación y operación de fracciones impropias” (p. 393). La importancia de que los estudiantes construyan los pequeños como subunidades independientes se debe a que la iteración no se limita a igualar la unidad de referencia, pues puede superarla en longitud.

Simbolización y comparación de fracciones unitarias a través de los pequeños
Gravemeijer et al. (2003) destacan que es esencial que los estudiantes se familiaricen con nuevas herramientas matemáticas y se introduzcan en el mundo de los símbolos. En esta segunda práctica del experimento, el objetivo no sólo era que reconocieran fracciones unitarias como parte del proceso de matematización, sino que también incorporaran una representación simbólica que les acercara a las ideas del “mundo acayá”.

Por la razón anterior, para favorecer un razonamiento más abstracto que posteriormente se consolidará con las representaciones convencionales, en la siguiente actividad de la agenda se propuso una transición hacia una nueva representación escrita de los pequeños, específicamente una escritura no convencional del denominador (Figura 2) que permite identificarlo como número independiente —no necesariamente relacionado con partes de un todo—, y avanzar hacia una concepción más compleja de él. Esta estrategia busca diferenciar el símbolo como objeto matemático de las propiedades habituales de los números naturales y favorecer la construcción de un nuevo significado del denominador.

La notación empleada por el número en el recuadro permite a los alumnos identificar con mayor facilidad el pequeño que se utiliza, pero no es sólo una simple asociación simbólica, pues implica el reconocimiento del tamaño

relativo de cada uno de los pequeños. A partir de él, los estudiantes comienzan a advertir que dicho tamaño no depende directamente del número en sí, sino de la relación recíproca de tamaño entre el pequeño y la unidad de referencia.

Figura 2

Notación no convencional con la que se representa el pequeño de a dos

2

En este proceso se pretende ir más allá de la idea de que $\frac{1}{n}$ representa simplemente “una parte de un todo dividido en n partes iguales”, en coherencia con Steffe (como se citó en Cortina, 2008). Se busca que los estudiantes comprendan a $\frac{1}{n}$ como cantidad que, al repetirse n veces, reproduce la unidad completa, lo que implica concebir la fracción unitaria como su inverso multiplicativo.

Como se puede apreciar en el siguiente fragmento (Figura 3), el profesor plantea tareas de comparación de fracciones unitarias y pide a los alumnos que justifiquen por qué una es mayor que la otra. Es posible observar que en sus justificaciones, el argumento se hace más convincente cuando pasan de un discurso de cálculo a un discurso conceptual (Cobb, 2003).

Figura 3

Tareas de comparación

Comparación 1:	<table><tr><td>7</td></tr></table>	7	<table><tr><td>5</td></tr></table>	5
7				
5				
Comparación 2:	<table><tr><td>77</td></tr></table>	77	<table><tr><td>76</td></tr></table>	76
77				
76				

Horacio: *Entre más grande sea el número, más pequeño se hace para caber las veces que te diga*

M: *No me queda muy claro. ¿Vamos a escuchar a Jaime?*

Jaime: *El 77 es más pequeño, cabe más veces en el Tije y el 76 es más grande, y entre mayor es el número, menor es el tamaño, el 76 es menor número, mayor tamaño.*

A través de esta práctica, se observa que los alumnos construyeron objetos mentales que dan sentido a la fracción unitaria, lo que fue posible porque ellos mismos generaron los significados mediante un proceso de matematización progresiva. En sus discursos reconocen la *relación recíproca de tamaño relativo* entre la subunidad y el *Tije*, además de que comienzan a identificar propiedades del denominador que les permiten superar los obstáculos conceptuales derivados del pensamiento ligado a los números naturales. Esto nos lleva a reconocer que la implementación de la segunda práctica los acerca cada vez más a la comprensión de la fracción como un objeto cuantificador.

Conclusión

Los resultados del experimento de enseñanza permiten afirmar que la introducción de la fracción unitaria como medida representa una alternativa didáctica sólida frente a los enfoques tradicionales centrados en el modelo parte-todo. Los hallazgos muestran que a través de la iteración de subunidades independientes de la unidad para igualar a la de referencia, los estudiantes logran establecer una *relación recíproca de tamaño relativo* que les permite comprender de forma más profunda el número fraccionario.

Este tipo de prácticas propician la constitución de objetos mentales sobre las fracciones, basados en el razonamiento multiplicativo y en la concepción de la fracción unitaria como objeto cuantificable. Tal construcción abre paso a interpretaciones más complejas para concebir al número fraccionario como una herramienta que permite expresar relaciones entre magnitudes, tal como lo señalan Thompson y Saldanha (2003) y Cortina (2014).

También destaca la importancia de la simbolización y el uso de notaciones no convencionales como recursos que facilitan el tránsito entre la experiencia concreta y el pensamiento abstracto. Este último es posible gracias a la elaboración y uso de subunidades construidas independientes de la unidad de referencia, lo que favorece una comprensión relacional del denominador alejada de sus significados tradicionales.

Finalmente, los hallazgos presentados ofrecen aportes tanto para la práctica docente como para el diseño curricular y la formación de profesores, mismos que permiten promover una enseñanza que considere la fracción como medida sustentada en la iteración y el pensamiento multiplicativo. Esto ha de permitir sentar las bases para el desarrollo de un pensamiento matemático que permita a los alumnos enfrentar, con mayor facilidad, tareas matemáticas más complejas en niveles escolares posteriores.

Referencias

- Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego, M. (2005). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 69–96.
- Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *American Educational Research Association*, 32(1), 9–13. <http://www.jstor.org/stable/3699928>
- Cobb, P., Visnovska, J., & Zhao, Q. (2008). Learning from and adapting the theory of realistic mathematics education. *Education et Didactique*, 55–73.
- Cortina, J., Zuñiga, C., & Jana, V. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7–29.

- Cortina, J. L. (2014). Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño. *Educación Matemática, (especial)* 270–284.
- Delgado, I., & Cortina, J. L. (2021). La educación matemática realista. Naturaleza y posibles aportes en México. En L. M. Aguayo, & J. Calderón (Eds.), *Formación y profesión docente. Entre prescripciones teorías y prácticas Educativas*. (pp. 325–342). Taberna Libreria Editores.
- Delgado, I., & Aguayo, L. (2024). La constitución de objetos mentales sobre la fracción impropia. Un experimento de diseño desde la Educación Matemática Realista. *Educación Matemática, 36*(3), 37–64. <https://doi.org/ptk2>
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Springer.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Springer. <https://doi.org/fvhh2c>
- Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J. (2000). Symbolizing, modeling, and instructional design. En P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design*. Routledge.
- Hannula, M.S. (2003), Locating Fraction on a Number Line. En N. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.17–24). PME.
- Kieren, T. (1981). The rational number construct—Its elements and mechanisms. En T. E. Kieren (Ed.), *Recent research on number learning* (pp. 125–149). Ohio State University.
- Luna, C., & Aguayo, L.M. (2021). El experimento de diseño. Una alternativa metodológica para la investigación y la innovación. En L. M. Aguayo, & J. Calderón (Eds.), *Formación y profesión docente. Entre prescripciones teorías y prácticas educativas*. (pp. 325–342). Taberna Libreria Editores.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2001). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29*(1), 75–78.
- Steffe, L.P. (2010). A New Hypothesis Concerning Children's Fractional Knowledge. En L. P. Steffe, & J. Olive (Eds.), *Children's Fractional Knowledge* (pp. 1–12). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0591-8_1
- Steffe, L. & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267–306). Routledge.
- Thompson, P., & Saldanha L. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. En J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *Research Companion to the Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 95–113). National Council of Teachers of Mathematics.

- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/bp5wnp>
- Tzur, R. (2012). An Integrated Study of Children's Construction of Improper Fractions and the Teacher's Role in Promoting That Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4) 390–416. <https://doi.org/ctw29d>
- van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 6, 310–316
- Zapata-Cardona, L. (2020). El rol de las tareas realistas en la interpretación del residuo de la división aritmética. *Uni-pluriversidad*, 20(2), 1–17. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.2.04>
- Zolkower, B., Bressan, A., Pérez, S., & Gallego, M. F. (2020). From the Bottom Up - Reinventing Realistic Mathematics Education in Southern Argentina. En Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*. Springer. <https://doi.org/ptk4>
- Zuñiga, C. & Cortina, J. (2011, 7 al 11 de noviembre). *Conocimientos previos para desarrollar nociones de fracción como cantidad de tamaño relativo* [Resumen de la presentación de ponencia]. XI Congreso Nacional de Investigación Educativa, Monterrey, Nuevo León, México.

 Autor de correspondencia

Ivette Anel Delgado Valdez | 1975403012@alumnos.upn.mx



Una actividad educativa de belleza matemática y geometría

An Educational Activity on Mathematical Beauty and Geometry

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez  | flor.rodriguez@uagro.mx
Universidad Autónoma de Guerrero

María del Socorro García González  | msgarcia@uagro.mx
Universidad Autónoma de Guerrero

Catalina Navarro Sandoval  | catalinans@uagro.mx
Universidad Autónoma de Guerrero

Recepción: 5 de junio de 2025 | Aceptación: 27 de junio de 2025

Resumen

El desinterés por las matemáticas suele originarse en experiencias escolares negativas, especialmente cuando se enseñan de forma descontextualizada. Este artículo presenta una actividad educativa orientada a resignificar la relación con las matemáticas desde su dimensión estética. Inspirada en la noción de belleza matemática, la actividad invitó a una estudiante de bachillerato a recorrer su ciudad natal y capturar, mediante fotografías, los patrones, estructuras y simetría en elementos arquitectónicos. A través del análisis visual, la participante identificó conceptos geométricos presentes en su entorno cotidiano, lo que le permitió vincular su conocimiento matemático con la vida real y favoreció una percepción más cercana y positiva hacia las matemáticas. Este hecho muestra el potencial didáctico de trabajar la geometría desde la contemplación y la apreciación estética.

Palabras clave

Belleza matemática, geometría, fotografía, actividad educativa.

Abstract

Lack of interest in mathematics often stems from negative school experiences, especially when it is taught in a decontextualized manner. This article presents an educational activity aimed at reframing the relationship with mathematics from an aesthetic perspective. Inspired by the notion of mathematical beauty, the activity invited a high school student to explore her hometown and capture, through photographs, patterns, structures, and symmetry in architectural elements. Through visual analysis, the participant identified geometric concepts present in her everyday environment, which allowed her to link her mathematical knowledge to real life and fostered a closer and more positive perception of mathematics. This demonstrates the educational potential of working with geometry through contemplation and aesthetic appreciation.

Keywords

Mathematical beauty, geometry, photography, educational activity.

Introducción

El rechazo por las matemáticas es común debido a su complejidad para aprenderla y enseñarla. Estas ideas empiezan en la escuela, donde los estudiantes mencionan arraigadamente que las matemáticas son difíciles, lo que construye barreras hacia el gusto por estudiarlas. Este pensamiento se ve fortalecido incluso desde los mismos padres o familiares, quienes expresan las mismas ideas de que las matemáticas son complicadas (Hidalgo et al., 2005; Clarkson, 2024).

El aumento del rechazo hacia las matemáticas se ve sustentado por la idea negativa que tiene la mayoría de estudiantes sobre ellas, y que puede originarse desde su falta de habilidades e intereses, donde algunos no tienen claro cómo relacionar esta materia con la vida laboral y cotidiana (López, 2014). De acuerdo con Dede et al. (2024), si a los estudiantes se les brindara la oportunidad de involucrarse con las matemáticas a través del lente de los valores, como la belleza, estarían en mejor posición para comprender ideas interconectadas con el mundo real, y apreciarían las formas en que las matemáticas pueden enriquecer nuestra vida de múltiples maneras.

Sin embargo, es común que el estudiantado no logre establecer vínculos entre los contenidos escolares y su vida cotidiana, ni encuentre sentido a lo que aprende. Esta cuestión puede ejemplificarse en la enseñanza de la geometría, que, a pesar de estar presente en múltiples ámbitos de la vida como la arquitectura, los espacios públicos, el arte o la naturaleza, suele limitarse a definiciones y procedimientos abstractos, desconectados de contextos reales (Tsao, 2017; Fernández-Nieto, 2018).

Ante esta enseñanza descontextualizada, se diseñó y llevó a cabo una actividad educativa centrada en el concepto de belleza matemática, con el

propósito de despertar el interés y favorecer la comprensión de conceptos geométricos a través del reconocimiento de la dimensión estética de las matemáticas. La propuesta se enfocó en contenidos de geometría, bajo la premisa de que explorar la belleza en contextos geométricos puede abrir caminos distintos para el aprendizaje, generar asombro y enriquecer la comprensión de las matemáticas como parte de la cultura y de la vida cotidiana. Esta intención se justifica en el marco del Bachillerato General y es congruente con los principios de la Nueva Escuela Mexicana (SEP, 2024), que reconoce al estudiantado como agente activo de su aprendizaje y promueve el desarrollo del pensamiento crítico, la creatividad y la vinculación del saber con la realidad.

Marco conceptual: belleza matemática

La actividad didáctica se sustenta en la perspectiva de *belleza matemática* planteada por Ernest (2015), desde la que entenderemos a la belleza matemática como una cualidad que puede manifestarse en objetos, ideas, estructuras o procesos matemáticos a través de elementos como la simplicidad, el ingenio y el rigor, pero también mediante lo visual.

Tabla 1
Dimensiones de la belleza matemática

Dimensión	Característica
1. Economía, simplicidad, brevedad, concisión, elegancia	Compresión de fórmulas, teoremas o argumentos en expresiones breves y precisas; se valora la eficiencia y claridad en la representación matemática.
2. Generalidad, abstracción, poder	Alcance amplio de una idea, demostración o teoría que permite aplicarse a múltiples contextos; se aprecia por su profundidad conceptual y capacidad explicativa.
3. Sorpresa, ingenio, agudeza	Revelación inesperada de conexiones, métodos o soluciones creativas; se valora el pensamiento original y las ideas que sorprenden al resolver problemas.
4. Patrón, estructura, simetría, regularidad, diseño visual	Identificación de patrones abstractos y estructuras organizadas; es la dimensión más cercana a la estética visual y artística.
5. Lógica, rigor, razonamiento preciso, deducción, pensamiento puro	Desarrollo cuidadoso de argumentos mediante razonamiento lógico riguroso; se valora la coherencia interna y la belleza formal de las demostraciones.
6. Interconexión, vínculos, unificación	Relación entre conceptos y teorías que integran diferentes áreas de las matemáticas; aporta profundidad y cohesión al conocimiento matemático.
7. Aplicabilidad, poder de modelado, generalidad empírica	Capacidad de representar y explicar fenómenos del mundo real mediante modelos matemáticos; se aprecia su eficacia y utilidad para predecir y comprender lo empírico.

Nota. Fuente: Ernest (2015).

Este autor propone 7 dimensiones desde las que puede ser analizada la belleza matemática (Tabla 1), en nuestro caso, recurrimos a la cuarta dimensión debido al énfasis en lo geométrico.

Desde la dimensión 4, la belleza matemática se caracterizó por tres atributos: 1) el patrón, entendido como la repetición de figuras geométricas dispuestas con regularidad en una obra arquitectónica; 2) la estructura, que hace referencia a las propiedades que caracterizan a las figuras geométricas, como sus lados, ángulos, vértices y relaciones espaciales; y 3) la simetría, que alude a la correspondencia exacta entre las partes de una figura respecto a un eje.

La actividad educativa: un paseo por la ciudad

De acuerdo con la UNESCO (2012), una *actividad educativa* es una acción deliberada que implica alguna forma de comunicación con la intención de provocar el aprendizaje. En nuestro caso, la actividad “Un paseo por la ciudad” fue diseñada con el objetivo de que estudiantes de bachillerato percibieran la belleza matemática en el entorno cotidiano a partir del reconocimiento de patrones geométricos, estructuras y simetría en elementos arquitectónicos de una ciudad.

Al lograr este objetivo, el docente puede valorar tanto los conocimientos que se han construido en niveles escolares previos como aquellos desarrollados en el propio bachillerato, al reconocerlos ahora en la estructura arquitectónica. Se esperaba que los alumnos fueran capaces de identificar, por medio de imágenes capturadas en una fotografía, figuras geométricas y patrones presentes en ellas; también se consideraba importante que pudieran reconocer propiedades como ángulos y vértices, que distinguen a determinadas figuras (estructura), así como la simetría. Todo ello permitiría evidenciar la belleza matemática presente en una actividad cotidiana, como lo es pasear por la ciudad. Esta experiencia puede impactar positivamente la relación con las matemáticas, favoreciendo una percepción más cercana y disminuyendo el rechazo hacia ella.

Procedimiento

La actividad se llevó a cabo en un ambiente externo a las clases formales de matemáticas. No fue implementada por una docente en el aula, sino por tres investigadoras (las autoras de este escrito) con la intención de diseñar y validar una actividad educativa que provocara el aprendizaje. Como ya se mencionó, el objetivo principal fue capturar la belleza matemática mediante el reconocimiento de patrones, estructuras y simetría. Para llevar a cabo esta actividad, se seleccionó a una estudiante que cursaba el tercer semestre de bachillerato.

La participación de la estudiante fue voluntaria y se desarrolló en el marco de una estancia de verano con la primera autora del artículo, en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, en la ciudad de Chilpancingo de los Bravo. Como antecedente podemos mencionar que Ana (seudónimo) mostraba disposición para aprender matemáticas, aunque cuestionaba la didáctica de sus clases al señalar que no siempre comprendía para qué servían. Desde este contexto, se consideró que la actividad era idónea para mostrarle una de las cualidades de las matemáticas: la belleza.

A Ana no se le habló explícitamente sobre el concepto de belleza matemática sino hasta después del desarrollo la actividad, con el fin de no interferir en su experiencia inicial. Como herramienta de recolección de datos, se le pidió que realizara un recorrido libre por la ciudad de Arcelia, su lugar de origen, y tomara fotografías de aquellos espacios que le resultaran visualmente atractivos por contener patrones geométricos. La consigna fue deliberadamente amplia para no condicionar sus decisiones ni su percepción de la belleza matemática. Posteriormente, se le solicitó analizar las fotografías identificando patrones, estructuras y simetría. Para ello se le ofreció una explicación previa de estos conceptos, como se detalla en el marco conceptual.

El uso de la fotografía respondió a la idea de que lo visual constituye en sí mismo un medio de indagación y reflexión (Bonetto, 2016; Gonza, 2015). La imagen permite observar, analizar y teorizar aspectos de la realidad social y matemática que, en ocasiones, escapan a otros modos de registro. Además, al integrar la fotografía, se buscó favorecer el compromiso de la estudiante, promoviendo decisiones personales sobre qué capturar, cómo hacerlo y por qué.

Una vez recolectadas las imágenes, Ana las analizó en conjunto con las autoras, exponiendo los patrones geométricos, estructuras y simetrías que identificó. Para ello, elaboró una presentación con diapositivas. Dicho análisis se incluye en la sección de resultados.

Aunque Ana conocía bien la ciudad, hasta antes de esta experiencia no había realizado un recorrido deliberado por sus calles. Al vivir ahí, la rutina parecía haberle impedido contemplarla. Esta condición fue especialmente significativa para la actividad, ya que una de las características de la belleza matemática es la capacidad de contemplar (Ernest, 2021). Al hacerlo, Ana debía prestar atención consciente a lo que miraba.

Resultados

La presentación de los resultados se organiza en dos apartados con propósitos diferenciados, pero complementarios. En el primero se expone el análisis de la actividad educativa desde la perspectiva del aprendizaje de Ana. Se destaca

su capacidad para identificar atributos geométricos en elementos arquitectónicos y de la vida cotidiana, así como los desafíos encontrados durante su proceso de análisis. En el segundo apartado se aprovechan sus producciones como recursos pedagógicos. Se seleccionan y describen algunas de sus fotografías con la intención de que puedan utilizarse como material de apoyo en distintos niveles educativos, contribuyendo a acercar a otras personas al reconocimiento de la belleza matemática en el entorno.

Los hallazgos de Ana

Ana tomó con su celular un total de 147 fotografías de elementos arquitectónicos y de la cotidianidad en Arcelia. De acuerdo con los criterios de calidad visual y los objetivos de la actividad educativa, solamente se consideran 12 de ellas en este escrito.

La presentación del análisis de las fotografías fue propuesta por Ana. Sobre cada fotografía trazó delineados con diferentes colores para resaltar los elementos clave que, desde su perspectiva, evidencian patrones geométricos, estructuras y simetría (Figura 1). Esta iniciativa se valora como una expresión de su intención por visibilizar, desde su mirada, sus hallazgos, al mismo tiempo que pone en evidencia su comprensión de los conceptos involucrados.

Figura 1

Entrada a Arcelia (Archivo)



Además del delineado de las fotografías, la estudiante realizó una presentación oral ante las autoras, como se muestra en el siguiente fragmento.

Ana: *En la figura se destaca un eje de simetría central en la construcción ubicado en la tercera columna, tres líneas rectas imaginarias formadas por los camellones de la calle, y dos rectángulos imaginarios delineados en el primer y cuarto arco. También*

se identifican cinco líneas rectas verticales correspondientes a cada una de las columnas de la construcción, dos cuadrados superpuestos en el segundo y tercer arco, así como 16 ángulos rectos localizados en los vértices de los rectángulos y cuadrados imaginarios.

Este ejemplo es representativo de los hallazgos de Ana, pues fue capaz de identificar atributos de la belleza en las fotografías que tomó, lo que da cuenta de su comprensión de conceptos geométricos. El delineado que realizó evidencia su capacidad para reconocer figuras geométricas y sus propiedades, alcanzando así el objetivo central de la actividad educativa. Sin embargo, observamos que se centraba exclusivamente en lo geométrico, dejando de lado la estructura arquitectónica que narraba.

A manera de resumen, la Tabla 2 presenta las categorías identificadas en las fotografías de Ana, correspondientes a los tres atributos considerados de belleza: patrón, estructura y simetría.

Tabla 1

Belleza matemática en Arcelia

Atributos	Categorías
Patrones	Cuadrado, rectángulo, círculo, pirámide, prisma, rombo, línea recta, cubo, hexágono, trapezoide.
Estructuras	Ángulo (recto, agudo), paralela, perpendicular, centro, cuerda, arco, radio, circunferencia, diámetro, recta secante y tangente.
Simetría	Ejes de simetría.

Los hallazgos de Ana con fines didácticos

Después de la presentación de sus hallazgos, se sugirió a Ana que integrara en su descripción a la obra arquitectónica y a los elementos geométricos identificados. En algunos casos fue necesario realizar consultas en internet sobre ciertos monumentos históricos de Arcelia para conocer sus nombres y antecedentes, ya que Ana, a pesar de ser originaria del lugar, no los conocía. Consideramos esta acción productiva, pues le permitió acercarse a la comprensión del uso de conceptos geométricos en el contexto de construcciones reales. No obstante, por cuestiones de tiempo no fue posible profundizar más allá de los aspectos que se narran más adelante.

Se le comunicó también que lo que había realizado correspondía a atributos de la belleza matemática. La respuesta de Ana fue sorpresiva, señalando que no sabía que las matemáticas podían tener belleza; ella solo sabía, y había experimentado, que las matemáticas tenían problemas. Este comentario nos llamó la atención y confirmó lo que ya sabíamos acerca de

la enseñanza de las matemáticas desconectadas de contextos reales (Tsao, 2017).

Para acercar a Ana a esta dimensión estética de las matemáticas, nos dimos a la tarea de reconstruir su análisis, incorporando una breve descripción de los lugares retratados, con el fin de contextualizar las imágenes y ayudar al lector a comprender la mirada de Ana. Esta decisión responde a fines didácticos, pues las imágenes pueden utilizarse para introducir conceptos o propiedades geométricas no solo en bachillerato, sino también en primaria, secundaria, o incluso en contextos de educación para personas adultas. De este modo, se busca fomentar una relación más cercana y positiva con las matemáticas.

A continuación se presentan las obras analizadas, organizadas en cinco grupos: iglesias, señalizaciones viales, letras monumentales, mobiliario urbano y esculturas conmemorativas. Cada grupo reúne ejemplos que, desde la mirada de Ana, evidencian atributos asociados a la belleza matemática, patrones, estructuras y simetría. Para cada obra se incluyen dos fotografías, la original y una intervenida con delineados de colores realizados por Ana, así como una breve descripción contextual que permite valorar tanto el objeto arquitectónico como los conceptos geométricos identificados. El propósito es mostrar cómo estos elementos del entorno cotidiano pueden convertirse en recursos didácticos para promover la apreciación estética y la comprensión matemática en distintos niveles educativos.

La belleza matemática en las iglesias de Arcelia

La primera obra arquitectónica es la Iglesia Inmaculada Concepción de María, que data de 1987. En ella se evidencia la belleza matemática en su exterior e interior, como se aprecia en las Figuras 2 a 6. En el exterior, las figuras geométricas se perciben en la puerta de la entrada y en las ventanas.

Figura 2

Ventana de la iglesia Inmaculada Concepción de María (Archivo)



La estructura de la ventana (Figura 2) se forma de un rombo y un romboide, así como de un par de líneas paralelas, dos rectángulos de diferentes tamaños y, junto a ellos, ángulos diferentes, rectos y agudos entre los más notables. En la entrada (Figura 3) se aprecian dos arcos, uno grande y uno pequeño; debajo del arco grande se forman dos particiones con dos ángulos rectos, un cuadrado, y debajo del arco pequeño hay dos rectángulos.

Figura 3

Entrada a la iglesia Inmaculada Concepción de María (Archivo)



De su interior, las fotografías resaltan dos estructuras, las capillas laterales y pinturas en la pared. El acceso a la capilla es un arco grande, y en su interior hay dos pequeños que resultan ser ventanales. Además, se pueden sobreponer 4 líneas rectas, dos en las columnas verdes y dos en la parte de abajo en el piso, así como 3 rectángulos, uno grande que es la pared, y dos más pequeños, que son bases para cargar las figuras religiosas expuestas en la capilla (Figura 4). En una de las paredes cercanas al altar mayor aparece una pintura de pasajes bíblicos dentro de un círculo; sobre ella puede notarse un arco, debajo del que se forman dos ángulos rectos en las esquinas (Figura 5).

Figura 4

Interior de la capilla lateral (Archivo)



Figura 5

Pinturas religiosas (Archivo)



En la Figura 6 se observan 5 arcos, dos grandes, uno en el techo de la iglesia, y otro en la cúpula; tres pequeños en las ventanas de la iglesia; 5 rectángulos, 4 se encuentran en la fachada de la iglesia, y uno más atrás de la iglesia en una construcción aparte; y dos triángulos en la parte superior del techado de la iglesia.

Figura 6

Inmaculada Concepción de María, toma aérea (Archivo)



La belleza matemática en los señalamientos de Arcelia

Otra de las obras son los señalamientos en las carreteras. En la Figura 7 se pueden ver cómo éstos se componen de dos rectángulos de distintos tamaños, un cuadrado pequeño, un rombo y tres líneas rectas, dos de ellas dentro del rombo, las cuales forman unas rectas perpendiculares en el señalamiento.

La belleza matemática en el nombre de Arcelia

La siguiente obra arquitectónica corresponde a las letras monumentales del nombre de Arcelia, que al igual que las de otras partes del mundo, se forma de letras tridimensionales. Los atributos geométricos fueron identificados en las mismas letras y en la base en la que están colocadas. En las letras “E”

y “L” se observan ángulos rectos imaginarios, una línea recta en la letra “I”, un ángulo llano en el escudo de Arcelia y un rectángulo en la base de las letras (Figura 8).

Figura 7

Señalamiento en la carretera (Archivo)



Figura 8

Letras de la ciudad de Arcelia (Archivo)



La belleza matemática en el mobiliario de Arcelia

En el centro de Arcelia, la mesa del Zócalo tiene rasgos geométricos, pues se forma de un círculo y en el que se pueden identificar claramente sus partes: centro, cuerda, arco, radio, circunferencia, diámetro, recta secante y tangente (Figura 9).

Figura 9

Mesa del zocalo de Arcelia (Archivo)



La belleza matemática en esculturas de Arcelia

Otra de las obras arquitectónicas capturadas en las fotografías fue la Capilla en el cerro de Cristo Rey (Figura 10). En su fachada se distinguen 4 rectángulos que sostienen una pirámide triangular; hay tres triángulos, uno grande equilátero y dos pequeños aparentemente isósceles. Si prestamos más atención en el triángulo, podemos identificar que en realidad es una pirámide cuadrangular y que los pilares son prismas rectangulares.

Figura 10

Capilla en el cerro del Cristo Rey (Archivo)



El quiosco de la ciudad de Arcelia es otra de las obras arquitectónicas con belleza matemática. En su estructura se perciben 8 arcos en la parte inferior y 26 rectángulos de diferentes tamaños, desde la parte de abajo hasta donde se encuentra el reloj. También hay cuatro círculos, uno en cada cara de los relojes; se pueden trazar líneas rectas imaginarias sobre las columnas que sostienen las estructuras superiores. Si se observa el quiosco en tres dimensiones podemos descubrir que en la parte superior se forma un cubo, además de hexágonos.

Figura 11

Capilla en el cerro del Cristo Rey (Archivo)

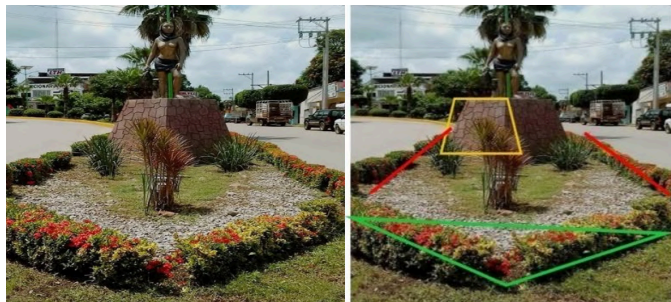


La toponimia de Arcelia proviene de la combinación del apellido Arce y el nombre propio Celia; de ahí que sea un nombre femenino. Sus habitantes

la llaman cariñosamente la bella morena, novia del sol. Existe una estatua que representa este atributo, cuya base se forma de dos trapezoides, y en el área que la rodea se pueden trazar dos líneas rectas imaginarias y un triángulo.

Figura 12

Estatua de la Bella Morena Novia del Sol (Archivo)



El trapezoide parece ser la figura geométrica preferida para colocar estatuas en Arcelia, ya que también está presente en la base de la escultura de Cuauhtémoc, último gobernante de Tenochtitlan, capturado por los españoles en 1521. Esta obra se levanta como una forma de honrar su memoria y reconocer su papel en la historia de México. En la Figura 13 puede distinguirse, además del trapezoide como base de la estatua, un rectángulo en la parte inferior, una línea recta imaginaria que se ubica en la espada que sostiene la estatua y un triángulo imaginario que se forma en el espacio que queda en la forma que está sosteniendo la lanza.

Figura 13

Estatua de Cuauhtémoc (Archivo)



Discusión y conclusiones

La actividad educativa propuesta tuvo como propósito analizar la belleza matemática a través del reconocimiento de patrones geométricos, estructuras

y simetría presentes en la arquitectura urbana, particularmente en la ciudad de Arcelia, Guerrero. Como resultado, se logró que Ana, una estudiante de bachillerato, valorara sus conocimientos geométricos y los aplicara en un contexto real.

Las obras analizadas, como iglesias, capillas, letras monumentales, señalizaciones viales, mobiliario urbano y esculturas conmemorativas, mostraron una riqueza geométrica significativa. Ana identificó en ellas rectángulos, triángulos, rombos, arcos, círculos y trapezoides, así como propiedades geométricas como paralelismo, perpendicularidad, centros, radios y tipos de ángulos. En algunos casos, también reconoció ejes de simetría. Estos hallazgos permiten resignificar la arquitectura local desde la belleza matemática.

La experiencia confirma que la observación del espacio urbano puede ser una vía pertinente para acercar al estudiantado a las matemáticas desde una perspectiva estética. Asimismo, ofrece una oportunidad para fortalecer el vínculo entre la enseñanza de las matemáticas y el contexto inmediato, promoviendo aprendizajes significativos. Estudios previos desde la Etnomatemática han documentado experiencias similares en contextos urbanos de culturas como la incaica (ver, por ejemplo, Huapaya & Salas, 2008), mientras que otras investigaciones han señalado la dificultad que representa promover la visualización de objetos matemáticos en el alumnado (Marmolejo & Vega, 2012).

Una limitación de esta actividad radica en que se centró únicamente en la identificación de elementos geométricos, sin profundizar en su funcionalidad dentro del diseño arquitectónico. Queda pendiente explorar cómo dichas formas y patrones contribuyen a optimizar el uso del espacio, reducir costos o mejorar la estabilidad estructural. Por ejemplo, el uso del trapecio como base en estatuas o la presencia de arcos en diversas construcciones podrían analizarse desde su perspectiva funcional en futuras experiencias.

La reinterpretación de los hallazgos de Ana podría convertirse, con las adaptaciones pertinentes, en un recurso didáctico útil para introducir o reforzar conceptos geométricos. La experiencia del paseo por la ciudad también puede replicarse con otros estudiantes, promoviendo la contemplación de la belleza matemática en contextos geométricos. Para otros campos, como la aritmética o el álgebra, podrían utilizarse otras dimensiones de la belleza propuestas por Ernest (2015), tales como la economía, simplicidad, brevedad, concisión y elegancia de ciertas fórmulas, teoremas o argumentos.

Referencias

- Bonetto, J. (2016). El uso de la fotografía en la investigación social. *Revista Latinoamericana de Metodología de la investigación social. Relmis*, 11, 71–83.
<https://relmis.com.ar/ojs/index.php/relmis/article/view/81>

- Clarkson, P. (2024). Mystery: One of Six Mathematics Values. En Y. Dede, G. Marschall, & P. Clarkson (Eds.), *Values and Valuing in Mathematics Education* (pp. 13–36). Springer. <https://doi.org/ptst>
- Dede, Y., Marschall, G., & Clarkson, P. (2024). An Overview of Values in Mathematics Education. En Y. Dede, G. Marschall, & P. Clarkson (Eds.), *Values and Valuing in Mathematics Education* (pp. 3–12). Springer. <https://doi.org/ptsv>
- Ernest, P. (2015). Mathematics and Beauty. *Mathematics Teaching*, 248 (sep. 2015), 23–27. <https://bit.ly/4lcd0jE>
- Ernest, P. (2024, octubre). Is Beauty the First Value: The Case of Mathematics. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.36501.74721>
- Fernández-Nieto, E. L. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi: Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 6(2), 33–61. <https://doi.org/10.15649/2346030X.475>
- Gonza, G. (2015). El uso de la fotografía y recursos visuales en investigaciones sobre estudios migratorios. *XI Jornadas de Sociología. Facultad de Ciencias Sociales*. Universidad de Buenos Aires. <https://bit.ly/4nswuSn>
- Hidalgo, S., Maroto, A., & Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Educación Matemática*, 17(2), 89–116.
- Huapaya, E., & Salas, C. (2008). Uso de las ideas matemáticas y científicas de los incas en la enseñanza-aprendizaje de la geometría. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 4–11
- López, A (2014). ¿Por qué el rechazo a las matemáticas? *Primer congreso salesiano de ciencia, tecnología e innovación para la sociedad* (pp. 45–52). Universidad Politécnica Salesiana <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/10968>
- Marmolejo, G. A., y Vega, M. B. (2012). La visualización en las figuras geométricas: Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7–32. <https://doi.org/10.24844/EM2402.01>
- Secretaría de Educación Pública. (2024). *Documento base para el bachillerato general*. SEP.
- Tsao, Y. L. (2017). Pre-service elementary school teachers' attitude towards geometry. *US-China Education Review*, 7(1), 15–22
- United Nations Educational Scientific and Cultural Organization. (2012). *International Standard Classification of Education: ISCED 2011*. UNESCO.

Autor de correspondencia

María del Socorro García González | mmsgarcia@uagro.mx



La gamificación como estrategia didáctica en clases de matemáticas en secundaria

Gamification as a Teaching Strategy in Secondary School Mathematics Classes

Aura Abigail Albarrán-Martínez  | albarranaura02@gmail.com
Escuela Secundaria No. 0028 "Niños Héroes", Estado de México

Cristian Rico Bernal  | rico120201@gmail.com
Escuela Secundaria Oficial No. 439 "Aquiles Serdán", Estado de México

Marisol Manzano Palma  | marmol786@gmail.com
Escuela Primaria "Estado de México"

Recepción: 6 de junio de 2025 | Aceptación: 29 de junio de 2025

Resumen

Este artículo documenta el diseño, implementación y evaluación de una estrategia didáctica basada en gamificación para la enseñanza de ecuaciones lineales en un grupo de secundaria. Partiendo del desinterés generalizado hacia las matemáticas y la influencia de entornos digitales como los videojuegos, se propone un enfoque que reorganiza la participación estudiantil a través de desafíos, recompensas y progresión estructurada. La intervención se desarrolló durante 28 semanas y combinó recursos físicos y digitales, entre ellos el aula temática "Matespacio", el avatar "Gaussin", las "Matecoins" y el juego "La rana roja", todos diseñados para motivar la atención sostenida, el pensamiento algebraico y la toma de decisiones. El artículo analiza también las condiciones institucionales requeridas, las barreras detectadas (normativas, socioculturales, tecnológicas) y las adecuaciones necesarias para replicar la experiencia en otros contextos. Se concluye que la gamificación, concebida como una estructura pedagógica, puede transformar la relación de los estudiantes con el aprendizaje matemático y propiciar formas más activas de participación.

Palabras clave

Gamificación, secundaria, estrategia didáctica.

Abstract

This article documents the design, implementation, and evaluation of a gamification-based teaching strategy for teaching linear equations in a secondary school setting. Starting from the widespread disinterest in mathematics and the influence of digital environments such as video games, the proposed approach reorganizes student participation through challenges, rewards, and structured progression. The intervention was carried out over 28 weeks and combined both physical and digital resources, including the themed classroom “Matespacio,” the avatar “Gaussin,” “Matecoins,” and the game “La rana roja” (“The Red Frog”), all designed to foster sustained attention, algebraic thinking, and decision-making. The article also analyzes the required institutional conditions, the detected barriers (normative, sociocultural, technological), and the necessary adjustments to replicate the experience in other contexts. It concludes that gamification, conceived as a pedagogical structure, can transform students’ relationship with mathematical learning and promote more active forms of participation.

Keywords

Gamification, secondary school, teaching strategy.

Antecedentes

Las clases de matemáticas suelen ser percibidas como complejas y tediosas, lo que genera una predisposición negativa en los estudiantes incluso antes de enfrentarse al contenido. Esta actitud condiciona su rendimiento académico, limita el interés que podrían desarrollar y, en muchos casos, se manifiesta en actitudes de rechazo o distracción recurrente. Tales disposiciones crean un entorno poco propicio para el aprendizaje, en el que las experiencias escolares se viven más como una obligación que como una oportunidad para aprender.

El rechazo hacia las matemáticas suele reforzarse cuando los estudiantes encuentran en otros entornos, como los videojuegos, experiencias inmediatas y gratificantes que contrastan con las exigencias de la actividad escolar. Esta tendencia se ha intensificado con el uso constante de juegos móviles, cuya amplia disponibilidad y diseño centrado en respuestas rápidas promueven interacciones instantáneas que debilitan la atención sostenida y reducen la tolerancia frente a tareas que exigen esfuerzo prolongado. En este contexto, Sánchez et al. (2021) señala que “los videojuegos cada día cobran mayor relevancia en los adolescentes, se puede observar un aumento en el uso de los mismos, a tal grado que en algunos de ellos se ha convertido en una dependencia”.

Aunque en contextos escolares los videojuegos suelen asociarse con distracción, su uso activa procesos de atención, toma de decisiones y razonamiento estratégico. Lo que hace que la atención se mantenga durante el

juego son los “escenarios atractivos, retroalimentación inmediata de las acciones, organización en grados de dificultad, progreso al jugar con frecuencia, la competitividad, la sensación de autodeterminación y, por último, la relación entre habilidad y dificultad” (Sánchez et al., 2021). Aunque no se trata de reproducir el entorno lúdico tal como es, sí puede explorarse cómo ciertas dinámicas presentes en los videojuegos pueden contribuir a repensar las condiciones de trabajo en el aula de matemáticas.

Las características que sostienen la atención en los videojuegos, más allá del entorno gráfico o la temática, muestran un tipo particular de organización de la experiencia, donde hay metas visibles, retroalimentación constante, sensación de avance y margen para decidir cómo actuar. Esta estructura no es exclusiva del entretenimiento, pues su lógica ha sido retomada en propuestas pedagógicas que buscan responder a escenarios educativos donde el desinterés ha vuelto inestable la participación. En este marco, la gamificación emerge no como una estrategia centrada en el juego por sí mismo, sino como una forma de reconfigurar las reglas de interacción escolar, aprovechando ciertas dinámicas que ya forman parte de los hábitos de los estudiantes. El propósito no radica en hacer de la clase un videojuego, sino en traducir algunos de sus mecanismos en dispositivos didácticos que puedan activar una relación distinta con el aprendizaje.

Sánchez et al. (2020) señalan que una de las transformaciones observadas en las generaciones actuales es la disminución de la capacidad para sostener la atención, fenómeno documentado por Frommann (2015) y vinculado con los entornos digitales en los que cotidianamente interactúan. Ante este panorama, los autores proponen que la gamificación puede ofrecer una vía para reorganizar el aprendizaje en secuencias breves, enfocadas y acumulativas. Esta lógica modular resulta familiar para quienes han crecido inmersos en dinámicas donde el progreso depende de dominar acciones breves y reactivas. En muchos videojuegos, por ejemplo, el jugador aprende las secuencias de movimiento o comandos a través de la repetición situada, sin necesidad de instrucción explícita, lo que le permite atender simultáneamente múltiples objetivos sin fijar la atención en un solo foco por largos periodos. Esta forma de avanzar por etapas breves, con desafíos progresivos y retroalimentación inmediata, resulta significativa para los estudiantes y sugiere una estructura que es potencialmente transferible al diseño de tareas escolares.

Díez (2017) señala que la adopción de técnicas de gamificación por parte de los docentes responde al intento de modificar la relación de los estudiantes con las tareas escolares, introduciendo dinámicas que favorezcan una participación más constante. El objetivo no se limita a captar la atención inicial, sino a sostener el interés a lo largo del proceso, mediante actividades que otorguen sentido a cada acción y mantengan visible el progreso dentro de la

actividad. Aunque el autor describe estas experiencias como más “cautivadoras” y “efectivas”, el foco no está necesariamente en su dimensión lúdica, sino en la reorganización de las condiciones pedagógicas que hacen posible una mayor continuidad en el trabajo intelectual del estudiante.

Es importante señalar que incorporar estrategias de gamificación en el aula no implica desplazar la responsabilidad pedagógica hacia el estudiante, sino asumir un trabajo docente más creativo en términos de diseño, secuenciación y reflexión sobre las condiciones del aprendizaje. Como señalan Torres-Toukoumidis y Romero-Rodríguez (2018), este tipo de propuestas requiere una planificación más rigurosa, creatividad en la formulación de situaciones didácticas, y un conocimiento actualizado de los recursos, plataformas y modalidades disponibles para construir entornos de trabajo consistentes.

Las posibilidades que abre la gamificación no deben ocultar las tensiones que conlleva, pues requiere que el docente repense sus prácticas, seleccione los recursos y mantenga una vigilancia constante sobre los fines educativos que orientan cada decisión. Al mismo tiempo, ofrece un marco posible para atender uno de los problemas más persistentes en el aula de matemáticas: la desconexión afectiva, cognitiva y atencional del estudiantado. En ese cruce entre desinterés hacia la asignatura y hábitos configurados por el uso intensivo de videojuegos, se plantea la pregunta que orienta este estudio: ¿Cómo pueden integrarse elementos propios de los entornos digitales de entretenimiento para diseñar experiencias gamificadas que favorezcan la atención y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de secundaria?

Planteamiento

Esta propuesta parte del supuesto de que ciertos elementos presentes en los entornos digitales de entretenimiento pueden ser introducidos dentro del aula para favorecer condiciones de atención sostenida y participación activa en el aprendizaje matemático. A través de un enfoque basado en la gamificación, se busca explorar una metodología didáctica que dialogue con las formas de interacción propias de los estudiantes, sin recurrir a la reproducción de modelos centrados en la transmisión unidireccional del conocimiento. Más que contraponerse al papel del docente, la propuesta apunta a reconsiderar cómo se configuran las experiencias escolares y qué dispositivos permiten al estudiante involucrarse en el desarrollo de su pensamiento matemático.

Se propone la implementación de la gamificación como una estrategia didáctica que combine modalidades presenciales y digitales, mediante el diseño de entornos de juego estructurados para fines educativos. Esta perspectiva no se limita a introducir dinámicas lúdicas como forma de

entretenimiento, sino que implica un proceso de planificación detallada en el que el docente define mecánicas, secuencias y estructuras que se alineen con propósitos de aprendizaje. Como señalan Torres-Toukourmidis y Romero-Rodríguez (2018), se trata de incorporar “elementos de diseño de juegos en contextos tradicionalmente no lúdicos” (p. 62), tales como sistemas de recompensa, desafíos escalonados, misiones, niveles o dinámicas de exploración que mantenga interesados, atentos y motivados a los alumnos.

La gamificación, entendida como la incorporación estructurada de elementos del juego en contextos educativos, configura ambientes que permiten la participación mediante dinámicas de reto, progresión y recompensa. La retroalimentación inmediata, los objetivos claramente definidos y los logros acumulativos permiten construir trayectos donde motivación y desempeño se articulan sin depender exclusivamente del interés inicial del estudiante. En lugar de presentar los contenidos como unidades aisladas, la gamificación los sitúa en secuencias narrativas o estructuras de desafío que requieren acción, toma de decisiones y revisión continua de estrategias. Esta configuración ha sido asociada con una mayor disposición a enfrentar tareas de alta demanda cognitiva, así como con posturas más autónomas ante el error y la dificultad (Díez Rioja, Bañeres y Serra Vizern, 2017).

Estrategia de gamificación

La actividad de gamificación se aplicó en un grupo de 39 estudiantes de primer año de secundaria, conformado por 19 mujeres y 20 varones con edades entre 11 y 13 años. La intervención se distribuyó en tres sesiones semanales durante 28 semanas, con el propósito de explorar cómo una estructura lúdica recurrente influye en la disposición atencional de los estudiantes. El grupo fue seleccionado por su heterogeneidad en participación académica y por las dificultades observadas para sostener la concentración durante clases expositivas. La elección de un formato gamificado, con actividades secuenciadas y objetivos diferenciados por sesión, buscó propiciar cambios en las formas de involucramiento con las tareas escolares. La literatura ha señalado que las dinámicas de juego pueden incidir en la activación de competencias cognitivas y sociales, como la atención sostenida, la creatividad y la interacción colaborativa (Torres-Toukourmidis & Romero Rodríguez, 2018). En este marco, se planteó una implementación sistemática que combinara elementos motivacionales y pedagógicos, con el fin de observar modificaciones en el desempeño académico cotidiano sin modificar la planeación en la enseñanza de los contenidos curriculares establecidos.

El diseño de la estrategia se estructuró a partir de dos líneas complementarias. La primera consistió en una planificación escalonada del tiempo de atención, iniciando con actividades breves que requerían cinco minutos

de concentración sostenida. A medida que avanzaba la intervención, se amplió progresivamente la duración de las tareas hasta alcanzar los cincuenta minutos de la sesión completa. Esta progresión buscó desarrollar hábitos de enfoque extendido sin generar rechazo, ajustando las demandas cognitivas de las tareas de forma proporcional al ritmo del grupo. La segunda vertiente orientó el contenido de las actividades gamificadas hacia los aprendizajes esperados del nivel secundaria, considerando tanto los objetivos curriculares como las características del grupo. Para ello, se seleccionaron recursos digitales compatibles con el contexto escolar, procurando que las dinámicas de juego no sustituyeran el contenido matemático, sino que sirvieran como medio para su exploración y apropiación.

Diseño de ambientes gamificados: recursos y dinámicas

Al analizar los videojuegos que forman parte del repertorio cotidiano de los estudiantes, se identificó que uno de los elementos que mayor implicación genera es el sistema de recompensas. Entre los incentivos más valorados se encuentran las “skins”, que son accesorios o vestimentas para personalizar a los personajes, así como mejoras en la resistencia, habilidades o niveles de energía útiles para avanzar en misiones posteriores. Estas recompensas sostienen el interés del jugador al hacer visible su avance y permitir que cada logro tenga un efecto tangible en la experiencia del juego. Retomando esa lógica, el primer incentivo introducido en la experiencia gamificada fue el acceso al “Matespacio”, un aula exclusiva de matemáticas ambientada con cortinas y mobiliario decorado, equipada con computadora individual, proyector, pizarrón blanco y materiales lúdicos (Figura 1).

Figura 1

Matespacio



Para ampliar la experiencia gamificada, se diseñó un segundo incentivo: la creación de un personaje personalizable llamado “Gaussin”. Cada estudiante podía asignarle un nombre, modificar su apariencia, ropa, accesorios, color de cabello y ojos, así como adquirir mascotas o “habilidades especiales” que les brindaban acceso a niveles ocultos del juego. Para realizar estas

personalizaciones, era necesario gastar “Matecoins”, una moneda simbólica obtenida al resolver problemas matemáticos planteados en distintos contextos. A fin de organizar este sistema, se colocó un tablero visible en el aula con los distintos recursos disponibles, denominados “Matelugios”, junto con el número de “Matecoins” necesarios para adquirirlos (Figura 2). Además, se diseñó una tabla que especificaba el número de “Matecoins” otorgadas por cada actividad completada (Figura 2), permitiendo a los estudiantes visualizar el valor de su trabajo matemático dentro de la dinámica del juego.

Figura 2

Tabla de Matelugios y Tabla de Matecoins

MATELUGIOS		MATECOINS	
MATELUGIO	MATECOINS	ACTIVIDAD	MATECOINS
Boleto Matespacio	20	Investigación	50
Gaussin	50	Ejercicios matemáticos	50
Acta de nacimiento de Gaussin	100	Problema nivel básico	80
Color de Gaussin	200	Problema nivel intermedio	100
Peinado de Gaussin	300	Problema nivel avanzado	150
Prenda de ropa	500	Problema nivel experto	200
Trajes completos	3000	Rana roja principiante	80
Zapatos	500	Rana roja intermedio	100
Accesorios	1500	Rana roja avanzado	150
Mascota	4000	Rana roja experto	200
Mejora de habilidad	2000	Proyecto	3000
Lente de la verdad	8000	Kahoot!	200
Habilidad al máximo	8000	Educaplay	300
Casa de Gaussin	15000	Exelearning	500

La Secretaría de Educación Pública (SEP, 2024) establece como prioridad la construcción gradual del conocimiento mediante el desarrollo del pensamiento crítico, con énfasis en la toma de decisiones y la resolución de problemas por parte del alumnado. En sintonía con esta orientación, el campo formativo Saberes y Pensamiento Científico plantea como uno de sus propósitos “el reconocimiento y uso de diversos métodos durante la construcción de conocimientos para contrarrestar la idea de un método único” (SEP, 2024, p. 56). A raíz de este enfoque, se implementó el juego La rana roja, una estrategia en papel inspirada en la lógica de los videojuegos tipo puzzle. Su diseño aborda elementos característicos de este género, como la resolución de desafíos mediante el razonamiento lógico, la progresión en la complejidad de los niveles y la posibilidad de exploración para múltiples rutas de solución. Al trasladar estas dinámicas al formato físico, se buscó aprovechar el atractivo de los videojuegos para involucrar activamente al estudiante en cada etapa de la estrategia.

El objetivo de aprendizaje se centró en que los estudiantes desarrollaran la capacidad de interpretar, representar y resolver distintos tipos de ecuaciones

lineales a través de una propuesta gamificada. La intención fue promover el pensamiento algebraico como una forma de análisis estructurado en la que resolver una ecuación implica reconocer relaciones, comparar estrategias y justificar procedimientos. La incorporación de mecánicas propias del juego, como niveles, desafíos y recompensas acumulativas, buscó crear un entorno que favoreciera la exploración y mantuviera la implicación de los estudiantes a lo largo de las actividades.

La estrategia se estructuró en un juego dividido en cuatro niveles, cada uno asociado con un tipo de ecuación lineal de la forma: $Ax = B$, $Ax + B = C$, $Ax + B = Cx + D$, hasta llegar al planteamiento de ecuaciones a partir de situaciones contextualizadas como objetivo final. Este recorrido fue diseñado para acompañar una progresión conceptual para permitir al estudiante interpretar relaciones, operar con estructuras algebraicas y traducir enunciados verbales a expresiones simbólicas. La propuesta combinó recursos lúdicos, tecnología educativa y estímulos sensoriales, ambientación, materiales manipulables y sistemas de retroalimentación visual con el fin de sostener la atención, ampliar los márgenes de exploración estratégica y favorecer una interacción con los procedimientos involucrados en la resolución de ecuaciones.

Al iniciar cada nivel, los estudiantes debían resolver un tablero de La rana roja, cuyo propósito era activar el pensamiento lógico y la concentración de los alumnos. Para superar este desafío inicial debían seguir seis reglas:

1. Las ranas pueden moverse de una hoja de lirio a otra, únicamente en las direcciones que indica el tablero (las líneas bajo las hojas).
2. Debes moverte únicamente saltando sobre otra rana que se encuentre junto a ti, y tenga una hoja disponible cercana en dónde aterrizar, pueden comerse las ranas verdes entre sí o la roja comer a las ranas verdes.
3. Retira las ranas sobre las que vas saltando.
4. Todo movimiento que no implique saltar a otra rana está prohibido, las ranas no se podrán mover a una hoja vacía sin haber saltado a otra rana antes.
5. Solo está permitido saltar una rana a la vez, no pueden saltar sobre 2 ranas juntas.
6. Cuando la única rana en pie sea la rana roja, resuelve el problema con el número de soluciones que se te indican.

En los primeros diez niveles (etapa principiante), el estudiante presentó la solución del tablero junto con un problema matemático, ambos con una única solución. En los niveles del once al veinte (etapa intermedia), resolvió tanto tablero como el problema matemático utilizando dos métodos distintos. A partir del nivel veintiuno (etapas avanzada y experta), el alumno resolvió

el nivel junto con el problema matemático por tres o más métodos, justificando cada uno de ellos (Figura 3).

Figura 3

Niveles y solución de La rana roja



Durante las primeras cuatro sesiones, los estudiantes tuvieron la libertad de manipular los tableros de La rana roja, posteriormente, los estudiantes trazaron el tablero en sus cuadernos y redactaron paso a paso la secuencia de movimientos empleados para resolver el desafío. Al no poder mover las ranas, aumentó la exigencia cognitiva del ejercicio, permitiendo a los alumnos fortalecer sus capacidades de análisis, formular diversas soluciones y mejorar su razonamiento, a fin de alcanzar el objetivo planteado (Figura 3).

Una vez superado el desafío inicial, el estudiante activaba un cronómetro desde su computadora mediante un botón digital, lo que marcaba el inicio del tiempo límite para resolver una ecuación lineal correspondiente al nivel de complejidad alcanzado. Un componente distintivo de esta etapa fue el uso de la música del videojuego *Super Mario Bros*, reproducida a través de audífonos individuales durante la resolución de la tarea. Esta pista musical cumplía una doble función, acompañar la actividad y marcar el paso del tiempo mediante variaciones en el tempo. Conforme avanzaban los minutos, la música aceleraba gradualmente, generando una atmósfera de presión que inducía a responder con mayor rapidez. Este recurso sonoro no buscaba imponer velocidad, sino activar un estado de alerta que favoreciera la concentración y mantuviera el foco en la tarea sin romper su coherencia lógica.

A modo de ilustración, se presenta una de las situaciones matemáticas asignadas:

Problema: Nancy compró 3 boletos para ver una película en el cine, todos los boletos del mismo costo, sin embargo, la persona que atiende la taquilla comentó que, por promoción cada boleto tiene un descuento de \$12. Si Nancy pagó en total \$132 ¿Cuál sería el costo de un boleto sin descuento?

Siguiendo la metodología implementada, el estudiante debía abordar la resolución del problema en cinco pasos:

1. Identificar la pregunta central del problema. En este caso, el costo original de cada boleto.
2. Analizar los datos del problema. Para este ejemplo, la cantidad de boletos, el descuento por boleto y el total pagado, identificando la relevancia de cada dato.
3. Planteamiento de estrategias. Identificar qué operaciones o temas previos puede utilizar el alumno para llegar a la solución correcta, en este caso el alumno mencionó las operaciones básicas y el lenguaje algebraico.
4. Formular y resolver las ecuaciones lineales. Identificar los diversos planteamientos que puede tener una misma ecuación lineal, elegir una y dar solución al problema, para este ejemplo, el estudiante planteó una ecuación de la forma $Ax + B = C$ y una ecuación donde utiliza la propiedad distributiva $3(x - 12) = 132$.
5. Justificación del procedimiento. Finalmente, el alumno explicó el motivo de utilizar una ecuación lineal, identificó las dificultades de resolver el problema y el uso adecuado de operaciones en la solución.

Figura 4

Solución de problemas de ecuaciones nivel 4

d) Nancy compró tres boletos para ver una película en el cine, todos los boletos del mismo costo, sin embargo la persona que atiende la taquilla comentó que por promoción cada boleto tiene un descuento de \$12. Si Nancy pagó en total \$132 ¿Cuál sería el costo de un boleto sin descuento? $R = \$56$

¿Qué me pide el problema?	¿Qué datos me da?	¿Por qué operaciones puedo resolverlo?	¿Se relaciona con otro tema?
Saber cuál es el costo total de un boleto pero sin descuento	• Son 3 boletos • Tiene descuento de \$12 • Cuanto costo con descuento dividido	Con una ecuación lineal y las operaciones que lleva: suma, resta, multiplicación y div.	Si
Planteamiento:	Operaciones:	Solución. Me resulta más fácil mi opción 1 porque es de la forma $ax + b = c$	
Opción ①	$\begin{array}{r} 132 \\ + 36 \\ \hline 168 \end{array}$	$\begin{array}{r} 56 \\ 3 \overline{) 168} \\ \underline{168} \\ 0 \end{array}$	$3x - 36 = 132 \rightarrow \textcircled{1} \quad x = \frac{168}{3} + \textcircled{2}$
Opción ②			$3x = 132 + 36 \rightarrow \textcircled{4} \quad x = \frac{168}{3} \rightarrow \textcircled{5}$
$3(x - 12) = 132$			

Para resolver este problema hice uso de una ecuación lineal porque me pide encontrar un número que no conozco, así que lo relacione con el lenguaje algebraico y si se podía organizar con eso podía armar una ecuación, lo más complicado fue las 2 opciones del planteamiento, las operaciones de la ecuación fueron fáciles de resolver con sus inversas.

Este proceso permitió establecer un criterio de evaluación centrado en la capacidad del estudiante para identificar el planteamiento del problema, establecer y resolver ecuaciones lineales de manera precisa dentro del tiempo estipulado aplicando diversas estrategias que derivaron en la argumentación y justificación del procedimiento seleccionado para cada problema.

Tabla 1*Insumos y recomendaciones*

Insumo	Descripción	Recomendaciones de adecuación
Matespacio	Espacio físico designado a las actividades de gamificación	El Matespacio puede implementarse en el aula y tener un separador en el cuaderno del alumno para identificar las actividades gamificadas
Gaussin (personaje)	Avatar físico y virtual que representa a los estudiantes dentro del juego, dicho personaje se puede personalizar	En caso de no tener acceso a computadoras, entregar una impresión del personaje a cada estudiante y distribuir los objetos de personalización en copia conforme los estudiantes los adquieran
Matecoins	Sistema de recompensa para medir el avance, motivar y retroalimentar a los alumnos	El sistema de recompensa puede ser digital mediante plataformas educativas o Excel; físico mediante lonas, carteles o cuadros de seguimiento en el cuaderno del alumno
Niveles	Estructura jerárquica que se asigna a los contenidos, actividades o problemas	Se recomienda asignar los niveles por dificultad escalando gradualmente de lo más fácil a lo más complejo tomando como referencia los Procesos de Desarrollo de Aprendizaje
Matelugios	Representan el avance individual de cada estudiante por niveles	Se incita a crear Matelugios por niveles de dificultad, desde el común al legendario, donde la adquisición de cada elemento requiera un número de puntos o reto específico que evidencie el trabajo y avance de cada alumno
Insignias	Reconocimiento simbólico grupal al logro de competencias específicas	Establecer metas de aprendizaje graduales que involucren a todo el alumnado, conforme las metas se cumplan se le asigna al grupo una insignia, por ejemplo "Conquistadores de la X"
Cronómetro	Control de tiempo para fomentar la agilidad mental y establecer ritmos de trabajo	El cronómetro puede ser físico o digital, en caso de querer implementarse el cronómetro musical puede realizarse con una bocina portátil conectada al celular del docente
Banco	Demostración del progreso grupal, refuerza la sana competencia	El banco puede ser virtual o incluirse en el sistema de Matecoins físico con la leyenda "ahorro grupal"
Tarjetas de desafío	Problemas de ecuaciones de distintos niveles para resolver de forma progresiva	Las tarjetas se pueden diseñar para cualquier contenido matemático, asignando sus niveles acorde al progreso que marcan los Procesos de Desarrollo de Aprendizaje

En resumen, para llevar a cabo la metodología de gamificación, es indispensable contar con una serie de recursos que permitan estructurar y dinamizar la experiencia de aprendizaje. Estos elementos además de cumplir funciones lúdicas están orientados al logro de los objetivos pedagógicos, como el desarrollo de habilidades matemáticas, la mejora en la concentración, el fortalecimiento de la motivación intrínseca del alumnado, la toma de decisiones y el desarrollo del pensamiento crítico. En la Tabla 1 se presentan los principales insumos prácticos implementados en La rana roja, además de breves recomendaciones para su adecuación a distintos entornos.

Algunos resultados

Durante la intervención se documentaron cambios puntuales en las prácticas de los estudiantes al abordar contenidos matemáticos. Al iniciar un tema, revisaban sus apuntes previos con la intención de identificar conexiones entre problemas ya resueltos y los nuevos enunciados, lo que muestra un proceso de transferencia. Esta práctica les permitió reconocer estructuras conocidas bajo distintas formulaciones, como ellos mismos expresaron al decir que la operación “solo había evolucionado”. En los retos gamificados, los equipos se reorganizaban según las habilidades, mostrando criterios funcionales al elegir compañeros, lo que optimizó la colaboración. Además, el sistema de recompensas, como trajes, mascotas o habilidades legendarias, generó condiciones para una competencia grupal regulada, pues si todos completaban las actividades a tiempo, se activaban beneficios colectivos. Esta dinámica ayudó al cumplimiento simultáneo de tareas y reforzó la coordinación dentro del aula.

El resultado de esta estrategia de gamificación dio cuenta en el proyecto final. Se les pidió la construcción de un libro de álgebra, el cual tenía como única condición diseñarse para enseñar álgebra a niños de primaria a través de juegos, sin necesidad de mayores indicaciones, los estudiantes se reunieron por equipos en el “Matespacio”, diseñaron sus portadas, eligieron la temática a desarrollar, redactaron los contenidos teóricos que necesitaban para explicar las ecuaciones y diseñaron juegos que les permitieron a los niños de primaria comprender cómo funcionaban las ecuaciones lineales sin necesidad de utilizar incógnitas para resolver las operaciones (Figura 5).

Durante la exposición del libro, los estudiantes decidieron explicar el juego de la rana roja a los asistentes y llegaron a la conclusión de que los niños que podían resolver los niveles de etapa principiante de la rana roja tenían mayor facilidad para completar los juegos que ellos diseñaron para enseñar ecuaciones (Figura 5).

No obstante, durante la implementación de la estrategia, se identificaron diversos factores que dificultaron su aplicación integral. Por ello, se presenta

un compendio de las principales dificultades enfrentadas durante el desarrollo de la metodología de gamificación con alumnos de secundaria, contemplando también las estrategias propuestas para atender y mitigar el impacto de estos factores en el proceso de enseñanza aprendizaje (Tabla 2).

Figura 5
Libro didáctico creado por estudiantes y exposición del juego de “La rana roja”



Tabla 2
Dificultades presentadas en la gamificación

Factor	Dificultad principal	Estrategia propuesta
Normativo	Falta de lineamientos específicos sobre el uso pedagógico de tecnologías y gamificación	Desarrollar normas institucionales alineadas con la autonomía curricular, que regulen el uso educativo de la gamificación y se adapten a las necesidades educativas de los alumnos
Sociocultural	Resistencia de padres al uso de tecnologías y percepción negativa del juego	Desarrollar talleres gamificados para padres cuya intención será concientizar sobre la importancia y utilidad del juego en la educación. Ofrecer los recursos necesarios a los estudiantes para poder implementar el aprendizaje gamificado digital dentro de la institución
Poblacional	Diversidad del grupo: estudiantes con necesidades educativas especiales, rezago educativo y condiciones económicas desfavorables	Realizar adaptaciones curriculares a la planeación de las clases Gestionar el apoyo de USAER en caso de contar con este en la institución Proveer los materiales y dispositivos necesarios a los estudiantes para garantizar la inclusión y permanencia escolar
Económico	Alumnos que trabajan y estudian presentando altos niveles de cansancio	Planificar actividades breves, significativas y no demandantes en términos de materiales o tiempo fuera del aula
Tecnológico	Desigualdad de acceso a dispositivos entre alumnos y dificultad para el dominio de plataformas digitales	Selección de recursos accesibles y de fácil dominio para docentes y estudiantes

Conclusiones

Plantear la gamificación como estrategia didáctica para el aprendizaje matemático implica concebirla como una propuesta sostenida en el tiempo, más allá de intervenciones aisladas o ejercicios puntuales. En el caso de estudiantes de secundaria, su implementación gradual permite trabajar dimensiones que rara vez se abordan explícitamente en el aula, como la disposición a enfrentar el error como parte del proceso, la exploración de múltiples rutas para resolver un mismo problema y el desarrollo de autonomía en la toma de decisiones. Estos aspectos no se construyen de forma inmediata, pues requieren entornos estables donde la participación deje de estar condicionada por la búsqueda de respuestas correctas y comience a organizarse a partir de la reflexión y la argumentación.

La implementación de esta propuesta basada en la gamificación mostró viabilidad, y se vio favorecida por la disposición del colectivo docente, la participación de los estudiantes y la infraestructura con que cuenta la institución. Estos factores permitieron articular los distintos componentes del diseño sin requerir adaptaciones externas significativas. No obstante, a partir de los desafíos identificados durante su desarrollo, se consideran necesarias ciertas condiciones mínimas para su puesta en marcha en otros escenarios educativos, especialmente en lo que respecta a la preparación docente, la gestión del tiempo y la disponibilidad de recursos didácticos y tecnológicos.

Establecer los insumos de la metodología de gamificación requiere brindar un ambiente lúdico a los estudiantes, por ende, el material didáctico debe ser una prioridad en el diseño de la estrategia. Retomando los elementos de los videojuegos, lo óptimo sería establecer un sistema de recompensas, logros y desafíos; posteriormente diseñar el ambiente de aprendizaje, el cual puede ser un espacio físico o temporal donde se aborden los elementos de ambientación del juego (música, personajes, desafíos con narrativa, etc.) y finalizar con el reglamento de la actividad, cabe resaltar que un juego sin reglas pierde el sentido, por ende, una propuesta de gamificación sin reglas propiciará el descontrol, saturación de los estudiantes y se convertirá en un obstáculo en lugar de un apoyo.

Todo contenido a abordar con esta metodología deberá reestructurarse respetando los elementos del juego, en este caso, se recomienda implementar niveles que sean congruentes al grado de dificultad de la actividad. La progresión planteada en los Procesos de Desarrollo de Aprendizaje puede servir como guía para definir cuántos niveles tendrá la actividad y cuál será la complejidad de cada uno de ellos.

Además, resulta pertinente considerar los tipos de juego o sus elementos que son compatibles con el contenido a abordar, dado que si se repite un

mismo elemento para todos los contenidos, la metodología caería en una rutina y perdería el interés de los alumnos.

La propuesta reportada se llevó a cabo en una institución que cuenta con un espacio exclusivo para matemáticas con computadoras e internet, sin embargo, es una realidad que no todas las instituciones cuentan con los espacios o recursos para desarrollar la actividad de la forma planteada. Ante ello, se requiere buscar las adecuaciones necesarias para implementar la estrategia sin necesidad de ocupar dispositivos electrónicos o materiales costosos; se debe recordar que la metodología de gamificación consiste en tomar los elementos del juego y adaptarlos al contexto educativo en el que se trabajará la estrategia.

Como complemento a las recomendaciones anteriores, se proponen algunas estrategias orientadas a fortalecer las condiciones estructurales y pedagógicas necesarias para implementar procesos de gamificación en el aula. Entre ellas se considera el desarrollo de lineamientos institucionales que respondan a las características educativas de la población atendida, así como la realización de talleres dirigidos a madres, padres y docentes, centrados en el uso reflexivo de plataformas y herramientas seleccionadas para el proyecto.

El objetivo de estas acciones es generar una comprensión compartida sobre el sentido educativo del juego y su función dentro de procesos formativos. Asimismo, se sugiere incorporar ajustes curriculares y metodológicos en la planeación de clases, con el fin de responder a las barreras para el aprendizaje y las necesidades educativas específicas identificadas en cada grupo.

Referencias

- Díez Rioja, J. C., Bañeres, D. & Serra Vizern, M. (2017). Experiencia de gamificación en Secundaria en el Aprendizaje de Sistemas Digitales. *Education in the Knowledge Society*, 18(2), 85–105. <https://bit.ly/4nrFozu>
- Sánchez, C., García, E., & Ajila, I. (2020). Enfoque pedagógico: la gamificación desde una perspectiva comparativa con las teorías del aprendizaje. *Revista 593 Digital Publisher CEIT*, 5(4), 47–55. <https://bit.ly/4nFWsSK>
- Sánchez Domínguez, J. P., Telumbre Terrero, J. Y., Castillo Arcos, L. D. C., & Silveira Sosa, E. A. (2021). Validación del Test de Dependencia de Videojuegos en una muestra de adolescentes mexicanos. *Horizonte Sanitario*, 21(1), 69–78. <https://doi.org/10.19136/hs.a20n1.3918>
- Secretaría de Educación Pública. (2024). *Programa de estudio para la Educación Secundaria: Programa sintético de la Fase 6* (1° ed.). SEP. <https://bit.ly/44oZx0p>

Torres-Toukoumidis, A., & Romero-Rodríguez, L. M. (2018). Aprender jugando. La gamificación en el aula. En R. García-Ruiz, A. Pérez-Rodríguez y Á. Torres. (Ed.), *Educación para los nuevos medios. Claves para el desarrollo de la competencia mediática en el entorno digital* (pp. 61–72). Editorial Universitaria Abya-Yala. <https://bit.ly/4eseQdi>

**Autor de correspondencia**

Aura Abigail Albarrán-Martínez | albarranaura02@gmail.com



El modelo de barras como recurso visual para el pensamiento prealgebraico

The bar model as a visual tool for pre-algebraic thinking

Juan Luis Ramírez Lubianos  | ramanujan_jl@yahoo.com.mx
Universidad de Ixtlahuaca CUI

Recepción: 10 de junio de 2025 | Aceptación: 29 de junio de 2025

Resumen

Este artículo explora el uso del modelo de barras como una herramienta prealgebraica que favorece el uso de los componentes analíticos de la visualización matemática en la resolución de problemas verbales. A partir del análisis de diversos problemas, se muestra cómo esta herramienta representa visualmente cantidades y relaciones cuantitativas de forma accesible y cómo se aprovechan los componentes analíticos de la visualización, descomposición, construcciones auxiliares, reorganización, recomposición y síntesis, para resolver los problemas verbales sin recurrir a un planteamiento algebraico. Esta discusión concluye que el modelo de barras es una estrategia útil para resolver problemas verbales, ya que es una herramienta que muestra la estructura matemática subyacente al problema, ayudando a los estudiantes a entender cómo abordarlo.

Palabras clave

Modelo de barras, visualización, pensamiento prealgebraico, resolución de problemas.

Abstract

This article examines the use of the bar model as a pre-algebraic tool that facilitates the application of analytical components of mathematical visualization in solving word problems. Through the analysis of various problems, it demonstrates how this tool visually represents quantities and quantitative relationships in an accessible way and how analytical components of visualization—such as decomposition, auxiliary constructions, reorganization, recomposition, and synthesis—are employed to solve word problems without resorting to algebraic formulations. The discussion concludes that the bar model is a helpful strategy for solving word problems, as it reveals the underlying mathematical structure of the problem, enabling students to understand how to approach it effectively.

Keywords

Bar model, visualization, pre-algebraic thinking, problem solving.

Introducción

El modelo de barras de Singapur es útil en la resolución de problemas verbales, especialmente aquellos que involucran comparaciones, cálculos de parte-todo, razones, proporciones y razones de cambio (Kempen & Roos, 2024). Este modelo de barras funciona como un recurso prealgebraico que ayuda a los estudiantes en la comprensión de conceptos algebraicos al permitir la organización visual de las relaciones entre cantidades y operaciones presentes en un problema matemático. Su principal fortaleza radica en la capacidad de convertir los enunciados verbales en representaciones visuales, lo que le permite a los estudiantes identificar la estructura subyacente del problema antes de abordarlo mediante procedimientos algebraicos (Sevinç & Baysal, 2021).

El modelo de barras se ha implementado en distintos niveles educativos, generando diversas formas de adaptación didáctica en función tanto de la estructura de los problemas como de las características de los estudiantes. En el nivel primario, este modelo se ha introducido como una herramienta de visualización que permite representar relaciones aditivas y multiplicativas mediante esquemas proporcionales, favoreciendo la comprensión de situaciones que implican comparación, parte-todo o transformación temporal (Ruiz et al., 2016). En investigaciones más recientes, como la de Naeem Shah (2022), se ha documentado que su uso puede extenderse a la educación secundaria como recurso transicional hacia el álgebra, al ofrecer representaciones intermedias entre el lenguaje natural y las expresiones simbólicas. La potencialidad de este método se observa cuando los docentes adaptan el modelo para ajustarlo al contenido y nivel cognitivo de sus estudiantes, introduciendo variaciones en los diagramas, secuencia de actividades y tipos de problemas abordados (Büscher, 2021). Como señala Morin (2017), las

representaciones no son entidades estáticas, sino sistemas dinámicos que, al insertarse en nuevas prácticas, redefinen sus funciones cognitivas y heurísticas. Bajo esta lógica, el modelo es una interfaz entre distintos niveles de generalidad matemática, capaz de transitar entre el razonamiento aritmético y el pensamiento algebraico sin depender exclusivamente del lenguaje simbólico.

Aunque el modelo de barras ha sido ampliamente usado por su valor representacional en la resolución de problemas, existen tensiones inherentes a su aplicación, sobre todo cuando se introduce en niveles más avanzados o con estudiantes que enfrentan dificultades en la estructuración visual. Ruiz et al. (2016) señala que aunque el método puede guiar a los alumnos hacia la operación adecuada, su alcance es limitado cuando las proporciones entre las cantidades representadas no se conservan gráficamente o cuando el problema exige comparaciones simultáneas entre múltiples elementos. Esta dificultad se acentúa en problemas con más de un paso, donde la organización secuencial de las barras puede resultar confusa para estudiantes que no dominan la segmentación de información. En trabajos como el de Bulac (2019) se ha documentado que los estudiantes con bajo rendimiento requieren apoyos adicionales para interpretar los esquemas, y que los errores no suelen originarse en el cálculo sino en la comprensión de las relaciones implícitas en los diagramas. Estas observaciones abren líneas de indagación sobre las condiciones bajo las cuales el modelo de barras funciona como soporte, así como sobre su integración con tecnologías digitales que podrían potenciar su uso dinámico y ajustado a las trayectorias del pensamiento matemático.

El propósito de este artículo es examinar el modelo de barras como un medio que opera dentro del proceso más amplio denominado visualización matemática, en la resolución de problemas verbales. Se argumenta que el modelo de barras no constituye un fin en sí mismo, sino un recurso que permite poner en juego componentes analíticos de la visualización, tales como la descomposición, la construcción de auxiliares, la transformación estructural y la síntesis, para representar y explorar relaciones cuantitativas de los problemas. A partir del análisis de varios ejemplos concretos, se busca mostrar cómo este modelo visual contribuye a estructurar el pensamiento prealgebraico y a favorecer el tránsito desde la comprensión aritmética hacia formas de razonamiento más generalizables.

Este artículo desarrolla una exploración teórica sobre el modelo de barras a partir de ejemplos elaborados para mostrar con detalle cómo operan las estructuras visuales en la resolución de problemas verbales. La finalidad no es presentar datos observacionales ni reportes de aula, sino examinar cómo se articulan los componentes de la visualización matemática en casos representativos que permiten analizar relaciones cuantitativas sin recurrir a notación algebraica formal. Los problemas seleccionados funcionan

como escenarios que ponen en juego procesos de descomposición, construcción auxiliar y transformación estructural, lo cual permite discutir el potencial del modelo como recurso prealgebraico sin asumirlo como técnica universal ni método cerrado. Esta perspectiva busca aportar elementos conceptuales que sustenten futuras intervenciones didácticas o estudios empíricos con estudiantes.

Marco teórico

La visualización matemática es un proceso analítico fundamental que guía el proceso de desarrollo de una solución a través de sus componentes analíticos, descomposición en subestructuras y unidades, creación de construcciones auxiliares, transformación de una estructura en otra y recomposición y síntesis (Chalé & Acuña, 2012). Esta habilidad estimula la imaginación de los estudiantes y contribuye a una mejor comprensión de los conceptos involucrados (Osman et al., 2018). El modelo de barras potencia la aplicación de estos componentes analíticos como se mostrará a través de la resolución de diversos problemas en este artículo.

La visualización es tanto la capacidad como el proceso de crear, interpretar, utilizar y reflexionar sobre imágenes y diagramas, ya sea en la mente, sobre el papel o mediante herramientas tecnológicas, con el objetivo de representar y comunicar información, desarrollar ideas desconocidas y favorecer la comprensión (Arcavi, 2000, Sabena et al., 2024). No se limita a la creación de imágenes, sino que implica un uso reflexivo como herramienta de análisis que permite a los estudiantes analizar y resolver problemas matemáticos a través de la representación gráfica de sus componentes.

La visualización también desempeña un papel fundamental en matemáticas, ya que ayuda a comprender tanto conceptos visuales como argumentos simbólicos (Hershkowitz et al., 2001). Aunque las representaciones visuales brindan una idea inicial de los problemas matemáticos, es necesario acompañarlas con descripciones verbales y argumentos que clarifiquen su significado. Esto se debe a que las visualizaciones por sí solas pueden no necesariamente transmitir completamente el razonamiento detrás de una demostración. De hecho, la verdadera comprensión de una prueba visual se alcanza cuando se desarrollan explicaciones verbales que permiten organizar y conectar de manera coherente los elementos de la prueba (Arcavi, 2015). Valenzuela y Gutiérrez (2018) señalan que la implementación de estrategias visuales desde etapas tempranas favorece la inducción, validación y expresión de relaciones generales.

Cuando un estudiante observa un esquema, no necesariamente accede al concepto que se pretende representar, sin embargo, la visualización puede actuar como estructura orientadora del pensamiento. Esta doble condición

de imagen perceptible y de objeto matemático potencial explica por qué la representación gráfica no puede desvincularse del razonamiento. Sabena et al. (2024) señalan que visualizar implica tanto imaginar relaciones como interpretarlas dentro de un sistema formal, y que esta operación requiere de una reflexión constante sobre la validez de los argumentos contruidos a partir de lo que se ve. En este sentido, la imagen es un medio para organizar el análisis, probar conjeturas o anticipar comportamientos. Este papel argumentativo es especialmente relevante en la resolución de problemas donde la disposición espacial de los elementos puede sugerir caminos de solución que luego deben ser articulados con expresiones simbólicas o justificaciones verbales.

Componentes analíticos de la visualización matemática

La visualización no se limita exclusivamente a la composición o descomposición de elementos preexistentes, pues también involucra la construcción de nuevos elementos que faciliten la reorganización, transformación y representación de una situación, permitiendo hacer más evidentes las relaciones del problema y sugerir posibles estrategias de solución (Hershkowitz et al., 2001). Desde esta perspectiva, la visualización se entiende como un proceso cognitivo clave que puede guiar el desarrollo analítico de una solución.

De acuerdo con Chalé y Acuña (2012), los componentes analíticos de la visualización comprenden los siguientes procesos:

- a) *Descomposición de una estructura en subestructuras y unidades*: Consiste en dividir una estructura compleja en partes más simples y manejables. Este proceso permite identificar las relaciones entre los elementos, facilitando tanto su análisis visual como conceptual. La descomposición ayuda a visualizar componentes clave y comprender cómo se relacionan.
- b) *Creación de construcciones auxiliares*: Se refiere a la incorporación o modificación de elementos visuales adicionales que contribuyan a clarificar las relaciones entre cantidades o componentes. Estas construcciones sirven como herramientas visuales que facilitan la comprensión del problema y apoyan la exploración de patrones o regularidades.
- c) *Transformación de una estructura en otra*: Implica reorganizar o reinterpretar una representación visual inicial, para convertirla en una estructura diferente ya sea visual o algebraica que facilite el abordaje del problema. Esta transformación puede facilitar la ruta de solución o simplificar el análisis al presentar la situación desde una nueva perspectiva.

- d) *Recomposición y síntesis*: Consiste en integrar las partes analizadas transformadas en una estructura coherente y unificada. La recomposición hace referencia a reconstruir la estructura a partir de las subestructuras o unidades, mientras que su síntesis implica la creación de una representación global o una fórmula que explique todos los componentes y relaciones, además de que conduzca a una solución final. Este proceso culmina en la elaboración de una solución que combina análisis visual y razonamiento matemático, permitiendo la verificación y validación de la respuesta final.

Una característica distintiva del modelo de barras es su capacidad para facilitar los procesos de “hacer” y “deshacer” en matemáticas, entendidos como la construcción, descomposición y reorganización de estructuras visuales (Koleza, 2015). Estos procesos corresponden a los componentes analíticos de la visualización, los cuales ayudan a estructurar la solución de un problema, además de que orientan el pensamiento matemático al identificar relaciones importantes, patrones y estrategias de resolución, lo que explica por qué el modelo de barras resulta útil para que los estudiantes descompongan problemas complejos en representaciones más simples, permitiendo así un análisis más accesible y la identificación de una posible ruta de resolución (Osman et al., 2018).

Resolución de problemas usando el modelo de barras

La sección que sigue propone un cruce entre los fundamentos teóricos de la visualización matemática y el análisis estructural de problemas verbales mediante el modelo de barras. Esta articulación va más allá de ejemplificar el uso de una técnica representacional, pues busca explorar cómo la visualización, entendida como proceso analítico, se moviliza en la resolución de situaciones que requieren identificar relaciones, transformar estructuras y sintetizar información cuantitativa. Los ejemplos seleccionados han sido elaborados para evidenciar cómo se movilizan los componentes analíticos descritos en el marco teórico, descomposición, construcciones auxiliares, transformación y síntesis en el desarrollo de una solución.

Problema 1. Jorge es 8 años mayor que Enrique. Hallar sus edades si:

- a) Hace 14 años Jorge tenía el doble de la edad de Enrique
- b) Dentro de dos años Jorge tendría el triple de la edad de Enrique
- c) Dentro de 5 años Jorge tendrá el doble de la edad que tenía Enrique hace dos años

Solución del problema 1, inciso a

Descomposición en subestructuras. Se representan visualmente las edades actuales de Jorge y Enrique respectivamente por medio de dos rectángulos, la diferencia entre el rectángulo mayor y el menor es de 8.

Creación de construcciones auxiliares. Se añaden rectángulos y subdivisiones que representan la variación temporal y la razón 2:1, respectivamente, como los 14 años pasados y el doble de la edad de Enrique en ese tiempo. Se pueden utilizar diferentes colores o flechas para distinguir las edades actuales y pasadas, facilitando la comparación visual entre los rectángulos. En la Figura 1 se representa visualmente la condición “Hace 14 años Jorge tenía el doble de la edad de Enrique”.

Transformación de estructuras en otras. La nueva representación visual permite comprender mejor cómo las edades actuales se relacionan con las edades hace 14 años, mediante la reorganización de las estructuras. Por ejemplo, la edad de Jorge hace 14 años se relaciona con la edad de Enrique también hace 14 años, de modo que la Figura 1 muestra cómo la edad de Jorge era el doble de la Enrique.

Recomposición y síntesis para llegar a la solución. En la Figura 1 se suman o restan segmentos a partir de la comparación visual entre los dos rectángulos; por ejemplo, la última parte del rectángulo inferior representa 6, pues $14 - 8 = 6$, por lo que su parte central representa 8, pues $8 + 6 = 14$. Por lo tanto, la parte central del rectángulo superior también es 8, y como los segmentos en azul están en razón 2:1, se concluye que la edad de Jorge es 2 $(8) + 14 = 16 + 14 = 30$ años, mientras que la de Enrique es $8 + 14 = 22$ años.

Solución de problema 1, inciso b

Descomposición en subestructuras. En la Figura 1 se hace una representación visual de las condiciones iniciales. La diferencia entre Jorge y Enrique, que es de 8 años, se visualiza claramente como un segmento adicional en el bloque de Jorge respecto al de Enrique. La condición de “en dos años” se refleja al agregar nuevos segmentos iguales para representar la edad de cada uno después de 2 años.

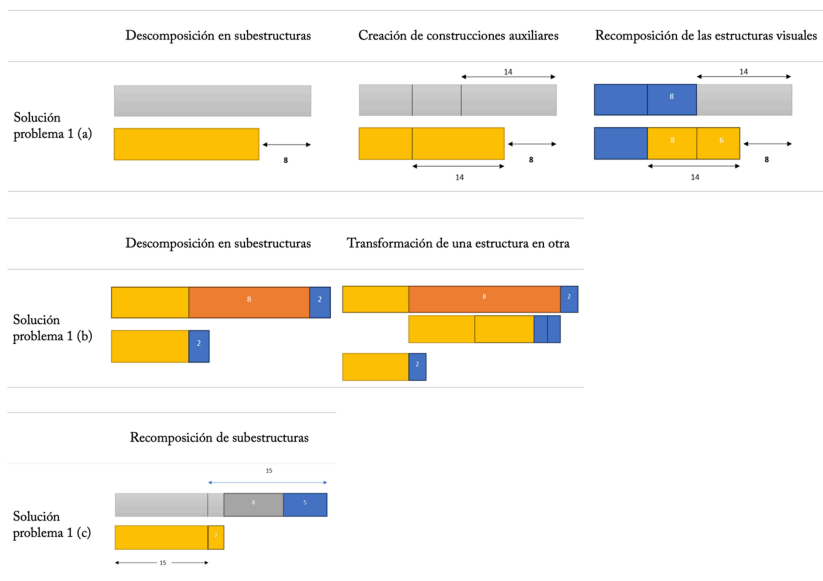
Creación de construcciones auxiliares. Para entender la condición de “dentro de dos años” se añaden bloques o segmentos que representan los años que pasan, en este caso son 2.

Transformación de estructuras en otras. En la Figura 1 se reorganizan las subestructuras para que, en lugar de solo ver las edades en el presente, se comparen en el futuro: se ajustan los bloques para que el bloque que representa la edad de Jorge en 2 años sea equivalente a “tres veces” el bloque que representa la edad de Enrique en 2 años. Se puede construir o superponer bloques de tamaño proporcional para mostrar claramente que el bloque inferior (la edad de Enrique en 2 años) cabe exactamente tres veces la cantidad del bloque de Jorge en 2 años.

Recomposición y síntesis para llegar a la solución. En la Figura 1 se observa cómo el rectángulo superior, al ser el triple del rectángulo inferior, implica que el rectángulo naranja, que representa al número 8, debe ser equivalente a dos rectángulos amarillos y dos azules. Ahora, como cada rectángulo azul representa al número 2, ambos rectángulos amarillos deben representar al 4 (pues $8 - 4 = 4$), lo que cada rectángulo amarillo representa al número 2. Por tanto, se puede inferir que Enrique tiene 2 años y Jorge tiene 10 años actualmente.

Figura 1

Solución del problema 1, inciso a, b y c



Solución de problema 1, inciso c

Descomposición en subestructuras. En la Figura 1, la edad de Jorge en 5 años se visualiza sumando 5 unidades al bloque que representa su edad actual. La edad de Enrique hace 2 años se visualiza restando 2 unidades del bloque que representa su edad actual. La condición plantea que el tamaño del bloque que representa la edad futura de Jorge (en 5 años) es el doble que el bloque que representa la edad pasada de Enrique (hace dos años).

Creación de construcciones auxiliares. Se añaden bloques o segmentos que representan los años que pasan (5 años para el futuro de Jorge y 2 años para Enrique en el pasado).

Transformación de estructuras en otras. Se reorganizan los bloques para poner en paralelo la edad futura de Jorge y la edad pasada de Enrique. En la Figura

1, el bloque que representa “Jorge en 5 años” esta encima del bloque que representa “Enrique hace 2 años,” y se ajustan para mostrar que el primero es exactamente el doble del segundo. La visualización permite percibir qué tamaño de bloque para Jorge en 5 años sería equivalente a dos veces el bloque de Enrique en ese momento en el pasado, ayudando a entender esta relación sin ecuaciones.

Recomposición y síntesis para llegar a la solución. La comparación visual de los rectángulos y de la suma o diferencia de tamaño de los bloques permite inferir las edades. Es decir, se observa en la Figura 1 que dentro de 5 años Jorge tendrá el doble de la edad que tenía Enrique hace dos años, lo que implica que la mitad del rectángulo superior representa el número 15 (pues $15 = 2 + 8 + 5$), por lo tanto, la edad de Enrique es de 17 años, y la edad de Jorge es de $17 + 8 = 25$ años.

Problema 2. Mi tío le dijo a su hija: “Hoy tu edad es de la mía y hace 7 años no era más que ¿Qué edad tiene mi tío y su hija?”

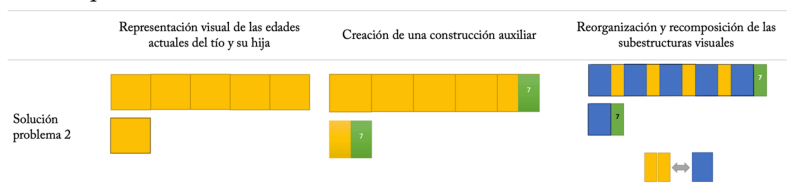
Descomposición en subestructuras. En la Figura 2 se representan visualmente las edades actuales del tío y su hija, donde la longitud del rectángulo mayor equivale a cinco veces la longitud del rectángulo menor.

Creación de construcciones auxiliares. Se añaden bloques o segmentos que representan la variación temporal “hace 7 años”, como se exhibe en la Figura 2.

Transformación de estructuras en otras, recomposición y síntesis. Como la edad del tío hace 7 años era siete veces la edad de la hija, el bloque azul del rectángulo inferior debe caber siete veces en el rectángulo superior; sin embargo, se observa que en cada bloque amarillo original del rectángulo superior cabe un bloque azul, por lo que ya tenemos cinco bloques azules, esto indica que los cuatro rectángulos amarillos sobrantes equivalen a dos bloques azules, es decir, dos rectángulos amarillos sobrantes equivalen a un bloque azul. Por comparación visual se deduce que el valor de cada rectángulo amarillo sobrante es 7, pues es equivalente al rectángulo verde, tal como se observa en la Figura 2.

Figura 2

Solución del problema 2



Por lo tanto, el bloque azul equivale 14 años y cada bloque amarillo equivale a 21 años, luego, las edades actuales de la hija y del tío son 21 y respectivamente. Para verificar la respuesta, la edad de cada uno hace 7 años es 14 y 98 años respectivamente, y se concluye que $98 = 7(14)$.

Problema 3. Isabel tiene la mitad de la edad de Olivia y dentro de 12 años tendrá $\frac{5}{6}$ de la edad que Olivia tenga entonces. ¿Cuáles son las edades actuales de Isabel y Olivia?

La descomposición de una estructura en subestructuras y unidades. En la Figura 3 se representa la edad actual de Isabel mediante un cuadrado, y como la edad actual de Olivia es el doble de la edad de Isabel, está se representa con dos cuadrados.

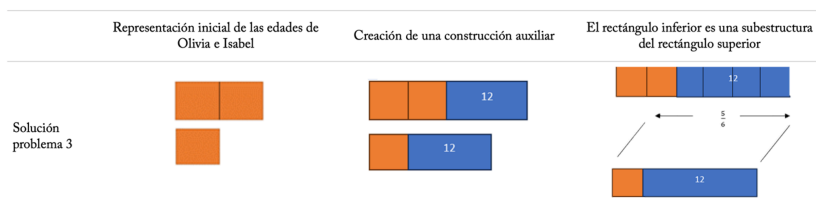
Creación de construcciones auxiliares. Para representar la variación temporal de 12 años en el futuro, se agrega un bloque adicional de color azul (Figura 3), de tal manera que la longitud el rectángulo inferior sea $\frac{5}{6}$ de la longitud del rectángulo superior.

Transformación de una estructura completa en otra estructura. A partir de la comparación visual de ambos rectángulos observamos que el rectángulo que representa la edad de Isabel en 12 años es una subestructura del rectángulo superior que representa la edad de Olivia en 12 años, y como la edad de Isabel es $\frac{5}{6}$ de la edad de Olivia, se deduce que el cuadrado unidad debe representar $\frac{1}{6}$ del rectángulo superior. Luego, el rectángulo que representa la cantidad 12 equivale $\frac{4}{6}$ del rectángulo superior, es decir, es equivalente a 4 cuadrados unidad, como se muestra en la Figura 3.

Recomposición y síntesis. Como se observa en la Figura 3, el rectángulo que representa la cantidad conocida 12 es equivalente a 4 cuadrados unidad, lo que implica que un cuadrado unidad representa 3 años, por lo que las edades de Olivia e Isabel son 6 y 3 años respectivamente. Para verificar el resultado sumamos 12 a cada número, obteniendo 18 y 15 años respectivamente, de manera que se corrobora que la edad de Isabel es $\frac{5}{6}$ de la edad de Olivia, pues $15 = \frac{5}{6}(18)$.

Figura 3

Solución del problema 3



Discusión

Los problemas resueltos a través del análisis de los componentes analíticos de la visualización ejemplifican cómo el modelo de barras es una herramienta prealgebraica útil, pues representa gráficamente cantidades conocidas y desconocidas, así como las relaciones cuantitativas mediante estructuras visuales que reflejan la estructura matemática del problema. Esta representación visual ayuda a la comprensión del problema y orienta a los estudiantes en la exploración de estrategias de solución, incluso antes de recurrir a la formulación simbólica del álgebra (Sevinç & Baysal, 2021; Koleza, 2015). Como señala Englard (2010, citado por Spencer & Fielding, 2015), esta herramienta no es un método de resolución en sí, sino un medio para mostrar la estructura matemática subyacente del problema, ayudando a los estudiantes a entender cómo abordarlo. Además de este valor representacional, el análisis realizado muestra que el modelo potencia activamente los componentes analíticos de la visualización, descomposición, construcción de auxiliares, transformación estructural, recomposición y síntesis (Chalé & Acuña, 2012). El modelo de barras se ve como una herramienta particularmente útil para el desarrollo de pensamiento algebraico al conectar lo concreto con lo abstracto (Shah et al., 2021).

En la práctica, estos componentes no se activan de forma secuencial o rígida. Por ejemplo, en la solución 1b), tras representar las edades futuras fue necesario añadir más bloques para hacer evidente la relación 3:1: “la edad de Jorge en tres años es el triple de la edad de Enrique”. Esto muestra que los procesos analíticos pueden repetirse, entrelazarse o alternarse según lo exija la interpretación estructural del problema. Esta flexibilidad evidencia que el modelo de barras es una herramienta visual, dinámica y adaptativa útil para la transición del pensamiento aritmético al algebraico.

Asimismo, el modelo de barras permite visualizar relaciones cuantitativas que no siempre son explícitas en el enunciado del problema. El uso de los componentes analíticos facilita la identificación de estructuras parte-todo, relaciones proporcionales y comparaciones (Spencer & Fielding, 2015; Kempen & Roos, 2024). Esta capacidad para hacer explícitas las conexiones cuantitativas es clave para guiar la interpretación y resolución del problema.

Tal como señalan Shah et al. (2021), organizar visualmente los datos permite conectar los elementos del problema con las operaciones necesarias, potenciando el pensamiento analítico. En este sentido, Arcavi (2000) concibe la visualización como un proceso clave en la construcción de significado matemático. A su vez, Koleza (2015) destaca que el modelo de barras permite realizar procesos de “hacer” y “deshacer”, es decir, construir, transformar y reorganizar representaciones visuales para explorar caminos de solución.

Finalmente es importante decir que el modelo de barras estructura el razonamiento, no sólo lo representa. Como sugieren Valenzuela y Gutiérrez (2018), se deben implementar estrategias visuales desde los niveles iniciales de enseñanza que permitan inducir, validar y generalizar relaciones a través del análisis de figuras geométricas.

Conclusiones

Este artículo muestra que el modelo de barras, al emplearse como herramienta visual en la resolución de problemas verbales, es una estrategia prealgebraica para representar relaciones cuantitativas y guiar procesos de razonamiento estructurado. Su principal aporte radica en su capacidad para revelar la estructura matemática subyacente al problema, permitiendo que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades, comprendan su organización interna y elaboren rutas de solución de forma visual y lógica antes de recurrir a la notación algebraica formal (Shah et al., 2021).

Los ejemplos analizados evidencian que el modelo de barras moviliza los componentes analíticos de la visualización, descomposición, construcción auxiliar, transformación, recomposición y síntesis. Estos procesos permiten un análisis estructural del problema y guían el proceso de solución, y aunque no necesariamente siguen un orden lineal, se adaptan de forma flexible. Desde una perspectiva didáctica se recomienda incorporar el modelo de barras en las primeras etapas del aprendizaje del álgebra, no solo como apoyo visual, sino como una herramienta prealgebraica (Sevinç & Baysal, 2021). Su uso puede mejorar la comprensión de problemas verbales, promover las habilidades de resolución de problemas del estudiante y fortalecer sus habilidades de visualización y generalización.

Es necesario señalar que el alcance de este artículo se encuentra delimitado por la ausencia de datos empíricos directos. Las afirmaciones sobre el potencial del modelo de barras, así como las hipótesis respecto a sus efectos en la estructuración del pensamiento algebraico, provienen de estudios previos y de una lectura crítica de sus fundamentos representacionales. Además, el análisis se ha centrado en una tipología específica de problemas, particularmente aquellos con estructuras aditivas y relaciones proporcionales explícitas, por lo que sus proyecciones no pueden generalizarse a otros dominios matemáticos sin precaución.

Por último, aunque se ha argumentado a favor de la capacidad del modelo para mediar entre formas distintas de razonamiento, no se ha eludido el reconocimiento de sus límites prácticos; su implementación requiere condiciones didácticas específicas, como la construcción progresiva de significados, el acompañamiento docente y una atención constante a las inferencias que los estudiantes atribuyen a las representaciones. Estas consideraciones

no invalidan su valor, pero invitan a pensar el modelo como una herramienta situada.

Este análisis también se inscribe en una línea más amplia de trabajo que vincula la visualización matemática con propuestas de educación STEM en las que la representación gráfica cumple una función articuladora entre el razonamiento científico y la modelación de fenómenos. En esta perspectiva, la incorporación de tecnologías digitales abre posibilidades para enriquecer el uso del modelo de barras al transformar esquemas estáticos en representaciones dinámicas que amplifican la exploración y el análisis en tareas de modelado matemático.

Futuras investigaciones podrían profundizar en cómo los estudiantes articulan sus representaciones visuales con el lenguaje algebraico, así como en examinar el impacto del modelo de barras en diferentes niveles educativos. También se piensa en investigar el desarrollo del pensamiento algebraico al implementar el modelo de barras en el abordaje de diferentes temáticas como resolución de ecuaciones lineales o cuadráticas. Asimismo, se sugiere realizar estudios del modelo de barras en combinación con enfoques didácticos, como la enseñanza con variación, con el fin de valorar su implementación en contextos diversos.

Referencias

- Arcavi, A. (2015). Revisiting aspects of visualization in mathematics education. *La Matematica Nella Società e Nella Cultura*, 8(3), 143–160.
- Arcavi, A. (2000). Problem driven research in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(2), 141–173.
- Büscher, C. (2021). Teachers' Adaptions of the Percentage Bar Model for Creating Different Learning Opportunities. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0643. <https://doi.org/10.29333/iejme/10942>
- Bulac, R. C. (2019). Singapore Bar Model Approach in Teaching Math VI. *Journal of Physics: Conference Series*, 1254(1). <https://doi.org/pttq>
- Chalé Can, S. D., & Acuña Soto, C. (2012). El papel de la visualización en el desarrollo del pensamiento algebraico. En Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Ed.), *Segundo Coloquio de Doctorado, Cinvestav*. Cinvestav – IPN.
- Hershkowitz, R., Arcavi, A., & Bruckheimer, M. (2001). Reflections on the status and nature of visual reasoning – the case of the matches. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(2), 255–265. <https://doi.org/10.1080/00207390010010917>
- Kempen, L., & Roos, A. (2024). Solving algebraic equations by using the bar model: Theoretical and empirical considerations. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(9), em2505. <https://doi.org/pttr>

- Koleza, E. (2015). The bar model as a visual aid for developing complementary / variation problems. En K. Konrad & N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of CERME 9, The ninth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1940–1946). Charles University – ERME.
- Naeem Shah, M. (2022). Determining the Effect of Bar Model Technique on Students' Mathematical Word Problem Solving Skills. *Journal of Contemporary Teacher Education*, 6(1), 145–156. <https://doi.org/10.58444/jcte.v6i1.734>
- Osman, S., Che Yang, C. N. A., Abu, M. S., Ismail, N., Jambari, H., & Kumar, J. A. (2018). Enhancing Students' Mathematical Problem-Solving Skills through Bar Model Visualisation Technique. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 273–279. <https://doi.org/10.12973/iejme/3919>
- Ruiz, S. U., Bravo, J. A. F., & Palop, M. P. (2016). El modelo de barras: una estrategia para resolver problemas de enunciado en Primaria. *Revista Internacional de Ciencia, Matemáticas y Tecnología*, 3(1), 23–37.
- Sabena, C., Schäfer, M., Fetzer, M., Hsu, H.-Y., & Yuan, Zhiqiang (2024). Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics. En J. Wang (ed.), *Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education* (Volume I; pp. 422–426). East China Normal University.
- Sevinç, Ş., & Baysal, E. (2021). The role of the Singapore bar model in reducing students' errors on algebra word problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53, 289–310. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1944683>.
- Shah, M. N., Anjum, F., Chand, S., & Tabassum, P. D. R. (2021). Enhancing Mathematical Word Problem Solving Skills: Using Bar Model Visualization Technique. *International Research Journal of Education and Innovation*, 2(3), 119–128. <https://doi.org/ptts>
- Spencer, R., & Fielding, H. (2015). Using the Singapore Bar Model to support the interpretation and understanding of word problems in Key Stage 2. En British Society for Research into Learning Mathematics (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (pp. 114–119). BSRLM
- Valenzuela, G. J., & Gutiérrez, V. (2018). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generalización visual de sucesiones de figuras. *Educación Matemática*, 30(2), 49–72.



Autor de correspondencia

Juan Luis Ramírez Lubianos | ramanujan_jl@yahoo.com.mx



La inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas

Generative Artificial Intelligence in Mathematics Education

Cristian Nava Guzmán  | cristian_nava@uaeh.edu.mx

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH)

Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI)

Recepción: 29 de mayo de 2025 | Aceptación: 27 de junio de 2025

Resumen

Este ensayo tiene como propósito divulgar entre docentes e investigadores en educación matemática los beneficios, desafíos y recomendaciones prácticas derivadas del uso de la inteligencia artificial generativa (IA-G) en la enseñanza de las matemáticas. A partir de estudios recientes (2023–2025), se argumenta que herramientas como ChatGPT pueden potenciar la enseñanza al personalizar el aprendizaje, proporcionar retroalimentación inmediata y fomentar habilidades matemáticas. Sin embargo, también se advierten riesgos significativos: desde errores conceptuales y dependencia del estudiantado, hasta dilemas éticos relacionados con la privacidad de datos y los sesgos algorítmicos. Frente a estos hallazgos, el ensayo propone integrar la IA-G de forma equilibrada con prácticas pedagógicas tradicionales, fortalecer la formación docente en competencias digitales y establecer reglamentos institucionales que regulen su implementación. Además, se enfatiza que el impacto de la IA-G dependerá no de su sofisticación técnica, sino de la mediación pedagógica crítica y contextualizada que realice el profesorado. Finalmente, se plantea una agenda de investigación futura orientada a estudiar su influencia en la enseñanza de las matemáticas, en contextos diversos y con enfoques éticamente informados.

Palabras clave

Inteligencia artificial generativa, enseñanza de las matemáticas, formación docente, ética educativa

Abstract

This essay aims to inform mathematics educators and researchers about the benefits, challenges, and practical recommendations related to the use of generative artificial intelligence (GAI) in mathematics education. Drawing on recent studies (2023–2025), it is argued that tools like ChatGPT can enhance teaching by personalizing learning, providing immediate feedback, and supporting the development of mathematical skills. However, significant risks are also identified, from conceptual errors and student dependency to ethical dilemmas involving data privacy and algorithmic bias. In response to these findings, the essay proposes integrating GAI in a balanced way alongside traditional pedagogical practices, strengthening teacher training in digital competencies, and establishing institutional guidelines to regulate its use. Moreover, it emphasizes that the impact of GAI will depend not on its technical sophistication but on the critical and context-sensitive pedagogical mediation carried out by educators. Finally, a future research agenda is outlined, focused on studying its influence on mathematics teaching in diverse settings and through ethically informed approaches.

Keywords

Generative Artificial Intelligence, mathematics education, teacher education, educational ethics.

Introducción

La presencia creciente de la inteligencia artificial (IA) en el ámbito educativo ha comenzado a reconfigurar, con implicaciones aún en disputa, los modos en que se enseña y se aprende. Lejos de ser una incorporación meramente tecnológica, su adopción exige una comprensión fina de lo que la IA implica y de cómo puede —o no— integrarse en prácticas pedagógicas sustantivas, especialmente en disciplinas como la educación matemática. En su acepción más extendida, la IA designa a un conjunto de sistemas computacionales capaces de ejecutar tareas que antes requerían inteligencia humana —como razonar, aprender o interpretar lenguaje natural—, a través del procesamiento masivo de datos y algoritmos adaptativos (Gabriel et al., 2025).

Una distinción central para este análisis reside en separar entre inteligencia artificial generativa y no generativa, según el tipo de tareas que estos sistemas ejecutan. Mientras que las versiones tradicionales de IA operan reconociendo patrones, clasificando datos o emitiendo recomendaciones, los modelos generativos —como ChatGPT— son capaces de construir contenido inédito, formulado a partir de grandes volúmenes de información previa (Frieder et al., 2024). Esta diferencia no es meramente técnica, sino que redefine el modo en que estas herramientas pueden intervenir en los procesos de enseñanza.

Los sistemas generativos exhiben una versatilidad que resulta especialmente atractiva en contextos educativos: pueden interpretar instrucciones

en lenguaje natural, elaborar explicaciones conceptuales, redactar procedimientos matemáticos o incluso diseñar ejercicios ajustados a un nivel específico de dificultad. Sin embargo, la velocidad de su adopción ha superado, en muchos casos, la reflexión crítica sobre sus efectos. No se trata solamente de aprovechar su capacidad para automatizar tareas, sino de interrogarse por las condiciones pedagógicas que permiten su uso con sentido (Remoto, 2023).

En el caso particular de la enseñanza matemática, su despliegue ha suscitado posturas encontradas. Mientras algunos docentes celebran su utilidad para detallar soluciones paso a paso o personalizar retroalimentaciones, otros advierten sobre los riesgos asociados a errores conceptuales, dependencia excesiva o usos impropios, como el plagio automatizado (Dasari et al., 2024). Estas tensiones muestran que no basta con integrar la IA-G por su novedad, sino que es preciso considerar sus alcances reales, límites y efectos colaterales.

Este ensayo propone comunicar los beneficios, riesgos y orientaciones prácticas vinculadas al uso de inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas, tomando como punto de partida su popularización a partir de 2023 con el lanzamiento de ChatGPT, hasta los estudios más recientes de 2025. A través del análisis de evidencia empírica y conceptual, se busca contribuir a un debate informado que supere tanto las posturas tecnofóbicas como los entusiasmos acríticos. Las secciones siguientes abordarán los aportes más relevantes identificados en la literatura, los dilemas emergentes y las condiciones que harían posible una integración formativa y ética de esta tecnología.

Beneficios del uso de la inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas

El panorama reciente de investigaciones sobre inteligencia artificial generativa (IA-G) en educación matemática revela una gama diversa de aportes, cuya relevancia varía según los contextos y condiciones de uso. Lejos de constituir una solución homogénea, su impacto se manifiesta en múltiples niveles: desde el acompañamiento individualizado del aprendizaje hasta la expansión de prácticas pedagógicas innovadoras.

Uno de los aspectos más destacados es su capacidad para ajustarse a los ritmos y estilos de aprendizaje particulares. En un estudio llevado a cabo por Supriyadi y Kuncoro (2023) se observó cómo IA-G respondía con precisión a las necesidades de estudiantes con distintos niveles de dominio matemático, adaptando el nivel de complejidad de sus respuestas. Esta flexibilidad resulta especialmente útil en entornos donde la diversidad de conocimientos previos representa un desafío constante. Más aún, Rizos et

al. (2024), trabajando con estudiantes con necesidades educativas especiales en Grecia, documentaron mejoras en la participación y confianza al utilizar materiales elaborados por IA-G. Los resultados no solo cumplieron con los objetivos curriculares, sino que mostraron cómo la herramienta puede actuar como mediador sensible ante distintos perfiles de aprendizaje.

Además de su capacidad adaptativa, otro hallazgo recurrente en la literatura es su influencia positiva en la actitud hacia las matemáticas. Zafrullah et al. (2023) identificaron que estudiantes de formación docente valoraban especialmente la posibilidad de resolver dudas de forma inmediata en un entorno libre de juicios y presiones. Este tipo de interacción fomenta la exploración autónoma, lo cual puede incidir favorablemente en la autoeficacia y disminuir la ansiedad matemática. Gabriel et al. (2025) complementan esta visión al destacar cómo la retroalimentación continua opera como un andamiaje, que si bien orienta, no sustituye la participación activa del alumno.

Un tercer plano, menos abordado pero no menos significativo, es el desarrollo de habilidades matemáticas. En un experimento con estudiantes de álgebra lineal, Karjanto (2023) combinó ChatGPT con SageMath para facilitar la comprensión de temas como la descomposición matricial. En lugar de ofrecer respuestas automáticas, la IA generativa fue utilizada para formular preguntas intermedias y sugerencias que propiciaban un razonamiento más estructurado, promoviendo así una apropiación conceptual genuina.

En términos didácticos, su integración también ha ampliado el repertorio de estrategias disponibles para el profesorado. Pavlova (2024) diseñó una experiencia de aula invertida en la que los estudiantes exploraban conceptos matemáticos mediante IA antes del encuentro presencial. Esta reorganización permitió utilizar el tiempo en clase para actividades colaborativas más complejas, lo que, según la autora, redujo el estrés académico y fortaleció aprendizajes.

Finalmente, en contextos con escaso acompañamiento docente, la IA-G se ha convertido en una forma de tutoría continua. Govender (2023) argumenta que su disponibilidad permanente —sin restricciones horarias ni geográficas— amplía las oportunidades de práctica autónoma y democratiza el acceso a contenidos. Así, la herramienta deja de ser un simple apoyo tecnológico para convertirse en un puente hacia una educación más equitativa. En conjunto, los beneficios señalados no derivan exclusivamente de las capacidades técnicas de la IA generativa, sino del modo en que esta se articula con decisiones pedagógicas. Cuando es guiada por la intervención docente, la IA-G no reemplaza la enseñanza tradicional: la complementa, la expande y, en ocasiones, la transforma.

Desafíos y riesgos de la inteligencia artificial generativa en la enseñanza de las matemáticas

Aunque los avances recientes en inteligencia artificial generativa (IA-G) abren horizontes prometedores en el ámbito educativo, su implementación en matemáticas no está exenta de tensiones. Lejos de tratarse de una adopción técnica sin fisuras, múltiples investigaciones coinciden en señalar puntos críticos que requieren atención cuidadosa. En esta sección, se exploran cuatro de esas problemáticas, que van desde errores en las respuestas hasta implicaciones éticas.

Un primer punto de fricción es la confiabilidad fluctuante de los resultados generados por los modelos. A pesar del progreso demostrado en modelos como ChatGPT-4, siguen presentándose inconsistencias, sobre todo al enfrentarse con ejercicios que demandan razonamiento abstracto o interpretación avanzada. Frieder et al. (2024), tras un análisis de las capacidades matemáticas del modelo, documentaron errores persistentes en problemas no rutinarios: desde soluciones numéricamente correctas pero justificadas con razonamientos inválidos, hasta inferencias sin sustento formal. Esta ambigüedad exige del usuario un juicio crítico que no siempre está suficientemente desarrollado, especialmente en estudiantes con formación incipiente.

En paralelo, preocupa la tendencia creciente hacia una delegación excesiva de la responsabilidad cognitiva. Dasari et al. (2024) encontraron que el uso excesivo de la IA generativa en la resolución de problemas correlacionaba negativamente con el desempeño en tareas que requerían pensamiento autónomo. Al recibir soluciones completas sin necesidad de elaborar procedimientos intermedios, algunos estudiantes adoptaron una postura pasiva que contraviene la lógica exploratoria del aprendizaje matemático. En este sentido, la IA puede llegar a reducir la exposición al error y, con ello, a limitar instancias clave para la construcción de significado.

Desde otro ángulo, se señalan limitaciones en la calidad conceptual de las respuestas. Remoto (2023) argumenta que, aunque gramaticalmente correctas, muchas explicaciones producidas por IA-G carecen de coherencia lógica desde un punto de vista matemático. Esto se debe a que los modelos operan sobre patrones de lenguaje, sin un marco semántico disciplinar que les permita distinguir entre afirmaciones plausibles y afirmaciones válidas. A diferencia del docente, que identifica intuiciones erróneas o huecos conceptuales, el sistema reproduce respuestas “verosímiles” sin filtro.

Tampoco puede soslayarse la dimensión ética que atraviesa el uso de estas tecnologías. Govender (2023) advierte sobre la opacidad con la que muchas plataformas recopilan datos del usuario, a menudo sin protocolos claros de protección o consentimiento informado. Además, la IA no está

exenta de reproducir sesgos incorporados en los datos con los que fue entrenada, lo que puede dar lugar a respuestas inequitativas o sesgadas culturalmente, afectando en especial a estudiantes provenientes de grupos históricamente subrepresentados.

Estas observaciones invitan a superar la visión tecnocentrista que asume que basta con disponer de la herramienta para mejorar el aprendizaje. Por el contrario, el uso educativo de la IA-G requiere normas de implementación cuidadosamente diseñadas, donde el protagonismo docente siga siendo central. Como sugieren diversas investigaciones (Dasari et al., 2024; Frieder et al., 2024), sería deseable incorporar protocolos de verificación, estrategias de mediación crítica y propuestas de enseñanza que promuevan una interacción activa, reflexiva y contextualizada con las respuestas generadas por la IA. Solo en tales condiciones es posible que esta tecnología actúe como catalizador y no como sustituto del pensamiento matemático.

Recomendaciones para el uso de la inteligencia artificial en la enseñanza de las matemáticas

Frente a los beneficios y dilemas ya planteados, diversas investigaciones han comenzado a delinear orientaciones prácticas para incorporar la inteligencia artificial generativa (IA-G) en la enseñanza matemática sin comprometer la calidad pedagógica. Estas propuestas, más que prescribir recetas universales, buscan articular criterios situados que permitan guiar su implementación de manera consciente. Tres dimensiones sobresalen en este debate: el equilibrio didáctico, la preparación docente y la regulación institucional.

Un primer horizonte de acción apunta a evitar el uso acrítico de estas herramientas, privilegiando una integración cuidadosa con prácticas pedagógicas ya consolidadas. Govender (2023) subraya que el potencial de sistemas como ChatGPT no reside en reemplazar al profesorado, sino en complementar su intervención mediante estrategias específicas. Para ello, es fundamental que el docente mantenga un rol activo, que no solo implique controlar el uso de la IA en clase, sino también formar al estudiantado en competencias críticas como redactar instrucciones precisas, evaluar la consistencia de las respuestas y reconocer sus límites. Esta alfabetización, entendida como un conjunto de habilidades técnico-reflexivas, constituye uno de los núcleos de la ciudadanía digital en el siglo XXI.

Otra línea de trabajo se refiere al desarrollo profesional docente. Más allá del dominio técnico, Supriyadi y Kuncoro (2023) enfatizan la necesidad de repensar las competencias docentes que permitan articular la IA-G con finalidades educativas genuinas. Esto incluye saber anticipar errores frecuentes, diseñar actividades donde el uso de la IA tenga sentido formativo, y reflexionar sobre los dilemas éticos implicados. En la misma dirección,

Pelton y Pelton (2023) sugieren incorporar experiencias con IA-G desde la formación inicial del profesorado. No se trata solo de aprender a usar la herramienta, sino de construir un saber didáctico que permita adaptarla creativamente al contexto del aula. A ello se suma la propuesta de generar comunidades profesionales donde docentes compartan estrategias, errores, ajustes y aprendizajes vinculados al uso de estos modelos, favoreciendo así una inteligencia colectiva en torno a su apropiación educativa.

Un tercer componente, no menos relevante, involucra el diseño de políticas escolares que acompañen esta transformación. Pavlova (2024), en su análisis sobre clases invertidas con asistencia de IA, advierte que toda innovación debe ir acompañada de normativas claras que delimiten roles, tiempos y propósitos. Estas guías no solo deben regular aspectos operativos —como el uso de modelos en evaluaciones o tareas—, sino también establecer protocolos de transparencia, protección de datos y criterios de autoría. Por su parte, Liu et al. (2023) proponen un enfoque organizativo denominado DATS (Developers, Administrators, Teachers, Students), que busca una coordinación responsable entre los actores implicados con el fin de evitar decisiones aisladas o incoherentes.

Ahora bien, más allá del marco normativo, también se recomienda cuidar el tipo de tareas que se proponen en clase. Karjanto (2023) y Dasari et al. (2024) coinciden en que la IA genera mejores resultados cuando se enfrenta a desafíos abiertos: problemas que no pueden resolverse únicamente repitiendo patrones, sino que requieren interpretación, argumentación y juicio propio. Formular preguntas que inviten a comparar soluciones, justificar decisiones o revisar errores resulta más eficaz que limitarse a tareas cerradas que la IA puede automatizar sin dificultad.

En definitiva, la incorporación de inteligencia artificial generativa en matemáticas no debería pensarse como una mera novedad tecnológica, sino como una oportunidad para renovar los modos de enseñar, aprender y evaluar. Para que esa oportunidad no derive en fragmentación o banalización, es imprescindible un enfoque integrado que combine formación docente, regulaciones claras y una práctica didáctica deliberadamente situada. En este escenario, el rol del profesorado no desaparece, sino que se transforma, pasa de ser facilitador de contenidos a mediador crítico entre los saberes matemáticos, las herramientas digitales y los procesos formativos del estudiantado.

Discusión

Al trazar una síntesis crítica de los hallazgos abordados, se impone una lectura mesurada: la inteligencia artificial generativa (IA-G) aplicada a la enseñanza matemática no debe imaginarse como solución universal, ni

tampoco como fuerza disruptiva que diluye la experiencia educativa. Su verdadero potencial y sus riesgos dependen, en última instancia, de las condiciones bajo las cuales se inserta en las prácticas pedagógicas. En ese sentido, la mayoría de las investigaciones convergen en una advertencia compartida: su integración exige deliberación, juicio profesional y diseño didáctico intencionado (Govender, 2023; Supriyadi & Kuncoro, 2023).

Antes que desplazar al docente, la IA-G parece provocar una reconfiguración de su rol. El profesor ya no se limita a transmitir contenidos, asume ahora funciones de mediador, curador de recursos y formador del pensamiento. Su tarea consiste en orientar a los estudiantes en la interacción con estos sistemas: enseñar a formular preguntas que generen respuestas útiles, a detectar errores conceptuales y a establecer conexiones entre lo que produce la IA y los tópicos que sustentan la disciplina. En este tránsito, la figura docente no pierde protagonismo, se vuelve más estratégica.

Simultáneamente, se transforma la posición del estudiante. El acceso constante a asistentes virtuales abre posibilidades para la autonomía, pero también para una forma de dependencia que puede comprometer el aprendizaje. Dasari et al. (2024) evidenciaron, a través de un estudio cuasi-experimental, que cuando la IA se utiliza sin acompañamiento reflexivo, los resultados académicos tienden a deteriorarse. La tensión no es nueva: recuerda las polémicas iniciales sobre la introducción de la calculadora en el aula, donde la discusión no era su uso en sí, sino su pertinencia según el objetivo didáctico. De forma análoga, integrar IA-G exige decidir en qué momentos potencia el aprendizaje y en cuáles podría socavarlo.

Desde un enfoque más sistémico, Farrokhnia et al. (2023) han propuesto un análisis FODA de ChatGPT, subrayando no solo sus fortalezas operativas, sino también los peligros que puede implicar como la delegación acrítica del pensamiento. Su propuesta es clara: utilizar estos modelos como catalizadores de la creatividad y la indagación, siempre que las tareas propuestas exijan más que seguir instrucciones. Por ejemplo, al solicitar que el estudiante contraste soluciones, explore alternativas no sugeridas por la IA o argumente por qué una respuesta merece confianza, se promueve una relación activa con el conocimiento generado artificialmente.

Pavlova (2024) ilustra esta posibilidad mediante experiencias en clases invertidas apoyadas por IA, donde las preguntas guían el uso de la tecnología y la discusión en grupo permite detectar errores, validar intuiciones y construir explicaciones colectivas. Este tipo de práctica convierte al aula en un espacio más colaborativo, menos centrado en la reproducción de procedimientos y más abierto a la interpretación y la argumentación.

A nivel institucional, Liu et al. (2023) insisten en que los resultados educativos asociados al uso de IA-G no dependen únicamente del diseño de los

algoritmos, sino de las ecologías organizativas que los rodean. Su modelo DATS (Desarrolladores, Administradores, Teachers, Students) propone coordinar esfuerzos entre todos los actores implicados, generando políticas claras sobre la utilización pedagógica de estas tecnologías. Sin marcos normativos que incluyan pautas sobre ética de datos, transparencia en la autoría y criterios de uso responsable, la IA puede terminar operando de forma opaca o fragmentaria, con efectos contradictorios sobre el proceso formativo.

Más recientemente, ha comenzado a documentarse el impacto específico de estas herramientas en la construcción del razonamiento estadístico. En el estudio de Wahba et al. (2024) se reportó que el uso sostenido de IA generativa no solo facilitaba la realización de tareas mecánicas, sino que promovía el desarrollo de habilidades interpretativas y justificativas en estudiantes de nivel medio superior. El modelo no se limitó a ofrecer respuestas correctas, sino que explicaba procedimientos, fundamentaba decisiones y adaptaba representaciones según el nivel de comprensión del usuario. Esta interacción personalizada propició el tránsito desde estrategias elementales hasta formas más elaboradas de razonamiento, en un proceso de andamiaje conversacional difícil de replicar con materiales estáticos.

Estos resultados, centrados en la estadística, ofrecen pistas para su extrapolación a otros ejes matemáticos, como la geometría o el cálculo. En estos dominios, el valor de la IA no reside en automatizar la respuesta, sino en multiplicar los caminos para llegar a ella. IA-G puede generar contraejemplos, traducir entre lenguaje simbólico y lenguaje natural o sugerir variaciones de un mismo problema. En todos estos casos, lo que se activa no es solo la resolución procedimental, sino la reflexión sobre los fundamentos que sustentan las operaciones. En definitiva, la IA-G abre la puerta a nuevas formas de interacción entre el sujeto que aprende y los objetos matemáticos, contribuyendo a una comprensión más rica, contextualizada y flexible del conocimiento (Wahba et al., 2024).

Conclusión

A partir del análisis realizado, se concluye que la inteligencia artificial generativa (IA-G) representa un punto de inflexión en la enseñanza de las matemáticas. Sus potencialidades son significativas: permite personalizar el aprendizaje, ofrecer retroalimentación inmediata, motivar al alumnado y expandir las oportunidades de práctica autónoma. Estudios recientes, como los de Rizos et al. (2024), Karjanto (2023) y Zafrullah et al. (2023), han documentado cómo, bajo ciertas condiciones, herramientas como ChatGPT y otros modelos de lenguaje pueden mejorar tanto el desempeño académico como las actitudes hacia la matemática.

Sin embargo, esta promesa viene acompañada de responsabilidades inéditas. La literatura presentada, especialmente las contribuciones de Dasari et al. (2024) y Frieder et al. (2024), señala con claridad que un uso acrítico o desregulado de la IA-G puede generar efectos contrarios: dependencia tecnológica, errores conceptuales, vulneración de la integridad académica y pérdida de profundidad en el aprendizaje. Estos riesgos no deben disuadir el uso de la IA generativa, pero sí obligan a diseñar estrategias didácticas, éticas e institucionales que guíen su implementación.

En términos prácticos, se recomiendan tres líneas de acción. Primero, planificar cuidadosamente la incorporación de la IA-G, estableciendo criterios claros sobre qué usos son pedagógicamente válidos y cuáles no. Segundo, formar a los docentes en el uso crítico y creativo de estas herramientas, dotándolos de estrategias para integrarlas en actividades que desarrollen habilidades matemáticas profundas. Tercero, revisar las políticas institucionales relativas a evaluación, privacidad de datos y equidad digital, de modo que el acceso a la IA no amplifique las brechas educativas existentes.

De manera transversal, debe mantenerse una vigilancia conceptual: la IA-G no debe convertirse en un oráculo que responde sin ser cuestionado. El aprendizaje matemático implica procesos cognitivos, afectivos y sociales que exceden lo que los modelos generativos pueden reproducir. Por tanto, el foco debe estar en diseñar entornos de aprendizaje en los que la IA generativa sea un medio para potenciar la comprensión, no un fin en sí mismo y en los que la presencia de la tecnología no opaque, sino potencie, la interacción humana significativa. En última instancia, el desafío no es técnico, sino pedagógico. El éxito de la IA generativa en la enseñanza de las matemáticas dependerá no tanto de su sofisticación algorítmica, sino de la creatividad, reflexión y compromiso ético con el que la comunidad educativa se apropie de ella.

Futura investigación

La incorporación de inteligencia artificial generativa (IA-G) en la enseñanza matemática se encuentra aún en un momento incipiente, marcado por su rápida diseminación, un entusiasmo sostenido y múltiples ensayos pedagógicos de carácter exploratorio. En este escenario aún difuso, surgen preguntas fundamentales que reclaman investigación sistemática si se desea construir un campo sólido, capaz de transitar con criterio entre la novedad tecnológica y el juicio educativo.

Una línea de investigación consiste en examinar los efectos acumulativos del uso prolongado de IA-G sobre el aprendizaje matemático. Hasta ahora no se dispone de evidencia concluyente que indique si la interacción continua con asistentes generativos impacta de forma estable en el desempeño en

pruebas estandarizadas, o si incide en decisiones vocacionales relacionadas con áreas STEM. Para responder con precisión, será necesario diseñar estudios longitudinales que consideren no solo indicadores de logro, sino también dimensiones afectivas, motivacionales y cognitivas, de modo que el análisis no quede limitado al rendimiento cuantitativo.

Otra vertiente apunta a una aproximación de corte etnográfico del aula: ¿qué ocurre cuando la IA participa activamente del entramado didáctico? Resulta pertinente documentar cómo se transforman las preguntas de los estudiantes, qué adaptaciones introducen los docentes y de qué manera se redefine el valor de la tarea matemática cuando parte de ella se delega a un interlocutor algorítmico. Comprender estas transformaciones no solo permitirá refinar marcos teóricos existentes, sino también anticipar cambios en las ecologías de aprendizaje propias de contextos híbridos.

Por otra parte, el desarrollo de conocimiento situado es esencial. América Latina y particularmente sus regiones más vulnerables presenta condiciones de infraestructura, formación docente y acceso tecnológico muy distintas a las que prevalecen en los países que lideran esta agenda investigativa. En estos contextos, la IA-G puede actuar como recurso democratizador o, por el contrario, como mecanismo de exclusión, dependiendo de su diseño, implementación y acompañamiento. Investigar cómo estas tecnologías operan en tales realidades no es una cuestión opcional, sino una exigencia ética y epistemológica.

En paralelo, Liu et al. (2023) advierten sobre la importancia de promover espacios intersectoriales donde converjan desarrolladores, autoridades educativas, docentes y estudiantes. Más allá de indagar qué es posible hacer con IA generativa, se vuelve crucial debatir qué es deseable hacer con ella. Esta reflexión ética no se agota en normativas técnicas, sino que remite a una visión de la educación como acto político y cultural, en el que el ser humano conserva la centralidad en un entorno crecientemente mediado por algoritmos.

En suma, avanzar en esta línea de investigación implica ir más allá de métricas de rendimiento. Se trata de explorar cómo se reconfigura la práctica docente, qué nuevos desafíos emergen en la relación pedagógica, y de qué modo podemos construir marcos institucionales que garanticen una apropiación crítica, justa y formativa de estas tecnologías. La IA-G, más que una herramienta de eficiencia, interpela a la educación como campo de decisiones sobre el conocimiento, la autonomía y el futuro compartido.

Referencias

- Dasari, D., Hendriyanto, A., Sahara, S., Suryadi, D., Muhaimin, L. H., Chao, T., & Fitriana, L. (2024). ChatGPT in didactical tetrahedron, does it make an exception? A case study in mathematics teaching. *Journal of Physics: Conference Series*, 2532(1), 012013. <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1295413>
- Farrokhnia, M., Banihashem, S. K., Noroozi, O., & Wals, A. (2023). A SWOT analysis of ChatGPT: Implications for educational practice and research. *Innovations in Education and Teaching International*, 61(3), 460–474. <https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2195846>
- Frieder, S., Pinchetti, L., Griffiths, R. R., Salvatori, T., Lukasiewicz, T., Petersen, P., & Berner, J. (2024). Mathematical capabilities of ChatGPT. En *Advances in Neural Information Processing Systems* 36(1). <https://doi.org/gr2633>
- Gabriel, F., Kennedy, J., Marrone, R., & Leonard, S. (2025). Pragmatic AI in education and its role in mathematics learning and teaching. *npj Science of Learning*, 10(1), Article 26. <https://doi.org/10.1038/s41539-025-00315-4>
- Govender, R. (2023). The impact of artificial intelligence and the future of ChatGPT for mathematics teaching and learning in schools and higher education. *Pythagoras*, 44(1), Article a787. <https://doi.org/g9p88g>
- Karjanto, N. (2023). Investigating difficulties and enhancing understanding in linear algebra: Leveraging SageMath and ChatGPT for (orthogonal) diagonalization and singular value decomposition. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 20(9), 16551–16595. <https://doi.org/10.3934/mbe.2023738>
- Liu, M., Ren, Y., Nyagoga, L. M., Stonier, F., Wu, Z., & Yu, L. (2023). Future of education in the era of generative artificial intelligence: Consensus among Chinese scholars on applications of ChatGPT in schools. *Future in Educational Research*, 1(1), 72–101. <https://doi.org/10.1002/fer3.10>
- Pavlova, N. H. (2024). Flipped dialogic learning method with ChatGPT: A case study. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(1), Article em0764. <https://doi.org/10.29333/iejme/14025>
- Pelton, T., & Pelton, L. F. (2023). Adapting ChatGPT to support teacher education in mathematics. En *Proceedings of SITE 2023 – Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 1662–1670). Association for the Advancement of Computing in Education. <https://www.learntechlib.org/primary/p/222047/>
- Remoto, J. P. (2023). ChatGPT and other AIs: Personal relief and limitations among mathematics-oriented learners. *Environment and Social Psychology*, 9(1), 28–34. <https://doi.org/10.54517/esp.v9i1.1911>
- Rizos, I., Foykas, E., & Georgakopoulos, S. V. (2024). Enhancing mathematics education for students with special educational needs through generative AI: A case study in Greece. *Contemporary Educational Technology*, 16(4), Article ep535. <https://doi.org/10.30935/cedtech/15487>

- Supriyadi, E., & Kuncoro, K. S. (2023). Exploring the future of mathematics teaching: Insight with ChatGPT. *UNION: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 11(2), 305–316. <https://doi.org/10.30738/union.v11i2.14898>
- Wahba, F., Ajlouni, A. O., & Abumosa, M. A. (2024). The impact of ChatGPT-based learning statistics on undergraduates' statistical reasoning and attitudes toward statistics. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), Article em2468. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14726>
- Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), Article em2286. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13272>
- Zafrullah, Z., Hakim, M. L., & Angga, M. (2023). ChatGPT Open AI: Analysis of mathematics education students' learning interest. *Journal of Technology Global*, 1(1), 1–10. <https://bit.ly/4khIi7s>

**Autor de correspondencia**

Cristian Nava Guzmán | cristian_nava@uaeh.edu.mx