



Propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes: Un acercamiento desde el análisis del espacio muestral

Didactic Proposal for Teaching Bayes' Theorem: An Approach Based on Sample Space Analysis

✉ **Marco Jesus Puc Chan**  | marsus.pc@gmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

Daniel Fabricio Méndez Castillo  | fabricio_mdz@hotmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

Vicente Jesús Caballero Chan  | viscaballero@hotmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

Nahum Eliezer Pech Pat  | nahum.epech@gmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

Silvia Linette Martínez Tun  | m.tunline@gmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

Recepción: 16 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen

Se presenta una propuesta didáctica para enseñar el Teorema de Bayes en bachillerato, motivada por las dificultades de los estudiantes para interpretar probabilidades condicionales inversas y considerar la probabilidad inicial en sus cálculos. Estas dificultades se relacionan con el reconocimiento del espacio muestral, pues el teorema suele abordarse como fórmula, sin analizar sus componentes ni reorganizar los casos posibles respecto del evento condicionante. La propuesta sitúa el espacio muestral como eje mediante situaciones sobre detección de noticias falsas, e integra simulaciones inspiradas en la paradoja de Monty Hall y en el modelo Naïve Bayes. Asimismo, incorpora momentos para reconstruir el espacio muestral, identificar cambios en casos favorables y posibles, y analizar el tránsito de probabilidades a priori a posteriori. Con ello, busca atender dificultades como la falacia de la tasa base y favorecer el razonamiento probabilístico para tomar decisiones fundamentadas, usando tablas y diagramas de árbol.

Palabras clave

Probabilidad, teorema de Bayes, espacio muestral, noticias falsas, propuesta didáctica.

✉ Autor de correspondencia | Marco Jesus Puc Chan

Abstract

This paper presents a didactic proposal for teaching Bayes' Theorem at the high school level, motivated by students' difficulties in interpreting inverse conditional probabilities and considering prior probability in their calculations. These difficulties are related to the recognition of the sample space, since the theorem is often approached as a formula without analyzing its components or reorganizing the possible cases with respect to the conditioning event. The proposal places the sample space at the center of the analysis through situations involving fake news detection and integrates simulations inspired by the Monty Hall paradox and the Naïve Bayes model. It also includes moments for reconstructing the sample space, identifying changes in favorable and possible cases, and analyzing the transition from prior to posterior probabilities. In this way, it seeks to address difficulties such as the base rate fallacy and to foster probabilistic reasoning for informed decision-making, using tables and tree diagrams.

Keywords

Probability, Bayes' theorem, sample space, fake news, task design.

Problemática

El aprendizaje del Teorema de Bayes en bachillerato se ha centrado en la memorización de fórmulas y definiciones formales, por lo que las prácticas de enseñanza no suelen favorecer una comprensión conceptual (Martignon & Wassner, 2002, citados por Díaz & de la Fuente, 2006). Además, presentar el Teorema de Bayes únicamente como una fórmula conduce, en parte, a que los estudiantes recurran a reglas mnemotécnicas o esquemas mecánicos sin comprender sus aspectos epistémicos (Batanero et al., 2016); por otra, limita el desarrollo de otros significados asociados, por ejemplo, al estudio del espacio muestral y al tránsito entre probabilidad *a priori* y *a posteriori*, lo que resulta insuficiente para desarrollar una comprensión conceptual de la probabilidad condicional inversa.

El enfoque de la probabilidad bayesiana emplea el Teorema de Bayes como herramienta para actualizar una creencia inicial hacia una conclusión informada mediante la incorporación de nueva información (Díaz & de la Fuente, 2006). Sin embargo, esta actualización, entendida como una adecuada cuantificación e interpretación de probabilidades, se ve obstaculizada por sesgos cognitivos, como la falacia de la tasa base (Gigerenzer & Hoffrage, 1995). En este marco, el trabajo de Díaz et al. (2012) muestra la persistencia de esta situación, evidenciando que los estudiantes tienden a ignorar la probabilidad *a priori* al resolver problemas bayesianos. Esto evidencia una dificultad en la comprensión del papel de este componente y en las relaciones involucradas en el teorema, en

particular, en la integración de la probabilidad inicial con la probabilidad condicional asociada a la evidencia para la actualización de los juicios previos, es decir, la actualización de su probabilidad.

Asociadas a estas dificultades, algunas investigaciones señalan el papel crítico de la construcción del espacio muestral en el aprendizaje del Teorema de Bayes (Díaz et al., 2012). Spiridonov (2024) advierte que, en la enseñanza tradicional, la independencia de eventos se juzga frecuentemente desde la intuición y no desde criterios matemáticos, debido a que rara vez se construye explícitamente el espacio muestral en situaciones no equiprobables. Esta construcción se considera fundamental, pues permite establecer las probabilidades iniciales y comprender cómo la incorporación de nueva información reorganiza el espacio muestral bajo un evento condicionado, dando lugar al cálculo de probabilidades *a posteriori*. De modo que, como se ha señalado previamente, la omisión del análisis del espacio muestral produce escenarios como el reportado por Gigerenzer y Hoffrage (1995), donde se dificulta la reinterpretación de la información dentro del espacio muestral para la actualización de probabilidades.

En esta línea, Spiridonov (2024) sostiene que es necesario repensar su enseñanza mediante enfoques que, a partir de contextos significativos para los estudiantes, favorezcan la construcción del espacio muestral desde el principio; perspectiva que, según Batanero y Álvarez (2024), se potencia al vincular los conceptos probabilísticos con contextos reales, propiciando la comprensión conceptual en los estudiantes jóvenes. No obstante, el potencial de estos contextos no radica únicamente en su carácter auténtico, sino en el tratamiento didáctico que se realiza, el cual, en este caso, orienta la actividad hacia la organización e interpretación probabilística de la información, haciendo visibles las relaciones entre los eventos y favoreciendo el desarrollo del razonamiento probabilístico.

En síntesis, las dificultades en el aprendizaje del Teorema de Bayes trascienden lo meramente operativo (véase Díaz & de la Fuente, 2006; León Gómez, 2008), al vincularse con la falta de comprensión de las relaciones entre los eventos y su interpretación dentro de un espacio muestral. En este sentido, se sostiene que, sin un tratamiento que articule probabilidad inicial, la evidencia y las relaciones condicionales asociadas a esta, la reinterpretación de la información y la actualización de juicios en contextos de incertidumbre se ven obstaculizadas. Aunque estas dificultades forman parte de una problemática más amplia asociada al razonamiento bayesiano, el presente trabajo centra su atención en el componente relacionado con la construcción y reorganización del espacio muestral como base para comprender las probabilidades condicionales y su actualización. En este marco, se propone un diseño didáctico orientado a favorecer el

análisis y la reorganización del espacio muestral en contextos significativos para los estudiantes, con el propósito de fortalecer la comprensión conceptual del Teorema de Bayes.

Marco de referencia

La propuesta se inspira en los aportes de Pascal, Bernoulli y Laplace, quienes abordaron la incertidumbre mediante la razón y la experiencia para tomar decisiones. Pascal, en su célebre *apuesta*, argumenta cómo decidir ante la incertidumbre, integrando una creencia y sus posibles consecuencias; Bernoulli muestra que la experiencia puede organizarse cuantitativamente mediante relaciones probabilísticas sustentadas en la evidencia, permitiendo comprender la probabilidad como un constructo dinámico que se nutre de la evidencia; por su parte, Laplace establece que es posible ir de lo observado hacia lo probable, indicando que la probabilidad *a posteriori* es proporcional a la verosimilitud de los datos multiplicada por su probabilidad *a priori* (Landázuri, 2016). Desde esta perspectiva, el Teorema de Bayes se asume como una herramienta para interpretar y actualizar información en contextos de incertidumbre. En particular, el diseño didáctico incorpora situaciones y preguntas orientadas a que los estudiantes analicen cómo la incorporación de nueva evidencia reorganiza el espacio muestral y modifica la plausibilidad de determinados eventos o hipótesis. De este modo, se busca favorecer procesos de razonamiento basados en la relación entre información previa, evidencia y actualización de probabilidades.

Para organizar la información en contextos de incertidumbre se requiere del espacio muestral, entendido no solo como el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, sino como una estructura organizadora para delimitar, clasificar y relacionar información de los eventos aleatorios (Elbehary, 2022; Díaz & de la Fuente, 2006). En este sentido, la asignación de probabilidades puede abordarse inicialmente bajo condiciones de equiprobabilidad, estableciendo relaciones cuantitativas sustentadas en la organización del espacio muestral; sin embargo, al incorporar nueva evidencia, dichas relaciones requieren ser reinterpretadas y actualizadas (Landázuri, 2016).

Aquí, el Teorema de Bayes ofrece un marco para estimar la veracidad de un suceso a partir de evidencias observables, donde las probabilidades iniciales o *a priori* se actualizan al integrar nueva evidencia, reorganizando y restringiendo el espacio muestral, dando lugar a probabilidades *a posteriori* (Borovcnik & Kapadia, 2014).

El razonamiento bayesiano se manifiesta entonces como la reorganización del espacio muestral ante la incorporación de información,

permitiendo reinterpretar la probabilidad de los eventos en función de los nuevos datos (Díaz & de la Fuente, 2006). No obstante, esta reestructuración no es inmediata para el sujeto, sino que requiere de mediadores para dar sentido a la información.

Como proponen Martignon y Wassner (2002, citado en Díaz & de la Fuente, 2006), el uso de diagramas de árbol y frecuencias naturales facilita la identificación de eventos, la interpretación y la estructuración de los datos, favoreciendo una comprensión más accesible dada la estrecha relación entre estos métodos y la forma inductiva en que procesamos la información en los problemas bayesianos.

Se asume que parte de las dificultades en el razonamiento bayesiano están asociadas a la organización e interpretación de la información probabilística más que en errores operativos. Díaz y de la Fuente (2006) mencionan que tales dificultades se manifiestan por una interpretación fragmentada de la información, donde los eventos no se analizan desde una estructura común que permita establecer sus relaciones, conduciendo a valorar la evidencia en detrimento de la probabilidad inicial. En este sentido, la falacia de la tasa base puede entenderse como una consecuencia de la dificultad para reorganizar el espacio muestral ante la incorporación de nueva información (Tversky & Kahneman, 1982, citados en Díaz et al., 2012). Desde este marco, se reconoce que la construcción del espacio muestral y el uso de representaciones como diagramas de árbol, favorecen la interpretación de las relaciones entre eventos para la actualización de probabilidades a partir de evidencia.

Finalmente, la construcción del espacio muestral se considera como el elemento que dota de coherencia a la interpretación de la información, haciendo viable la actualización de probabilidades al explicitar las relaciones entre los casos posibles. El desarrollo epistemológico expuesto por Landázuri (2016) revela que el Teorema de Bayes puede entenderse como una herramienta para la toma de decisiones cuya eficacia depende de esta estructura organizadora; sin ella, el razonamiento se vuelve vulnerable a las distorsiones cognitivas descritas. Por tanto, la propuesta busca favorecer la toma de decisiones basadas en la probabilidad a partir de evidencia, mediante tareas orientadas a la construcción, representación y reorganización del espacio muestral.

Objetivo de la propuesta

Establecer la noción de probabilidad bayesiana como un proceso de actualización de probabilidades, construyendo y reorganizando el espacio muestral en contextos de detección de noticias falsas en redes sociales, para interpretar cómo la nueva información modifica un juicio inicial o previo.

Diseño didáctico

El diseño de la propuesta se estructura en tres momentos didácticos secuenciales. Las actividades, las cuales pueden consultarse en Puc et al. (2026), tienen como objetivo principal favorecer la comprensión de la probabilidad bayesiana como un proceso de actualización de probabilidades ante la incorporación de nueva información; y construir la fórmula del Teorema de Bayes a partir de representaciones como tablas y diagramas de árbol, contrario a su tratamiento típico escolar, y en función de poder emitir juicios fundamentados sobre la veracidad de una noticia. Para ello, los estudiantes deben construir y reorganizar el espacio muestral, de modo que puedan interpretar cómo cambian las probabilidades cuando se introducen nuevas condiciones. Como objetivos secundarios se pretende transitar de nociones intuitivas hacia un razonamiento basado en probabilidades; y reconocer la importancia de la probabilidad *a priori* y *a posteriori* para la estimación de verdad de una noticia, atendiendo, en consecuencia, la falacia de la tasa base.

Para la implementación de esta propuesta, se requiere que los estudiantes hayan abordado los siguientes contenidos: el principio de multiplicación, la probabilidad clásica, la probabilidad condicional y la probabilidad de eventos independientes, así como haber desarrollado habilidades para representar la información probabilística en diagramas de árbol y tablas. Al cumplir estas condiciones se puede centrar la atención en la interpretación del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas.

Momento 1

Las actividades del Momento 1 se conforman de las actividades 1 y 2 (Figura 1), conjuntadas en una sesión con un tiempo estimado de implementación de hora y media, cuyo propósito es favorecer el análisis sobre cómo la incorporación de nueva información modifica la organización del espacio muestral en situaciones de probabilidad, a partir del análisis de contextos relacionados con noticias falsas.

Figura 1

Parte del diseño del Momento 1

Actividad 1. Planteamiento de la situación: Noticias Falsas.

Forma de trabajo: Individual

Situación hipotética. Hace unos días, en una red social, se viralizó una noticia muy peculiar: "Investigadores de Harvard afirman que dentro de un año mejorará las decisiones matemáticas". Debemos investigar qué tan real es esta noticia, para el sistema automático de la plataforma, encargada de detectar noticias potencialmente engañosas, ha marcado que esta publicación es "probablemente verdadera". La plataforma no ofrece evidencias ni explica el veredicto; además, ningún medio ha compartido la noticia hasta ahora. Esto te genera unas cuantas dudas, si algo tan sospechoso ha sido marcado como probablemente verdadero por el sistema.

1. ¿Es confiable esta evaluación? Justifica tu respuesta.
2. ¿Cómo podríamos saber qué tan probable es que la noticia sea falsa, dado que ha sido marcada como "probablemente verdadera" por el sistema automático? ¿Indería alguna ventaja conocer esta probabilidad?

Actividad 2. Construyendo espacios de probabilidad mediante situaciones paradójicas

Forma de trabajo: En equipos (dos a tres integrantes)

Situación. Imagina que estás navegando en tus redes sociales y te llega una notificación preocupante:

- "¡Atención! Dos de las últimas tres noticias compartidas en tu perfil han sido clasificadas como falsas por el sistema de verificación automática."

Revisa la información en tu perfil y los tres titulares parecen ser correctos.

Noticia 1	Noticia 2	Noticia 3
"Deber apagar en vasos azules disminuye los niveles de ansiedad"	"La inteligencia artificial mejora diagnósticos médicos"	"Tocar misma de Bush a sus mascotas mejora su sistema inmunológico"

Tu equipo encuentra la noticia real para borrar las falsas. Para apoyarte, el sistema te ofrece una ayuda peculiar:

- "Elige una de las tres noticias. Luego de tu elección, te revelaré una de las otras dos que es seguro falsa, pero no te diré si la que elegiste lo es o no."

Aunque te parezca peculiar la forma de revelar la falsedad de una de las tres noticias, decides elegir una de ellas que supones que es la verdadera, aunque todas parecen ser verdaderas. El sistema elige una de las noticias que es falsa y te hace la siguiente pregunta:

- "¿Decides cambiar tu elección o la mantienes?"

La *actividad 1* se diseña con el propósito de reflexionar individualmente sobre cómo determinar la veracidad de una noticia falsa y comprender la importancia de actualizar la probabilidad de la hipótesis. Para ello, se presenta una situación hipotética en la que una noticia inusual ha sido catalogada por un sistema automático como “probablemente verdadera”. Este escenario debe ocasionar una disputa entre la intuición y el conocimiento previo sobre el cálculo de probabilidades, para sentar las bases de la evolución hacia un razonamiento basado en la probabilidad.

A partir de este escenario, se espera que los estudiantes establezcan un juicio sobre la veracidad del resultado emitido por el sistema. Luego, se preguntará sobre cómo determinar la veracidad de la noticia dado que ha sido marcada previamente como probablemente verdadera. Esta última pregunta evidenciará que aún no se posee la información (los criterios para actualizar el juicio) ni las herramientas necesarias (el Teorema de Bayes) para calcular una medida de probabilidad.

En síntesis, con esta actividad no se esperan respuestas correctas, ni que calculen la medida de probabilidad planteada, sino que, al finalizar la actividad, se verbalice la necesidad de determinar la veracidad de la noticia y, en su caso, actualizar la tasa base de falsedad de dicha noticia.

La *actividad 2* plantea estudiar cómo la nueva información reorganiza el espacio muestral de un experimento aleatorio, usando el fenómeno de las noticias falsas como contexto.

Organizados en grupos de dos o tres integrantes, los estudiantes enfrentarán una adaptación de la paradoja de Monty Hall diseñada para generar un conflicto cognitivo y confrontar nuevamente las intuiciones iniciales del comportamiento probabilístico, mostrando que la aparición de nueva información es un factor que altera los casos posibles. Así, la situación obliga al análisis de la redefinición del espacio muestral en función de las condiciones observadas y de la probabilidad inicial.

Los estudiantes deben acceder a la simulación selección de noticias falsas¹, en la que se presentan tres noticias verosímiles, de las cuales dos han sido clasificadas como falsas por un sistema de verificación; los estudiantes deberán identificar cuál es la noticia verdadera. Tras elegir una, el sistema descarta una de las opciones no seleccionadas revelando que es falsa. Ante esta nueva información, los estudiantes deberán decidir si mantener o cambiar su elección, enfrentando el reto de actualizar su creencia –probabilidad– dados los nuevos datos.

A partir de la experiencia previa, los estudiantes realizan una secuencia de cinco tareas. La tarea 2.a consiste en determinar las configuraciones posi-

¹ <https://colab.research.google.com/drive/1UlefeecRuqX8q4qERhrKn5p4cPE1vm7G?usp=sharing>

bles de verdad (V) y falsedad (F), asumiendo una noticia verdadera y dos falsas. El espacio muestral esperado es el siguiente:

$$\Omega_V = \{(V, F, F), (F, V, F), (F, F, V)\}$$

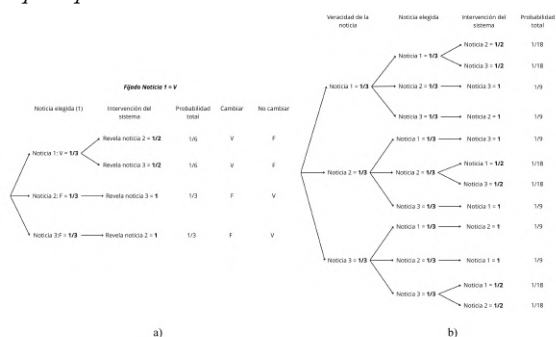
Este espacio muestral considera la ubicación de la noticia verdadera (V) en cualquier posición (1, 2 o 3). Al no haber información extra, la probabilidad de que la noticia verdadera ocupe cualquier lugar es $P(V) = \frac{1}{3}$.

Posteriormente, la tarea 2.b solicita a los estudiantes determinar la probabilidad de elegir la noticia verdadera, siendo $\frac{1}{3}$ al inicio del experimento. El conflicto surge tras la intervención del sistema (descarte de una noticia falsa), donde la intuición suele dictar erróneamente una probabilidad laplaciana de $\frac{1}{2}$ para las opciones restantes, al quedar solo una verdadera entre dos noticias posibles.

Para atender el conflicto, la tarea 2.c consiste en elaborar un diagrama de árbol para representar el cambio en la naturaleza del experimento dada la intervención del sistema. Para ello, los estudiantes deben asumir el rol del sistema y revelar una noticia, considerando que no se revela la noticia verdadera ni la inicialmente seleccionada. Los diagramas esperados pueden observarse en la Figura 2.

Figura 2

Diagrama de árbol que representa la intervención del sistema



Nota. a) Diagrama de árbol cuando la noticia 1 es siempre verdadera; b) Diagrama de árbol con todos los estados posibles.

El diagrama a) de la Figura 2 asume que la Noticia 1 ha sido elegida y analiza qué pasa después, dependiendo de su veracidad. Este diagrama se considera más simple y muestra con menos ramificaciones el comportamiento del experimento. Por otro lado, en el diagrama b) no se asume ninguna elección inicial y se desglosa todas las combinaciones posibles durante el experimento. Estos diagramas de árbol se emplearán en la tarea 2.d para calcular la opción más viable para acertar (cambiar o mantener la elección), justificando la respuesta mediante el diagrama.

El análisis del diagrama de árbol revelará que los caminos de éxito al cambiar la elección concentran una probabilidad de $\frac{2}{3}$, frente al $\frac{1}{3}$ de mantenerla; asimetría consecuente de la redistribución de la probabilidad tras la intervención condicionada del sistema.

Para finalizar, la tarea 2.e solicita a los estudiantes construir el espacio muestral empleando alguno de los diagramas de árbol resultantes, para así analizar de qué manera este ha sido modificado tras la intervención del sistema. Se espera la siguiente respuesta:

$$\Omega = \{(1,1,2), (1,1,3), (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,2,1), (2,2,3), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1), (3,3,1), (3,3,2)\}$$

Este espacio muestral muestra las posibles formas de seleccionar noticias durante el experimento, y no es equiprobable. A diferencia del primero, no se basa en la autenticidad de las noticias, sino, más bien, en las formas de decidir sobre la veracidad de estas, pues el experimento se transforma mientras transcurre y ahora se debe decidir (cambiar o mantener una elección). Es importante realizar esta distinción, pues las etapas del experimento (inicio, elección e intervención), son fundamentales para entender la naturaleza del comportamiento de los datos y el espacio muestral. En particular, la etapa final evalúa la decisión de cambiar la noticia más que la veracidad de esta, revelando formas de elección y no de juicio.

Momento 2

Las actividades 3 y 4, correspondientes al Momento 2 (Figura 3), buscan mostrar que es posible determinar la veracidad de una noticia mediante un sistema de verificación y construir el Teorema de Bayes. En particular, la actividad 3 prepara esa construcción en una sesión estimada de una hora, mediante seis preguntas que se sugiere sean abordadas en equipos de tres a cuatro integrantes, destacando la importancia de las probabilidades a priori y a posteriori en la estimación de la veracidad de una noticia.

Figura 3
Parte del diseño del Momento 2

Actividad 3. Simulación de detección de noticias falsas empleando el modelo de Naïve Bayes.

Forma de trabajo: En equipos (tres a cuatro integrantes)

Situación. La intuición nos ayuda a determinar si una noticia es falsa o no. Por ejemplo, si accedemos a una noticia de algún sitio poco reconocido, o poco confiable, detectamos que tiene una URL falsa, utiliza un lenguaje sensacionalista, presenta errores gramaticales o no incluye las fuentes de la información, entonces estamos ante una posible “Fake-News”. No obstante, en la realidad no siempre podemos estar seguros de que reunamos toda la evidencia suficiente para indicar si es falsa o verdadera. En la actualidad, para la detección de noticias falsas, se suelen utilizar softwares para determinar la veracidad de la información. Uno de los modelos utilizados para detectar dicha veracidad es el de Naïve Bayes.

El modelo Naïve Bayes actualiza la probabilidad de que una noticia sea falsa (F) dado cierto indicador (I) que se ha definido a priori. La probabilidad se calcula a partir del caso con el supuesto que la noticia sea falsa con una tasa base, entre la probabilidad total.

Se definen al menos tres indicadores importantes para reconocer si una noticia es falsa:

- **Titular clickbait**, es decir, un título que se escribe de forma exagerada y maximiza el interés, pero termina siendo un engaño, para ello se identifican signos exclamativos o de interrogación.
- **Fuente desconocida**, es decir, que la noticia no provenga de un medio reconocido.
- **Errores ortográficos y/o gramaticales.**

Actividad 4. Construcción del Teorema de Bayes a partir de frecuencias naturales.

Forma de trabajo: En equipos (tres a cuatro integrantes)

Situación. Datos de Redline (2024) apuntan a que una proporción significativa de la población mundial ha sido expuesta a desinformación, especialmente en temas políticos, de salud y conflictos internacionales. Aproximadamente el 60% de la información en línea es falsa.

- Expliquen la relevancia de la probabilidad a priori de las noticias falsas en internet mencionada y qué repercusiones tendría si se desconoce.
- Describe la naturaleza del espacio muestral que se obtendría en la detección de noticias falsas para el indicador clickbait y cómo se actualizaría para los otros dos indicadores.
- La base de datos de la simulación contiene 41,262 noticias y el 60% son falsas. Si el 20% son falsas con clickbait y el 10% de las noticias verdaderas incluyen clickbait. Completa la siguiente tabla:

Total de noticias:				
Total	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
Clickbait				

Al inicio se presentan tres indicadores (denominados condiciones) para identificar si una noticia es falsa: (1) titular clickbait; (2) errores ortográficos y/o gramaticales; (3) fuente desconocida o no confiable. Estos permiten reconocer titulares sensacionalistas, errores de redacción y ausencia de una fuente original o confiable.

Para afianzar la importancia de los indicadores, la pregunta 3.1 solicita explicar cómo afecta la percepción de veracidad al reconocer dos o más de estos aspectos en una noticia. Se espera que indiquen que la noticia es más probable de ser falsa, introduciendo la noción de que cada criterio actualiza la probabilidad sobre su veracidad.

En la pregunta 3.2 se solicita que, basándose en sus experiencias, indiquen cuál es la probabilidad de que una noticia cualquiera que circule por internet sea falsa. Este inciso pretende que se asigne subjetivamente una probabilidad *a priori*, y junto a la pregunta 3.3, se solicita explicar cómo cambiaría la probabilidad *a priori* si observaran en una noticia los indicadores mencionados anteriormente.

Ambas preguntas tienen por propósito destacar el papel que tiene la probabilidad *a priori*. Principalmente, con la pregunta 3.3 se espera resaltar su importancia como un elemento esencial de la estructura del Teorema de Bayes, que da paso a la probabilidad *a posteriori* ante la aparición de nueva evidencia.

A continuación, la pregunta 3.4 solicita que seleccionen una noticia de un periódico digital y que anoten el título, el contenido de la noticia y el nombre del periódico seleccionado. Se sugieren medios como: *New York Times*, *Daily Express* y *Daily Mirror*, por mencionar algunos. Posteriormente, los estudiantes deben determinar su veracidad según los criterios previos y asignar subjetivamente una medida de probabilidad *a posteriori* sobre qué tan factible es que la noticia sea verdadera o falsa.

Para contrastar los resultados intuitivos, se utiliza una simulación basada en el modelo de Naïve Bayes para darle mayor credibilidad² a la detección de noticias falsas. Por la naturaleza del algoritmo de aprendizaje automático, este modelo supone que los indicadores son independientes. Aunque esto pueda parecer ingenuo, para la clasificación de una noticia como falsa o verdadera resulta una apuesta bastante sólida; la cual se retomará para la construcción del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas. La explicación del modelo también se puede encontrar en el contenido de la actividad 3 (véase Puc et al., 2026).

Por último, se propone que los estudiantes contesten las últimas dos preguntas: (3.5) explicar los motivos por los que la probabilidad intuitiva no

² https://colab.research.google.com/drive/1-OD5_9IxY98qo9H2hUExfKBp8K7sGQuc?usp=sharing

correspondió a las probabilidades obtenidas con el software; y (3.6) explicar cómo afectaría su percepción de la evaluación si el sistema asegurara que el 60% de la información en internet es falsa. El contraste espera incentivar la construcción de un método para calcular la probabilidad de que una noticia es falsa.

La *actividad 4* tiene como propósito construir un método (el Teorema de Bayes) para calcular la medida de probabilidad de que una noticia sea falsa dada la aparición de ciertos indicadores y reflexionar sobre la importancia de la tasa base (probabilidad *a priori*) en un problema bayesiano. Se estima una sesión de una hora para su implementación.

Primero se reflexionará sobre la importancia de la tasa base. Para ello, se comparte la siguiente información: de 41,262 noticias, el 60% de las noticias son falsas, 20% son falsas con clickbait y el 10% de las noticias verdaderas incluyen clickbait. Seguidamente, la pregunta 4.a solicita que expliquen la importancia de la probabilidad *a priori* del 60% y las repercusiones de su desconocimiento. Aunque inicialmente se anticipan respuestas que consideren la probabilidad *a priori* como un simple dato procedimental, el objetivo es contrastar esta visión inicial mediante las preguntas de las que se compone la actividad y atender la falacia de la tasa base.

La pregunta 4.b solicita que describan la naturaleza del espacio muestral. Se espera que reconozcan la dicotomía de las noticias (V o F) y la dicotomía del indicador clickbait. Asimismo, se espera describir el siguiente espacio muestral: $\Omega = \{(F, i_1) \mid F, i_1 \in \{0,1\}\}$, donde F representa la veracidad de la noticia; se asigna el valor 1 si la noticia es falsa y 0 si es verdadera. Por su parte i_1 indica la presencia (1) o ausencia (0) del indicador clickbait.

También se les solicita describir cómo cambia el espacio muestral si se integran los demás indicadores. Por ello, deben reconocer que los indicadores ‘errores ortográficos’ y ‘fuentes desconocidas’ también tienen un resultado dicotómico. Basta con añadir los dos resultados para tener un espacio muestral como el siguiente: $\Omega = \{(F, i_1, i_2, i_3) \mid F, i_1, i_2, i_3 \in \{0,1\}\}$.

Este espacio muestral se define como un producto cartesiano dado que se analiza un experimento compuesto, pues cada componente se presenta en forma simultánea o sucesiva para una misma noticia. Como cada variable toma solo dos valores, el conjunto de las relaciones conjuntas está dado por considerar que cada condición tiene un estado por cada una de las otras condiciones, teniéndose un producto de $F \times i_1 \times i_2 \times i_3$.

Una vez descrita la naturaleza del espacio muestral, se solicitará en las tareas 4.c y 4.d completar una tabla con frecuencias naturales y construir un diagrama de árbol utilizando las probabilidades de la proporción entre el

número de noticias falsas, falsas con clickbait, y verdaderas con clickbait, respectivamente. La tabla permitirá calcular en la pregunta 4.e una probabilidad *a posteriori*, como una aparente relación de casos favorables entre casos posibles, obsérvese la Figura 4.

Figura 4

Tabla de la tarea 4.c y resultado tipo Laplace

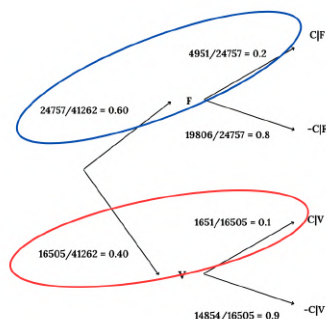
Total de noticias:				
41,262				
	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
Total	24,757 (60%)		16,505 (40%)	
Clickbait	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	4,951 (20%)	$\frac{4951}{24757} \approx 0.20$	1,651 (10%)	$\frac{1651}{16505} \approx 0.10$

$$P(F|C) = \frac{4951}{6602} = \frac{4951}{4951 + 1651} \approx 0.75$$

Aunque en la Figura 4 se presenta la probabilidad como una regla de tipo Laplace, las frecuencias obtenidas resultan de una reorganización de los casos del espacio muestral, lo cual puede pasar desapercibido; incluso en los diagramas de árbol, ya que muestran subdivisiones probabilísticas, pero no siempre representan fielmente dicho espacio. Véase la Figura 5.

Figura 5

Diagrama de árbol de la tarea 4.d y resultado bayesiano



$$P(F|C) = \frac{0.2 \cdot 0.6}{0.2 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.4} \approx 0.75$$

$$P(F|C) = \frac{P(C|F) \cdot P(F)}{P(C|F) \cdot P(F) + P(C|V) \cdot P(V)}$$

Para calcular la probabilidad basta con multiplicar los pesos (probabilidades) de ramas específicas y expresarlas como un cociente. No obstante, realizar el producto de las ramas solo es intuitivo si se ha trabajado anteriormente con el principio multiplicativo, de lo contrario, encontrarle sentido al producto de los pesos puede resultar complejo. Además, la representación del diagrama de árbol resultaría difícil si no se ha trabajado con problemas que involucren necesariamente equiprobabilidad.

Se espera que en la tarea 4.e el estudiante exprese los valores numéricos de dos maneras: de forma laplaciana usando la tabla y mediante la

estructura del Teorema de Bayes con el diagrama. Aquí la intervención del profesor resulta esencial para promover el reconocimiento del carácter condicional y la estructura del teorema, solo después de haber calculado la probabilidad solicitada. Además, se debe considerar que las representaciones median la comprensión de la probabilidad, por lo que no es conveniente prescindir de ellas.

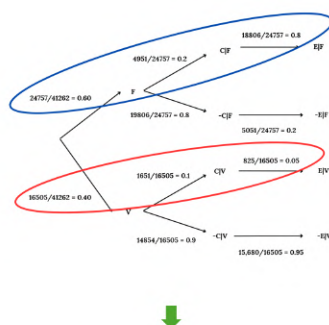
La pregunta 4.f está planteada para que el estudiante reflexione nuevamente sobre la pregunta inicial. Se le presenta el caso hipotético de que la probabilidad *a priori* sea 80% en lugar del 60% y se le cuestiona cómo afecta al cálculo de probabilidades sin realizar ningún procedimiento. Ahora que el estudiante es capaz de movilizar la idea del Teorema de Bayes, podría intercambiar el valor de la probabilidad *a priori* por la nueva tasa y concluir que existe un incremento de la probabilidad de que la noticia sea falsa. El diseño se estructuró de forma que se concluya que la tasa base tiene relevancia en la determinación de la probabilidad *a priori* o inicial, y cómo su omisión conduce a la falacia de la tasa base.

Las últimas tareas 4.g y 4.h, buscan cerrar el propósito inicial: mostrar cómo una probabilidad se actualiza a partir de nueva información. Para ello, se debe llenar una segunda tabla y construir un segundo diagrama de árbol, las cuales permitirán calcular la actualización de la probabilidad *a posteriori* inicial, señalando que la independencia es la que permite obtener un tercer nivel en el diagrama de árbol y que la frecuencia de noticias con la intersección de condiciones sea equivalente a multiplicar sus probabilidades. Véase la Figura 6.

Figura 6

Tabla y Diagrama de árbol para la actualización de la probabilidad

Total de noticias:				
41,262				
	Noticias falsas		Noticias verdaderas	
Total	24,757 (60%)		16,505 (40%)	
Clickbait	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	4,951 (20%)	$4951/24757 \approx 0.2$	1,651 (10%)	$1651/16505 \approx 0.1$
Errores ortográficos	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	19,806 (80%)	$19806/24757 \approx 0.8$	825 (5%)	$825/16505 \approx 0.05$
Clickbait y Errores ortográficos	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)	Frecuencias naturales	Proporción (probabilidad)
	3,961	$0.2 \cdot 0.8 = 0.16$	82	$0.05 \cdot 0.1 = 0.005$



$$P(F|C) = \frac{3961}{3061 + 330} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6}{0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.4} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{P(C \cap E|F) \cdot P(F)}{P(C|F) \cdot P(F) + P(C|V) \cdot P(V)} \approx 0.97$$

$$P(F|C \cap E) = \frac{P(C \cap E|F) \cdot P(F)}{P(C \cap E|F) \cdot P(F) + P(C \cap E|V) \cdot P(V)} \approx 0.97$$

Por último, se espera verbalizar lo que se propuso al inicio de este momento: añadir criterios actualiza la medida de probabilidad, y le da sentido al Teorema de Bayes como herramienta para actualizar la probabilidad del juicio inicial.

Momento 3

Para el Momento 3 se designa la *actividad 5* cuyo propósito es institucionalizar el conocimiento del Teorema de Bayes en un tiempo estimado de una hora (Figura 7). La actividad presenta una situación basada en datos sobre la identificación de noticias falsas en plataformas de redes sociales, en la que los estudiantes deben analizar la información proporcionada y calcular la probabilidad *a posteriori*.

Figura 7

Parte del diseño del Momento 3

Actividad 5. Institucionalización: Aplicación del Teorema de Bayes.

Forma de trabajo: En equipos (tres integrantes)

Actividad: Los estudiantes se enfrentan a una situación, en la que deben aplicar los conocimientos desarrollados a lo largo de la secuencia didáctica. Además, se plantea una pregunta que los invita a ir más allá de los cálculos numéricos, reflexionando sobre cómo los datos cuantitativos pueden respaldar decisiones mejor fundamentadas.

Situación. La Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en 2021 analizó como los estudiantes identifican noticias falsas en dos plataformas: WhatsApp y Facebook donde se recolectaron los siguientes datos:

- El 90% de las noticias que los estudiantes reciben llegan por WhatsApp.
- En WhatsApp, el 90% de las noticias son falsas. En Facebook, el 88% son falsas.
- Si una noticia es falsa, los estudiantes la identifican como sospechosa en el 80% de los casos en WhatsApp, y en el 70% en Facebook.
- Se ha observado que alrededor del 10% de las noticias verdaderas también son marcadas como sospechosas por los estudiantes, principalmente por el contenido confuso o proviene de una fuente dudosa.

Esta actividad funciona como una evaluación integradora de los conocimientos adquiridos a lo largo de la propuesta didáctica, ya que permite evidenciar tanto el dominio de los procedimientos como la comprensión conceptual. Se espera que el estudiante no solo sea capaz de realizar cálculos probabilísticos correctamente, sino también de interpretar los resultados obtenidos, contextualizarlos y darles sentido dentro de la situación planteada. Asimismo, se busca que desarrolle una postura crítica frente a la información que recibe diariamente, reconociendo la utilidad del análisis cuantitativo para fundamentar tomas de decisiones. Por ello, se invita a incluir otros contextos significativos, como las noticias falsas.

Recomendaciones para la implementación

La implementación de esta propuesta en el aula requiere del acceso a recursos tecnológicos, como computadora o tableta con conexión a internet.

Se sugieren dichos equipos para favorecer el trabajo colaborativo y permitir que las simulaciones se ejecuten adecuadamente. No obstante, es posible acceder desde cualquier dispositivo con conexión a internet.

En el plano didáctico, se debe priorizar el tratamiento conceptual más que el procedimental, favoreciendo la construcción de significados del Teorema de Bayes en relación con el espacio muestral. Del mismo modo, ante posibles dificultades, el docente debe guiar al estudiante hacia un ejercicio metacognitivo en lugar de únicamente señalar los errores. Adicionalmente, para favorecer la motivación y la cercanía con el contenido, se propone emplear noticias locales que sitúen el análisis en el contexto del estudiante.

Por otra parte, resulta pertinente vincular el Teorema de Bayes con los contenidos de probabilidad del bachillerato, particularmente con la probabilidad condicional, ya que su vinculación permite entender al Teorema de Bayes como parte del desarrollo del razonamiento probabilístico y no como un concepto aislado.

Conclusiones

El presente trabajo se sitúa en una etapa inicial y se contempla una futura fase de implementación en el bachillerato, lo que permitirá realizar adecuaciones en su estructura y contenido a partir de la evidencia empírica. Para su implementación, conviene considerar la viabilidad de la propuesta en función del subsistema de bachillerato en el que se desarrolle, así como realizar ajustes en los sistemas de representación empleados o adaptar las tareas para favorecer la comprensión conceptual del Teorema de Bayes, dado que el desarrollo del razonamiento probabilístico en el aula depende, en parte, de las estrategias de enseñanza implementadas y de la manera en que el profesor concibe y replantea la probabilidad escolar. En este sentido, el presente artículo constituye también una invitación al profesorado para dialogar en torno a la propuesta, explorarla en el aula e identificar áreas de oportunidad que contribuyan a su mejora continua, tanto en términos didácticos como de contenido.

Referencias

- Batanero, C., & Álvarez, R. (2024). Teaching and learning probability. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 5–17.
<https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3>

- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability. En E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 7–34). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_2
- Díaz, C., & de la Fuente, I. (2006). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el teorema de Bayes: Un estudio exploratorio en estudiantes españoles de psicología. *Educación Matemática*, 18(2), 75–94.
https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol18/2/vol18-2-02_REM_18-3.pdf
- Díaz, C., Contreras, J. M., Batanero, C., & Roa, R. (2012). Evaluación de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en futuros profesores de educación secundaria. *BOLEMA*, 26(44), 1207–1225.
<https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000400006>
- Elbehary, S. (2022). Rethinking mathematics teachers' professional knowledge for teaching probability from the perspective of probabilistic reasoning: A proposed framework. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0695. <https://doi.org/10.29333/iejme/12145>
- Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102(4), 684–704. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.4.684>
- Landázuri, E. (2016). *Del Teorema de Bayes como herramienta a la probabilidad inversa como noción: un estudio histórico-epistemológico* [Tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Biblioteca digital Univalle.
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/server/api/core/bitstreams/81b7996f-4071-4f7b-b8ba-71ed6dc2139c/content>
- León Gómez, N. A. (2008). Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al teorema de Bayes: Un caso con futuros profesores de matemáticas. *Paradigma*, 29(2), 187–219.
<https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/420/417>
- Puc, M., Méndez, D., Caballero, V., Pech, N., & Martínez, S. (2026). *Secuencia de actividades para el aprendizaje del Teorema de Bayes en el contexto de noticias falsas* [Dataset]. Versión v4. Zenodo.
<https://doi.org/10.5281/zenodo.21010734>
- Spiridonov, M. Y. (2024). Нужно ли изучать формулу Байеса в курсе теории вероятностей? [¿Es necesario estudiar la fórmula de Bayes en un curso de teoría de la probabilidad?]. *Continuum. Математика. Информатика. Образование*, (1), 59–75.
<https://doi.org/10.24888/2500-1957-2024-1-59-75>