



Retos y Perspectivas en la Enseñanza de las Matemáticas

Una descomposición genética del objeto matemático de proporcionalidad: Estudio desde la teoría APOE en contexto escolar

A genetic decomposition of the mathematical object of proportionality: study from the APOS theory in a school context

Flavio Mora Cid  | flavio.mora2401@alumnos.ubiobio.cl
Universidad del Bío-Bío, Chile

 **Patricia Rojas Salinas**  | patricia.rojas@udalba.cl
Universidad del Alba, Chile

Recepción: 29 de mayo de 2026 | Aceptación: 7 de octubre de 2026

Resumen

Este estudio analiza las construcciones y mecanismos mentales que manifiestan estudiantes de 7° básico en torno al Objeto matemático de la Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE. Se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un alcance exploratorio-descriptivo, mediante un estudio de caso. Se consideraron producciones escritas y entrevistas semiestructuradas basadas en tareas, aplicadas a un grupo de nueve estudiantes a partir de su interacción con una secuencia de actividades. Los resultados evidencian que la mayoría de las construcciones observadas se sitúan en niveles de Acción y Proceso, con avances diferenciados según el tipo de proporcionalidad. En la proporcionalidad directa se observó una mayor estabilidad de los Procesos asociados a la construcción de una constante de proporcionalidad. En contraste, la proporcionalidad inversa presentó construcciones más frágiles y dependientes del contexto, destacando el producto constante como un punto crítico en la coordinación de Procesos. Mientras la proporcionalidad directa evidencia mayores niveles de interiorización y coordinación de Procesos, la proporcionalidad inversa presenta estructuras cognitivas más inestables y con menor articulación entre los mecanismos mentales requeridos para su encapsulación.

Palabras clave

proporcionalidad, razonamiento proporcional, descomposición genética, teoría APOE, construcciones mentales.

 Autora de correspondencia | Patricia Rojas Salinas

Abstract

This study analyzes the mental constructs and mechanisms that 7th-grade students demonstrate regarding the mathematical object of proportionality, from the perspective of the APOS theory. It was developed using a qualitative approach, with an exploratory-descriptive scope, through a case study. Written work and semi-structured, task-based interviews were conducted with a group of nine students following their interaction with a sequence of activities. The results show that most of the observed constructs are situated at the Action and Process levels, with differentiated progress depending on the type of proportionality. In direct proportionality, greater stability was observed in the processes associated with constructing a constant of proportionality. In contrast, inverse proportionality presented more fragile and context-dependent constructs, highlighting the constant product as a critical point in the coordination of processes. While direct proportionality demonstrates higher levels of internalization and coordination of processes, inverse proportionality presents more unstable cognitive structures with less articulation among the mental mechanisms required for its encapsulation.

Keywords

proportionality, proportional reasoning, genetic decomposition, APOS theory, mental constructs.

Introducción

La enseñanza de la Matemática constituye un desafío importante en el ámbito escolar. Diversos informes han reportado deficiencias en el logro de aprendizajes en esta área; por ejemplo, a nivel internacional, la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA, 2024) informó que, según los resultados del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) 2023, alrededor del 7% de los estudiantes de 4° y 8° grado, a nivel global, logró el nivel de desempeño más alto en Matemática. En el contexto chileno, los resultados del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) de 2019 evidenciaron una escasa evolución en el nivel de logro de estudiantes de 8° básico respecto de mediciones anteriores (Agencia de Calidad de la Educación, 2020).

Dentro de la asignatura de Matemática, el aprendizaje de la proporcionalidad constituye un desafío relevante, tanto en la enseñanza básica, donde se inicia su formalización, como en etapas posteriores de la trayectoria escolar. Para Cuevas-Vallejo et al. (2023), la comprensión de la proporcionalidad representa un antecedente importante para el desarrollo de nociones más avanzadas en cálculo, álgebra lineal y estadística, puesto que el desarrollo de habilidades asociadas a las proporciones no solo potencia el aprendizaje matemático, sino también la capacidad de aplicar

este conocimiento en diversos contextos escolares y en la toma de decisiones cotidianas. En esta misma línea, Abramovich y Connell (2021) sostienen que esta relevancia radica en que el desarrollo del razonamiento proporcional implica transitar desde un pensamiento aditivo hacia uno multiplicativo.

A partir de ello, la proporcionalidad adquiere un carácter transversal y relevante en distintas áreas, representando un conocimiento clave para la comprensión de otros tópicos como la pendiente, los porcentajes o las razones trigonométricas (Abramovich & Connell, 2021). Del mismo modo, cumple un rol fundamental en la comprensión de nociones presentes en otras disciplinas científicas como la conversión de unidades, la interpretación de escalas y la estequiometría (Stott, 2021). Además, resulta esencial en el proceso de matematización en Física, al permitir interpretar relaciones como tasas de cambio, densidad u otras magnitudes (Boudreaux et al., 2020).

Entre las dificultades más reportadas se encuentran la incapacidad de distinguir situaciones proporcionales de las no proporcionales (Sari et al., 2024), la aplicación preferente de estrategias aditivas (Karli & Yildiz, 2022) y el uso mecánico de algoritmos como la *regla de tres*, sin una comprensión profunda de la situación de proporcionalidad (Burgos & Godino, 2020). Del mismo modo, Cuevas-Vallejo et al. (2023) destacan la automatización de procedimientos algorítmicos sin atender al contexto del problema y la desvinculación con el concepto de razón.

En el marco de la teoría APOE, Rosyidi y Hasanah (2022) analizaron la construcción del concepto de proporcionalidad directa en estudiantes de sexto grado, utilizando tareas y entrevistas para identificar evidencias asociadas a las construcciones de Acción, Proceso, Objeto y Esquema. Sus resultados muestran la pertinencia de la teoría para interpretar la construcción progresiva de relaciones proporcionales. Sin embargo, el estudio se focalizó en la proporcionalidad directa y no examinó la diferenciación cognitiva entre relaciones directas e inversas ni la articulación entre los mecanismos de construcción de APOE y los componentes de covariación e invariancia que caracterizan el razonamiento proporcional.

Respecto al concepto de proporción, Mahfudhoh et al. (2023) analizaron su construcción en estudiantes de sexto grado; sin embargo, su estudio no desarrolló una Descomposición Genética que diferencie las trayectorias asociadas a la proporcionalidad directa e inversa ni profundizó en el análisis de invariantes. Carlson et al. (2002), por su parte, desarrollaron un marco para describir las acciones mentales involucradas en el razonamiento covariacional, describiendo distintos niveles de coordinación entre cantidades que varían y la manera en que los estudiantes interpretan y

representan eventos dinámicos. Si bien este enfoque aporta elementos relevantes para comprender la coordinación de magnitudes, no se desarrolla desde la teoría APOE ni aborda específicamente la construcción de los Objetos Proporcionalidad directa e inversa.

Investigaciones previas han empleado la teoría APOE para analizar la construcción de conceptos proporcionales, particularmente en situaciones de proporcionalidad directa (Rosyidi & Hasanah, 2022), y la literatura sobre razonamiento proporcional ha identificado la covariación y la invariancia multiplicativa como componentes fundamentales de dicho razonamiento (Pitta-Pantazi & Christou, 2011). Sin embargo, permanece menos explorada la articulación entre los mecanismos de construcción propuestos por APOE y la coordinación cognitiva entre covariación e invariantes en la construcción diferenciada de relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Estas dos líneas de investigación han sido abordadas predominantemente de manera separada. En particular, permanece abierta la cuestión de cómo estos componentes se articulan con los mecanismos de construcción propuestos por APOE durante la construcción del Objeto matemático de Proporcionalidad y si dicha articulación presenta diferencias entre situaciones de proporcionalidad directa e inversa. Esta cuestión resulta especialmente relevante debido a que el dominio de procedimientos proporcionales no necesariamente implica la construcción conceptual de las relaciones que los sustentan. Así, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo se construye cognitivamente el Objeto matemático de Proporcionalidad en estudiantes de 7° básico, considerando las construcciones y mecanismos mentales propuestos por la teoría APOE? En este sentido, se busca analizar las construcciones y mecanismos mentales que manifiestan estudiantes de 7° básico en torno al Objeto matemático de la Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE.

Marco Teórico

La teoría APOE, acrónimo de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, desarrollada inicialmente por Ed Dubinsky y colaboradores, modela la construcción del conocimiento matemático a partir de la reorganización progresiva de estructuras mentales, fundamentándose en la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget (Arnon et al., 2014). Más precisamente, el marco se apoya en el concepto de abstracción reflexiva, que, según Dubinsky (1991), corresponde al proceso mediante el cual un individuo reflexiona sobre sus propias acciones mentales para identificar patrones, coordinarlos y reorganizarlos, hasta que dichas acciones se transforman en objetos de pensamiento.

De esta manera, la teoría APOE constituye un marco teórico amplio, centrado en el análisis de los mecanismos mentales involucrados en el aprendizaje de la matemática, estudiando cómo la transición entre las distintas construcciones mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema conduce a la formación de estructuras matemáticas en el sistema cognitivo del estudiante (Guerra Cáceres, 2021). Simg y Trigueros (2022) postulan que el aprendizaje de un concepto matemático se produce mediante la construcción de las estructuras mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, en conjunto con mecanismos como la interiorización, la coordinación, la encapsulación o la desencapsulación, que permiten su evolución.

El aprendizaje comienza con Acciones, entendidas como transformaciones realizadas a partir de instrucciones externas, las cuales se interiorizan en Procesos, asociados a una comprensión más profunda y flexible del concepto. Luego, los Procesos se coordinan entre sí y se encapsulan formando Objetos, que no son estructuras cerradas, sino que pueden desencapsularse en las estructuras que les dieron origen. Finalmente, los Esquemas son comprendidos como redes organizadas y coherentes de Acciones, Procesos, Objetos y otros Esquemas.

En el marco del presente estudio, las construcciones y mecanismos mentales adquieren especial relevancia para interpretar cómo los estudiantes reorganizan cognitivamente sus estrategias al enfrentar situaciones de proporcionalidad directa e inversa. Desde esta perspectiva, la teoría APOE proporciona el sustento teórico para el análisis de las construcciones mentales evidenciadas y para la formulación de la Descomposición Genética del concepto estudiado.

Uno de los instrumentos centrales de la teoría para modelar el aprendizaje es la Descomposición Genética, que, según Simg y Trigueros (2022), corresponde a un modelo hipotético que describe las estructuras mentales de Acción, Proceso, Objeto y Esquema, además de los mecanismos mentales que un estudiante genérico necesita construir para comprender un determinado concepto. La Descomposición Genética de un concepto no es única ni definitiva, sino que depende del enfoque del investigador, y puede coexistir más de una propuesta para un mismo Objeto matemático.

De acuerdo con Trigueros (2005), la elaboración de una Descomposición Genética puede sustentarse en la experiencia del investigador al enseñar o aprender el concepto, en el conocimiento acumulado sobre la teoría APOE, en antecedentes de investigación o en el análisis histórico del contenido matemático. Desde una perspectiva metodológica, orienta tanto el diseño de secuencias de actividades como la construcción de

instrumentos de recogida de información y el análisis de la evidencia empírica. Para Trigueros y Oktaç (2019), este modelo hipotético constituye un marco analítico que permite contrastar las trayectorias cognitivas hipotetizadas con las construcciones efectivamente manifestadas por los estudiantes, por lo que es posible su ajuste a partir de la evidencia obtenida.

Metodología

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de carácter interpretativo, con alcance exploratorio-descriptivo y diseño de estudio de caso, en coherencia con los fundamentos epistemológicos y metodológicos de la teoría APOE. Esta perspectiva permitió centrar el análisis en la reconstrucción de las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes movilizan en torno al objeto matemático de la proporcionalidad, privilegiando la comprensión de los significados y estructuras cognitivas subyacentes por sobre la medición de desempeños observables.

El punto de partida está dado por el diseño de la Descomposición Genética, el cual plantea, como conocimientos previos, Acciones como comparar dos cantidades mediante el cálculo de un cociente, las que se interiorizan en el Proceso de Valor de la razón, mediante el cual el estudiante comprende que la razón expresa una relación multiplicativa entre dos magnitudes. Este Proceso se encapsula en el Objeto Razón, el cual puede representarse de diversas maneras, tales como fracción, número decimal o comparación verbal, y constituye una base fundamental para la construcción de la proporcionalidad.

Luego, la Descomposición Genética incluye construcciones asociadas al Objeto Proporción: Acciones como comparar razones mediante amplificación o simplificación, determinar cocientes constantes o calcular un valor desconocido para establecer una proporción se interiorizan en el Proceso de Equivalencia de razones. En este proceso, los estudiantes reconocen que distintas expresiones numéricas pueden representar una misma relación entre magnitudes. Dichos procesos se encapsulan en el Objeto Proporción, entendido como la entidad matemática que establece la igualdad entre dos razones.

Además, se incluyen construcciones asociadas al Objeto de Proporcionalidad directa: Acciones como aumentar o disminuir una variable en la misma proporción se interiorizan en el Proceso de Interdependencia proporcional positiva de variables, en el cual se comprende que el cambio en una magnitud produce un cambio proporcional en la otra. Asimismo, acciones como calcular la constante de proporcionalidad, ya sea dividiendo o multiplicando magnitudes específicas, junto con el cálculo de valores desconocidos que preservan la relación, se interiorizan en el Proceso de

Constante de proporcionalidad, permitiendo reconocer la invariancia del cociente en este tipo de relaciones.

La coordinación de estos procesos se encapsula en el Objeto Proporcionalidad directa, concebido como una entidad matemática en la que dos magnitudes covarían en la misma dirección, manteniendo constante su cociente. De manera complementaria, Acciones como graficar o tabular el comportamiento de variables se interiorizan en el Proceso de Representaciones múltiples, contribuyendo a una comprensión global del Objeto.

Respecto de las construcciones asociadas al Objeto Proporcionalidad inversa, la Descomposición Genética preliminar plantea que el Objeto Proporcionalidad directa puede ser desencapsulado al enfrentar situaciones de proporcionalidad inversa, permitiendo recuperar y reorganizar Procesos previamente construidos. A partir de ello, se plantea la construcción del Proceso de Interdependencia proporcional negativa de variables, asociado al reconocimiento de la covariación en sentidos opuestos, así como el surgimiento del Proceso de Identificación de relaciones proporcionales, orientado a distinguir relaciones directas e inversas. La coordinación de estos Procesos contribuye a la construcción del Objeto Proporcionalidad inversa.

En este marco, acciones como calcular la constante entre las variables o determinar el valor desconocido que satisface una relación proporcional, integradas en el Proceso de Constante de proporcionalidad, se proyectan también hacia la proporcionalidad inversa. A diferencia de su rol en la proporcionalidad directa, en este caso el proceso refleja una nueva invarianza: al aumentar una magnitud, la otra disminuye de manera proporcional, manteniéndose constante el producto entre ambas. Estos procesos se encapsulan en el Objeto de Proporcionalidad inversa, diferenciado del Objeto de Proporcionalidad directa en cuanto las magnitudes covarían en sentido opuesto.

Por último, construcciones asociadas al Esquema de Proporcionalidad: los Objetos de Razón, Proporción, Proporcionalidad directa y Proporcionalidad inversa se coordinan en el Esquema de Proporcionalidad, el cual organiza el conocimiento de los estudiantes en torno a la comparación de magnitudes, la igualdad de razones, la covariación directa e inversa y la representación del comportamiento de variables en distintos contextos. Este esquema constituye la culminación de la Descomposición Genética preliminar y describe la estructura cognitiva esperable en el aprendizaje de la proporcionalidad. Esta Descomposición Genética preliminar orientó el diseño de las actividades asociadas a la planificación y puesta en marcha de la investigación.

El estudio se realizó en un establecimiento educacional municipal en una región del centro de Chile, durante la implementación de una secuencia de aprendizaje correspondiente a la asignatura de Matemática en el nivel de 7° básico.

El universo estuvo constituido por estudiantes de dos cursos de 7° básico del establecimiento participante. La muestra quedó conformada por nueve estudiantes, de entre 12 y 13 años, cuatro hombres y cinco mujeres. Los participantes fueron seleccionados mediante muestreo intencionado no probabilístico, procurando incorporar diversidad de desempeños académicos en Matemática. Para ello, se establecieron de manera orientadora tres categorías según el promedio de calificaciones obtenidas durante el año escolar: destacado (6,0 a 7,0), suficiente (4,0 a 5,9) e insuficiente (3,9 o inferior), procurando incluir al menos dos participantes de cada categoría con el propósito de acceder a distintas formas de construcción del objeto matemático en estudio.

Se incluyó a estudiantes que manifestaron voluntad de participar, contaban con consentimiento informado de sus apoderados, asentimiento personal y asistencia regular durante el proceso de implementación de la secuencia didáctica. Se excluyó a estudiantes con ausentismo reiterado, sin autorización de sus apoderados y/o asentimiento personal, y a quienes requerían adecuaciones curriculares significativas de contenido, dado que estas implicaban el trabajo con contenidos curriculares distintos a los considerados en el diseño instruccional del estudio.

El instrumento principal de recolección de información fue una entrevista semiestructurada basada en tareas, diseñada a partir de la Descomposición Genética preliminar del objeto matemático de la proporcionalidad. Su construcción respondió a la necesidad de disponer de situaciones problemáticas capaces de movilizar las estructuras cognitivas teorizadas por APOE y de favorecer la exteriorización de los mecanismos mentales involucrados en la resolución de tareas proporcionales. Cada entrevista contemplaba seis situaciones contextualizadas: las Situaciones 1, 4 y 5 abordaban relaciones de proporcionalidad directa, mientras que las Situaciones 2, 3 y 6 correspondían a proporcionalidad inversa. Las tareas incorporaron distintas formas de presentación de la información, incluyendo una representación gráfica en la Situación 5 y una tabular en la Situación 6.

En cada Situación, los estudiantes debían identificar el tipo de proporcionalidad involucrada y justificar su elección; luego, determinar valores desconocidos asociados a la relación y, finalmente, explicar el razonamiento, los procedimientos y las estrategias utilizadas para obtener sus respuestas. Estas preguntas se organizaron en tres dimensiones

orientadas a indagar el tipo de proporcionalidad involucrada, las evidencias de construcciones mentales y los mecanismos mentales movilizados. El instrumento completo se presenta en el Anexo 1.

El instrumento entrevista fue sometido a validación mediante juicio de siete expertos, seleccionados por poseer grados de magíster y/o doctorado en Matemática o enseñanza de la Matemática y experiencia en investigaciones desde la teoría APOE. La evaluación consideró los criterios de claridad, coherencia y relevancia, analizados mediante la V de Aiken. A partir de los resultados y observaciones de los expertos se realizaron ajustes en la redacción y organización de los ítems y en el planteamiento de algunas situaciones. Este proceso se realizó para asegurar su consistencia teórica, pertinencia disciplinar y adecuación a los objetivos del estudio. Complementariamente, se consideraron producciones escritas generadas por los estudiantes durante la secuencia de aprendizaje como insumo contextual para el análisis interpretativo.

La producción de información se desarrolló en el marco de una secuencia de aprendizaje diseñada conforme al ciclo de investigación de la teoría APOE y estructurada según el ciclo de enseñanza ACE (Actividades, Discusión en clases y Ejercicios; Arnon et al., 2014). Esta secuencia proporcionó un contexto instruccional coherente con las construcciones mentales esperadas para el objeto matemático en estudio y permitió generar condiciones didácticas propicias para la movilización de esquemas proporcionales.

Finalizada su implementación, se aplicaron entrevistas individuales con una duración promedio aproximada de 40 minutos, registradas en audio y posteriormente transcritas con apoyo de una aplicación basada en inteligencia artificial. Cada transcripción fue revisada y complementada manualmente mediante la escucha de los audios originales. La articulación entre verbalizaciones, producciones escritas y procedimientos empleados permitió reconstruir el razonamiento desplegado por los participantes frente a las tareas propuestas.

El análisis se realizó desde una perspectiva interpretativa, tomando como referente analítico la Descomposición Genética preliminar elaborada para el objeto matemático de la proporcionalidad. Las unidades de análisis correspondieron a las producciones escritas y verbales de los estudiantes en cada situación, consideradas de manera integrada mediante un proceso de categorización interpretativa orientado por las categorías teóricas de Acción, Proceso y Objeto. La inferencia de construcciones mentales se efectuó mediante la articulación sistemática de las producciones escritas, verbalizaciones y decisiones procedimentales evidenciadas por los estudiantes durante las entrevistas. Las construcciones identificadas fueron

contrastadas con la Descomposición Genética preliminar, reconociendo coincidencias, tensiones y ausencias que constituyeron un insumo para su posterior refinamiento. Asimismo, se identificaron coordinaciones parciales, interiorizaciones incipientes y mecanismos de encapsulamiento emergentes, sin asumir trayectorias lineales ni niveles de construcción cerrados.

La investigación fue aprobada por el Comité Ético Científico de la Universidad del Bío-Bío (Informe N.º A0120/2025). Se resguardaron los principios de autonomía, voluntariedad, confidencialidad y anonimato mediante la obtención de consentimiento informado de los apoderados, asentimiento de los estudiantes participantes y codificación alfanumérica de los casos analizados.

Resultados

Reconocimiento de la covariación e interiorización de las Acciones

En las situaciones de proporcionalidad directa e inversa, una regularidad transversal correspondió al reconocimiento del sentido de covariación entre las magnitudes. En el caso de las relaciones de proporcionalidad directa, los estudiantes identificaron que ambas variables aumentaban conjuntamente mediante justificaciones como “porque si una sube, la otra también” (E6), o “mientras más tiempo está avanzando la bicicleta, más distancia recorre” (E7), para la Situación 5. Por su parte, en la proporcionalidad inversa, reconocieron que el aumento de una magnitud se asociaba con la disminución de la otra, señalando, por ejemplo, que “si trabajan más personas, demorarían menos horas” (E5), para la Situación 2, o que “si hay más llaves, se va a tardar menos el tiempo en que se llena” (E7), respecto de la Situación 3.

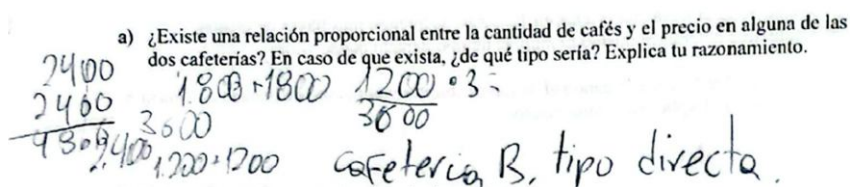
Desde la teoría APOE, estas regularidades evidencian la disponibilidad de Acciones orientadas al reconocimiento del sentido de covariación entre magnitudes y, en algunos casos, indicios de su interiorización hacia un Proceso de Interdependencia proporcional de variables. Sin embargo, esta interiorización no se manifestó de manera homogénea, pues algunos participantes utilizaron exclusivamente la identificación cualitativa de la covariación como criterio para determinar la existencia de proporcionalidad. Esto se observó principalmente en sus justificaciones, por ejemplo, cuando E8 señaló una relación directa únicamente porque “en las dos aumenta”, o en argumentos como “va aumentando... la distancia y el tiempo” (E8) para la Situación 5, sin considerar explícitamente la conservación de un factor invariante entre las magnitudes. En consecuencia, el reconocimiento cualitativo de la covariación aparece como una construcción ampliamente disponible, pero no suficiente por sí misma para caracterizar una relación como proporcional.

Coordinación entre covariación y constante de proporcionalidad

Más allá del reconocimiento cualitativo del sentido de covariación, se observaron diferencias en la capacidad de los estudiantes para coordinar el Proceso de Interdependencia proporcional de variables con el Proceso de Constante de proporcionalidad. En las relaciones directas, esta coordinación se manifestó mediante estrategias como el valor unitario, el escalamiento proporcional y la identificación de una razón constante. En la Situación 1, por ejemplo, E1 comparó las razones entre la cantidad de cafés y el costo total para verificar la existencia de una constante de proporcionalidad, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1

Producción escrita de E1 para responder al ítem a) de la Situación 1



Nota. Producción escrita de E1 en la Situación 1. El estudiante compara razones entre cantidad de cafés y costo total para verificar la existencia de una constante de proporcionalidad.

Por su parte, en la Situación 4, E7 determinó valores desconocidos manteniendo la relación entre combustible y distancia al señalar que “los 12 litros de combustible los dividí entre 3 y me dio 4. Entonces lo que hice fue dividir los 180 entre 3”. Asimismo, frente a una representación gráfica, algunos participantes no solo reconocieron el aumento conjunto de las variables, sino también la invariancia de la relación, argumentando que “si en un minuto avanzaba 3 kilómetros, en los siguientes tendría que avanzar lo mismo” (E1), respecto de la Situación 5.

En proporcionalidad inversa, la coordinación entre covariación y constante de proporcionalidad se presentó de manera menos estable. Si bien algunos estudiantes reconocieron explícitamente el producto constante, como E7 al señalar que “1 impresora por 12 minutos da 12, 2 por 6 da 12, 3 por 4 da 12 igual” para la Situación 6, en otros casos el reconocimiento de la covariación negativa no logró coordinarse de forma sostenida con esta invariancia. Esto se manifestó en el uso de estrategias secuenciales o aditivas que condujeron a respuestas incorrectas, aun cuando los participantes habían identificado previamente que una magnitud debía disminuir al aumentar la otra. Esto se evidencia, por ejemplo, en la Situación 6, cuando E6 argumentó que “si usamos 5 (impresoras) se demorarían 2 minutos”, y

un razonamiento aditivo. En contraste, E4 mantuvo el producto constante como criterio para determinar el valor desconocido, multiplicando distintos valores por 1,5 hasta obtener como resultado 12, como se muestra en la Figura 3.

Figura 3

Producción escrita de E4 para responder al ítem b2) de la Situación 6

$$\begin{array}{l}
 1.5 \cdot 12 = 18 \\
 1.5 \cdot 8 = 12 \\
 1.5 \cdot 10 = 15 \\
 1.5 \cdot 7 = 10.5 \\
 1.5 \cdot 5 = 7.5 \\
 1.5 \cdot 3 = 4.5 \\
 1.5 \cdot 2 = 3 \\
 1.5 \cdot 1 = 1.5 \\
 1.5 \cdot 0 = 0
 \end{array}$$

Nota. Producción escrita de E4 para responder al ítem b2) de la Situación 6. El estudiante prueba diferentes valores que, al multiplicarse por 1,5, permiten obtener 12, utilizando el producto constante como criterio.

Estas evidencias permiten reconocer que las construcciones identificadas se exteriorizaron mediante distintos recursos de representación y con diferentes grados de estabilidad frente a las condiciones numéricas de las tareas. No obstante, las dificultades observadas ante valores decimales no pueden atribuirse exclusivamente a las construcciones asociadas a la proporcionalidad, pues podrían relacionarse también con conocimientos aritméticos involucrados en su tratamiento.

Indicios de encapsulamiento y diferenciación de los Objetos Proporcionalidad directa e inversa

El análisis permitió identificar diferencias en el encapsulamiento de los Procesos asociados a los Objetos Proporcionalidad directa e inversa. En proporcionalidad directa, la mayoría de los estudiantes evidenció la interiorización de Acciones hacia Procesos, particularmente en el reconocimiento de la covariación positiva y la determinación de valores desconocidos mediante estrategias multiplicativas, frecuentemente apoyadas por el uso del valor unitario. Por ejemplo, en problemas como la Situación 4, varios estudiantes recurrieron a determinar cuántos kilómetros recorría el vehículo con un litro de combustible y, a partir de este valor, calcular otras cantidades desconocidas. Asimismo, se observaron con frecuencia indicios del Proceso de Constante de proporcionalidad, en los que la razón invariante operó como criterio regulador del razonamiento y se evidenciaron, en algunos casos, indicios de encapsulación hacia el Objeto Proporcionalidad directa.

En proporcionalidad inversa, en cambio, los indicios de encapsulación fueron menos frecuentes. Aunque la mayoría de los participantes reconoció el sentido de la covariación negativa, este reconocimiento se mantuvo en numerosos casos en un plano principalmente descriptivo y no logró coordinarse de manera estable con el Proceso de Constante de proporcionalidad, entendido como la conservación de un producto constante, lo que condujo, en algunos casos, a utilizar estrategias aditivas en contextos multiplicativos. De este modo, se observaron principalmente construcciones a nivel de Proceso y coordinaciones parciales, mientras que los indicios claros de construcción del Objeto Proporcionalidad inversa se manifestaron de manera excepcional.

En conjunto, estas diferencias sugieren que, para los participantes del estudio, la construcción del Objeto Proporcionalidad directa se mostró más accesible al permitir apoyarse en regularidades multiplicativas simples, como la noción de valor unitario. Por otra parte, en proporcionalidad inversa, la conservación del producto constante constituyó un punto crítico para avanzar hacia el encapsulación de los Procesos. Estos resultados sustentan la necesidad de diferenciar las trayectorias de construcción de ambos Objetos en el refinamiento de la Descomposición Genética.

Refinamiento de la Descomposición Genética preliminar

El contraste entre las construcciones previstas en la Descomposición Genética preliminar y las evidencias identificadas permitió introducir ajustes en la estructura cognitiva propuesta en primera instancia. Estos ajustes no implican una reformulación completa de la Descomposición Genética preliminar, sino una diferenciación más precisa de las trayectorias asociadas a la proporcionalidad directa e inversa y del papel que desempeñan los Procesos involucrados en la construcción de ambos Objetos.

Uno de los principales ajustes corresponde a la diferenciación de las trayectorias de construcción de los Objetos de Proporcionalidad directa e inversa. Si bien ambas comparten Acciones iniciales vinculadas con el reconocimiento de la relación entre magnitudes y la covariación de las variables, los resultados evidenciaron diferencias en los Procesos que posteriormente deben coordinarse. En la proporcionalidad directa, la construcción se vinculó con el reconocimiento de una razón constante y con estrategias como la determinación del valor unitario, que favorecen la construcción del Proceso de Interdependencia proporcional positiva. En la proporcionalidad inversa, en cambio, adquirió especial relevancia la conservación del producto constante y su coordinación con la interdependencia proporcional negativa. Esta diferenciación permite

representar ambos Objetos mediante trayectorias relacionadas, pero no equivalentes, en las que el Proceso de Constante de proporcionalidad desempeña un papel articulador.

Un segundo ajuste se relaciona precisamente con el papel del Proceso de Constante de proporcionalidad. Los resultados mostraron que el reconocimiento cualitativo del sentido de covariación, aunque ampliamente disponible entre los participantes, no resultó suficiente para caracterizar una relación como proporcional. El avance hacia construcciones más estables se vinculó con la coordinación entre la identificación de la covariación y la conservación de una invariancia multiplicativa: una razón constante en la proporcionalidad directa y un producto constante en la proporcionalidad inversa. De este modo, la Constante de proporcionalidad adquiere en la Descomposición Genética refinada un papel articulador en la coordinación de los Procesos que anteceden al encapsulamiento de los Objetos, cuya movilización se evidenció con mayor estabilidad en la proporcionalidad directa que en la inversa.

Asimismo, los resultados invitan a precisar la estabilidad con que los Procesos son movilizados y la interpretación de las evidencias asociadas a la encapsulación. Se observó que la disponibilidad de un Proceso en determinadas situaciones no implicó necesariamente su movilización estable frente a otras demandas de las tareas, pues, en algunos participantes, se evidenciaron estrategias multiplicativas con procedimientos que no preservaban la relación proporcional. En este sentido, el refinamiento considera que la utilización de procedimientos multiplicativos o algorítmicos no constituye, por sí sola, evidencia de encapsulación. De esta manera, los indicios de construcción del Objeto se vinculan también con una coordinación estable entre los Procesos de Interdependencia proporcional de variables y de Constante de proporcionalidad, de modo que la invariancia correspondiente pueda operar como criterio para determinar valores, justificar procedimientos y validar las relaciones establecidas.

En conjunto, la Descomposición Genética refinada diferencia las trayectorias cognitivas asociadas a los Objetos Proporcionalidad directa e inversa y sitúa la coordinación entre la Interdependencia proporcional de variables y la Constante de proporcionalidad como un elemento central para su construcción.

Discusión

Los resultados permiten interpretar la construcción de la proporcionalidad como un proceso progresivo de reorganización de estructuras mentales, en el que las construcciones de razón y proporción constituyen una base para la posterior construcción de relaciones proporcionales. Esta interpretación es

coherente con la teoría APOE, según la cual el aprendizaje matemático supone la interiorización de Acciones en Procesos, su coordinación y eventual encapsulación en Objetos que se integran en Esquemas (Arnon et al., 2014; Dubinsky, 1991). En particular, los resultados muestran que disponer de procedimientos para comparar razones o determinar valores desconocidos no implica necesariamente haber construido el Objeto proporcional, aspecto consistente con investigaciones que han evidenciado que la resolución correcta de tareas proporcionales puede coexistir con estrategias procedimentales y comprensiones parciales (Burgos & Godino, 2020; Sari et al., 2024). En este sentido, la evidencia obtenida aporta una lectura cognitiva de la proporcionalidad que complementa aquellas aproximaciones centradas en el desempeño observable.

La diferencia observada entre proporcionalidad directa e inversa constituye uno de los principales hallazgos del estudio. Mientras la proporcionalidad directa mostró Procesos más estables asociados a la covariación positiva y a la razón constante, la proporcionalidad inversa presentó mayores dificultades para coordinar la covariación negativa con el producto constante. Esta diferencia coincide con investigaciones que identifican dificultades en el razonamiento proporcional, particularmente cuando los estudiantes recurren a estrategias aditivas o a procedimientos que no consideran la estructura multiplicativa de la situación (Karli & Yildiz, 2022; Sari et al., 2024). Desde APOE, sin embargo, los resultados permiten precisar que esta diferencia no corresponde solamente a un mayor nivel de dificultad de la proporcionalidad inversa, sino a exigencias cognitivas diferenciadas: en la directa, la covariación en el mismo sentido puede coordinarse con la conservación del cociente, mientras que en la inversa los resultados muestran la necesidad de articular simultáneamente la covariación en sentidos opuestos y la conservación del producto. Esta interpretación resulta consistente con trabajos que muestran que el razonamiento proporcional implica coordinar relaciones entre cantidades y no únicamente aplicar procedimientos formales (Abramovich & Connell, 2021; Pitta-Pantazi & Christou, 2011).

En este marco, la covariación y los invariantes proporcionales emergen como elementos estructurantes de la construcción cognitiva. Reconocer que dos magnitudes aumentan o disminuyen conjuntamente constituye una aproximación inicial, pero no es suficiente para establecer proporcionalidad; se requiere coordinar el comportamiento de las variables con una relación que permanece invariante. En la proporcionalidad directa, esta invariancia se expresa mediante la razón constante, mientras que en la inversa se expresa mediante el producto constante. Esta interpretación dialoga con la perspectiva covariacional desarrollada por Carlson et al. (2002) y con

investigaciones recientes que destacan la progresión desde el reconocimiento de la dirección del cambio hacia formas más elaboradas de coordinación entre cantidades y sus tasas de cambio (Pittalis & Sajka, 2026). Asimismo, los resultados son consistentes con estudios que destacan la importancia del razonamiento proporcional para interpretar relaciones cuantitativas en diversos contextos científicos, particularmente en Física y Química (Boudreaux et al., 2020; Stott, 2021).

Estos hallazgos tienen consecuencias directas para la Descomposición Genética (DG). La DG preliminar proponía una trayectoria desde los Objetos Razón y Proporción hacia los Objetos de Proporcionalidad directa e inversa, cuya coordinación culminaba en un Esquema de Proporcionalidad. La evidencia obtenida permitió refinar esta trayectoria, particularmente al mostrar que el Proceso de Constante de proporcionalidad debe ocupar un lugar estructurante y diferenciado: en la proporcionalidad directa se manifiesta mediante la conservación de una razón constante, mientras que en la inversa se expresa mediante la conservación de un producto constante. Por tanto, la DG refinada no solo explicita una secuencia de construcciones, sino que incorpora trayectorias cognitivas diferenciadas según la estructura de la relación proporcional. Este refinamiento es coherente con el carácter hipotético y revisable de la DG, cuyo contraste con la evidencia empírica permite ajustar las construcciones y mecanismos inicialmente postulados (Arnon et al., 2014; Simg & Trigueros, 2022). Además, los resultados convergen con estudios que han utilizado la teoría APOE para analizar las construcciones cognitivas asociadas a conceptos como la proporcionalidad directa (Rosyidi & Hasanah, 2022) y la proporción (Mahfudhoh et al., 2023).

Desde una perspectiva didáctica, los resultados sugieren que la enseñanza de la proporcionalidad debería trascender la aplicación de algoritmos como la regla de tres y promover tareas que permitan coordinar explícitamente covariación e invariancia. Esto implica diseñar situaciones en las que los estudiantes deban comparar, representar, justificar y verificar cómo cambian las magnitudes, incorporando variaciones de contexto, representación y valores numéricos. En particular, la proporcionalidad inversa requiere oportunidades didácticas específicas que permitan construir el producto constante como criterio de regulación del razonamiento, en lugar de asumir que puede derivarse directamente de las estrategias construidas para la proporcionalidad directa. Así, la DG refinada puede constituir no solo un modelo interpretativo de las construcciones cognitivas observadas, sino también un referente para el diseño de secuencias de enseñanza orientadas a favorecer la interiorización, coordinación y

encapsulamiento de los Procesos proporcionales (Burgos & Godino, 2020; Cuevas-Vallejo et al., 2023).

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten sostener que la construcción del Objeto matemático de Proporcionalidad, desde la perspectiva de la teoría APOE, no se configura como un proceso lineal ni homogéneo, sino como una trayectoria de interiorización y encapsulación diferenciada según la naturaleza estructural de la relación proporcional involucrada. En el grupo estudiado, las construcciones mentales observadas se situaron predominantemente en niveles de Acción y Proceso, aunque con grados disímiles de estabilidad y coordinación entre proporcionalidad directa e inversa.

La proporcionalidad directa evidenció una mayor disponibilidad de Procesos interiorizados vinculados al reconocimiento de la covariación positiva, la coordinación de relaciones multiplicativas y el uso de invariantes de razón como criterio de regulación del razonamiento. No obstante, la persistencia de desestabilizaciones frente a modificaciones en las condiciones de la tarea (particularmente cambios de representación o incorporación de números decimales) sugiere que, en numerosos casos, dichos Procesos permanecen contextualizados y aún no alcanzan una encapsulación plena como Objeto matemático autónomo. En términos de APOE, ello indica la presencia de construcciones operatorias relativamente estabilizadas, aunque todavía dependientes de condiciones específicas de activación.

En contraste, la proporcionalidad inversa se configuró como un Objeto de mayor complejidad cognitiva, en tanto su construcción demanda la coordinación simultánea entre la interdependencia proporcional negativa y la conservación del producto constante como invariante estructural. La dificultad para articular establemente ambos Procesos sugiere que la encapsulación de este Objeto exige una reorganización cognitiva de orden superior respecto de la requerida para la proporcionalidad directa.

Particular relevancia adquiere el hecho de que la ejecución exitosa de procedimientos multiplicativos o algorítmicos no se correspondió necesariamente con construcciones de Objeto. La presencia de respuestas correctas sustentadas en algoritmos desprovistos de regulación conceptual del invariante proporcional pone en evidencia que determinadas coordinaciones procedimentales pueden constituir construcciones aparentes de Proceso, sin que ello implique encapsulación conceptual.

En este marco, la evidencia empírica obtenida justificó el refinamiento de la Descomposición Genética preliminar. Dicho refinamiento no solo permitió explicitar trayectorias de construcción diferenciadas para

proporcionalidad directa e inversa, sino también reposicionar el Proceso de Constante de proporcionalidad como un eje estructurante en la regulación de invariantes proporcionales, ya sea bajo la forma de razón constante o producto constante.

En conjunto, los hallazgos obtenidos aportan evidencia empírica y teórica para comprender con mayor profundidad la construcción cognitiva de la proporcionalidad desde el marco APOE, y ofrecen fundamentos para el diseño de nuevas propuestas didácticas.

Referencias

- Abramovich, S., & Connell, M. L. (2021). *Developing deep knowledge in middle school mathematics: A textbook for teaching in the age of technology*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68564-5>
- Agencia de Calidad de la Educación. (2020). *Resultados educativos 2019* [Informe]. https://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Nacional_Resultados_educativos_2019.pdf
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Boudreaux, A., Kanim, S. E., Olsho, A., Brahmia, S. W., Zimmerman, C., & Smith, T. I. (2020). Toward a framework for the natures of proportional reasoning in introductory physics. En S. Wolf, M. Bennett, & B. Frank (Eds.), *Physics Education Research Conference 2020 Proceedings* (pp. 45–50). American Association of Physics Teachers. <https://doi.org/10.1119/perc.2020.pr.Boudreaux>
- Burgos, M., & Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18), 1–20. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.255>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Cuevas-Vallejo, A., Islas-Ortiz, E., & Orozco-Santiago, J. (2023). Promover el razonamiento proporcional mediante la tecnología digital. *Apertura*, 15(1), 84–101. <https://doi.org/10.32870/ap.v15n1.2344>
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–123). Kluwer Academic Publishers.

- Guerra Cáceres, M. E. (2021). La teoría APOE: Un marco actual para la investigación e innovación en educación matemática en el nivel superior. *REDISED. Revista Digital de Investigación en Educación Superior*, 3(2), 78–91. <https://revistas.ues.edu.sv/index.php/redised/article/view/2489/2480>
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement. (2024). *TIMSS 2023 mathematics achievement results*. <https://timss2023.org/results/math-achievement/>
- Karli, M. G., & Yildiz, E. (2022). Incorrect strategies developed by seventh-grade students to solve proportional reasoning problems. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111–148. <https://doi.org/10.14689/enad.29.5>
- Mahfudhoh, M., Saniya, S., & Kohar, A. W. (2023). Students' new concept construction process based on APOS theory: Introvert versus extrovert. *Journal of Mathematical Pedagogy*, 4(2), 84–96. <https://doi.org/10.26740/jomp.v4n2.p84-96>
- Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011). The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 149–169. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9175-y>
- Pittalis, M., & Sajka, M. (2026). Reasoning abilities in covariational functional thinking: An empirically validated framework for Grade 8–10 students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 24(5), Artículo 44. <https://doi.org/10.1007/s10763-026-10661-3>
- Rosyidi, A. H., & Hasanah, K. (2022). The construction process of new concept based on APOS theory: Male vs female in direct proportion. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(4), 3360–3374. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5706>
- Sari, R. N., Rosjanuardi, R., Isharyadi, R., & Nurhayati, A. (2024). Level of students' proportional reasoning in solving mathematical problems. *Journal on Mathematics Education*, 15(4), 1095–1114. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i4.pp1095-1114>
- Simg, R., & Trigueros, M. (2022). El papel de los conceptos geométricos como base para el aprendizaje del método simplex. *Educación Matemática*, 34(1), 70–99. <https://doi.org/10.24844/EM3401.03>
- Stott, A. (2021). South African physical sciences teachers' use of formulae and proportion when answering reaction-based stoichiometry calculation questions. *Chemistry Education Research and Practice*, 22, 443–456. <https://doi.org/10.1039/D0RP00291G>
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación Matemática*, 17(1), 5–31. <https://doi.org/10.24844/EM1701.01>

Trigueros, M., & Okaç, A. (2019). Diseño de tareas en la teoría APOE. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (15), 43–55. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.256>

Anexo 1

Entrevista semiestructurada basada en tareas

Situación 1 – Promociones en cafeterías

En la ciudad de Concepción, dos nuevas cafeterías (A y B) ofrecen diferentes promociones a sus clientes.

- Cafetería A: \$1.000 por 1 café, \$1.800 por 2 cafés, \$2.500 por 3 cafés.
 - Cafetería B: \$1.200 por 1 café, \$2.400 por 2 cafés, \$3.600 por 3 cafés.
- a) ¿Existe una relación proporcional entre la cantidad de cafés y el precio en alguna de las dos cafeterías? En caso de que exista, ¿de qué tipo sería? Explica tu razonamiento.
- b) En la cafetería B, responde a los siguientes casos:
- b1) ¿Cuánto costarían 5 cafés si se mantiene la misma relación?
 - b2) ¿Cuánto costarían 12 cafés si se mantiene la misma relación?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas anteriores? Explica detalladamente los pasos que seguiste.

Situación 2 – Pintando una muralla

Un grupo de estudiantes está pintando una muralla en su colegio. Si trabajan al mismo ritmo constante, 4 estudiantes terminan en 6 horas.

- a) ¿Esta situación representa una relación proporcional directa o inversa? Explica tu razonamiento.
- a1) Responde a los siguientes casos:
- a2) Si en vez de 4 hay 6 estudiantes pintando al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo se demorarían?
- b) ¿Cuántos estudiantes deberían trabajar al mismo ritmo para terminar en 3 horas?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste.

Situación 3 – Llenando una piscina

Una llave de agua llena una piscina en 12 horas. Si hubiese más llaves de iguales características abiertas al mismo tiempo, el tiempo llenado puede variar.

- a) ¿La relación entre la cantidad de llaves abiertas y el tiempo de llenado es directa o inversa? Explica tu razonamiento.

- b) Si se abren 3 llaves iguales al mismo tiempo, ¿cuánto se demorarán en llenarla?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver el problema? Explica los pasos que seguiste.

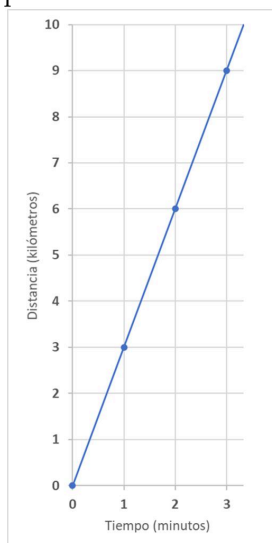
Situación 4 – Consumo de combustible

Un auto recorre 180 km con 12 litros de combustible, manteniendo el mismo rendimiento.

- a) ¿Existe una relación proporcional entre la cantidad de combustible y la distancia recorrida por el auto? En caso de que exista, ¿de qué tipo sería? Explica tu razonamiento.
 - a1) Responde a los siguientes casos:
 - a2) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 4 litros de combustible?
- b) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 1 litro y medio de combustible?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste

Situación 5 – Distancia recorrida en bicicleta (gráfico)

Observa el siguiente gráfico que muestra la distancia recorrida por un ciclista a lo largo del tiempo:



- a) Según el gráfico, ¿la relación entre tiempo y distancia es proporcional? En caso de ser proporcional, ¿de qué tipo? Explica tu razonamiento.
- b) Responde a los siguientes casos:

- b1) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido al minuto 4?
- b2) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido al minuto 9?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para obtener tus respuestas? Explica qué observaste en el gráfico para llegar a tu conclusión.

Situación 6 – Impresoras trabajando

Una impresora demora 12 minutos en imprimir 600 folletos. Si se usan más impresoras trabajando al mismo ritmo, el tiempo se reduce, como se muestra en la siguiente tabla:

Cantidad de impresoras	Tiempo (minutos)
1	12
2	6
3	4

- a) ¿Qué tipo de proporcionalidad existe entre la cantidad de impresoras y el tiempo que tardan en imprimir? Explica tu razonamiento.
- b1) Responde a los siguientes casos:
- b2) Si se usan 6 impresoras trabajando al mismo ritmo, ¿cuánto tiempo tardarán en imprimir los 600 folletos?
- b) Si quiero que el trabajo se realice en solo 1 minuto y medio, ¿cuántas impresoras se necesitan trabajando al mismo ritmo?
- c) ¿Qué razonamiento utilizaste para resolver las preguntas? Explica los pasos que seguiste.