Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general

Probability and frequency formats in the fourth semester of general high school

Saúl Elizarraras Baena | sauleliba@gmail.com
Escuela Normal Superior de México, México

Ana María Ojeda Salazar | amojeda@cinvestav.mx
Cinvestav, México

Recepción: 21 de febrero de 2026 | Aceptación: 30 de junio de 2026

Resumen

En esta investigación cualitativa se analiza la comprensión de los enfoques frecuencial y teórico de 40 estudiantes al inicio del cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado *Probabilidad y Estadística*. Para informar de las condiciones de su conocimiento matemático adquirido, se les aplicó un cuestionario con reactivos liberados del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA), de selección argumentada de una de cuatro opciones, que incluyó dos relativos a esos enfoques. En las 22 respuestas incorrectas, los formatos numéricos que los estudiantes emplearon revelaron el predominio de algoritmos de equivalencias aritméticas (fracciones, decimales y porcentajes), sin atender a la naturaleza de los datos ni al concepto numérico (número natural, porcentual o razón) apropiado al enfoque de probabilidad (frecuencial, o clásico o teórico) implicado en el fenómeno aleatorio planteado. Los términos relevantes en sus argumentos revelaron vías para atender sus dificultades en la enseñanza.

Palabras clave

Comprensión, estocásticos, formatos, bachillerato.

Autor de correspondencia | Saúl Elizarraras Baena

Elizarraras Baena, S., & Ojeda Salazar, A. M. (2026). Formatos de probabilidad y de frecuencias en el cuarto semestre del bachillerato general. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes, 2*(2), 83–96. https://doi.org/10.24844/REMED/0202.05

Abstract
This qualitative study analyzes 40 students' understanding of the frequentist and theoretical approaches at the beginning of the fourth semester of general upper secondary school, one year after they had taken Probability and Statistics. To report on the conditions of their acquired mathematical knowledge, they were administered a questionnaire with released items from the Programme for International Student Assessment (PISA). The questionnaire required students to select and justify one of four options and included two items related to these approaches. In the 22 incorrect responses, the numerical formats used by the students revealed the predominance of arithmetic equivalence algorithms involving fractions, decimals, and percentages, without considering either the nature of the data or the numerical concept—natural number, percentage, or ratio—appropriate to the probability approach, whether frequentist or classical/theoretical, involved in the random phenomenon presented. The relevant terms in their arguments revealed possible ways to address their difficulties in teaching.

Keywords
Understanding, stochastic topics, formats, upper secondary school.

Contexto y planteamiento de la investigación

A finales del siglo pasado, Frawley (1999) señaló la importancia de considerar el contexto de un individuo como su *marco informativo total*, por el cual da sentido a los conceptos que aplica. Similarmente, al considerar las matemáticas como una tarea educativa, Freudenthal (1973) también señaló la pertinencia de enseñarlas mediante la Probabilidad y la Estadística, por ser los estocásticos el campo privilegiado de las aplicaciones de los demás conceptos matemáticos y por ellas dotarlos de sentido, además de dotar también de sentido a los conceptos de otras disciplinas estudiadas para modelar sus fenómenos. Algunos estudios recientes señalan la pertinencia del uso interdisciplinario de la estadística para generar un conocimiento profundo y transformar realidades complejas (Guamán et al., 2025). La reciente reforma educativa del nivel medio superior mexicano (SEP, 2023a) ha adoptado esa orientación interdisciplinaria de la enseñanza y empiezan a surgir resultados de investigación que atañen al currículo de los estocásticos y la propuesta metodológica por proyectos interdisciplinarios (por ejemplo, Elizarraras & Ojeda, 2025a).

La reforma curricular del bachillerato general (SEP, 2023a) dispone como modelo de aprendizaje el desarrollo de competencias, centrado, a su vez, en el del pensamiento crítico, ético y ciudadano del estudiante. Este modelo, *ad hoc* para la interdisciplinariedad por lo amplio del contexto situacional de un ciudadano, la constriñe a tratarla de forma crítica, lo cual

supone un proceso cognitivo que se ejercite y regule sistemáticamente, y que propicie que se afronten todo tipo de fenómenos, incluidos los aleatorios, para los que se requiere: cuestionar supuestos, advertir la variabilidad de sus resultados, distinguir entre teoría y realidad, y tomar decisiones con ética.

Para el seguimiento de los resultados de la reforma del 2023 del nivel medio superior se determinó efectuar una primera valoración de su implementación al concluir el ciclo escolar 2023-2024 (Artículo Décimo Transitorio del Acuerdo 09/08/23, SEP, 2023b). Las autoridades educativas también solicitaron que se familiarizara al estudiantado con pruebas estandarizadas como las del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA). Esta indicación fue una oportunidad para recopilar datos de la comunicación escrita de los estudiantes relativa a contextos que implicaban contenidos de estocásticos.

El objetivo general de esta investigación fue: en el marco de la reforma curricular del bachillerato general (SEP, 2023a), caracterizar la comprensión de los enfoques clásico (o teórico) y frecuencial de probabilidad de 40 estudiantes al inicio de su cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado *Pensamiento Matemático I* (SEP, 2023a; Probabilidad y Estadística), identificada por sus respuestas argumentadas a dos reactivos de PISA liberados (OCDE, 2004).

Perspectiva teórica

Tres ejes rectores fundamentan esta investigación: el epistemológico, el cognitivo y el social.

El *eje epistemológico* se refiere a la propuesta de Heitele (1975) de diez ideas fundamentales de estocásticos como guía de un currículum en espiral: medida de probabilidad, espacio muestra, adición de probabilidades, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números y muestra. El autor concibe la enseñanza de estas ideas desde preescolar hasta el nivel superior, siempre que se les adapte al nivel cognitivo y lingüístico respectivo. De manera más específica, Steinbring (2005) esquematiza la constitución del concepto matemático con el *triángulo epistemológico*, cuyos vértices, c*ontexto de referencia/objeto, signo/símbolo y concepto,* están inextricablemente interrelacionados. En adelante, resumimos como *referente* al contexto de referencia de las ideas fundamentales de estocásticos; y a él se adscribe el *objeto*.

El *eje cognitivo* considera el papel de la representación en la actividad matemática. Duval (2017) sostiene que el empleo de registros semióticos de representación evidencia las funciones cognitivas asociadas a su *producción*, al *tratamiento* interno de cada registro y a la *conversión* entre registros. Así,

los registros semióticos se rigen por las operaciones de su producción y transformación, y no por las reglas de combinación válidas de un sistema formal ni por los signos propios de un código.

Particularmente para problemas relativos a probabilidad condicional y al teorema de Bayes, Gigerenzer y Hoffrage (1995) señalaron que una forma de representación numérica (*o formato*), *natural* de frecuencias (absolutas) facilita dotar de sentido a los datos de una situación aleatoria y, en menor medida, lo hace un formato porcentual; en contraste, un formato de *probabilidad* (o de razón no porcentual) es menos accesible. Rößner et al. (2025) fijaron tres tipos de esquemas con datos parciales de problemas condicionales y variaron el formato numérico (frecuencias vs. razones), para que estudiantes de bachillerato y universidad, familiarizados con probabilidad condicional, los completaran. Aun así, el formato frecuencial no fue más fácil que el de razón. La desventaja fue clara al introducir eventos conjuntos, en contra de la supuesta intuición frecuencial. Los investigadores concluyeron que la dificultad reside en construir la representación semiótica, no solo en el formato numérico. Sin embargo, aún no hay información suficiente de la influencia de los formatos numéricos en el caso no condicional para una variedad de referentes.

En el *eje social,* Freudenthal (1973) propuso presentar a los estudiantes problemas matemáticos en referentes realistas y de su entorno cotidiano, a fin de propiciar la identificación de los factores relevantes para solucionarlos. Igualmente, Steinbring (2005) señala la importancia de que el referente sea familiar al estudiante para que logre significar al objeto. Al considerar la comunicación relativa al contenido matemático, Steinbring identifica la correspondencia del "significador" con el "significado" en la interacción del individuo con el referente en cuestión. Tal correspondencia deriva de la constitución del concepto matemático señalada en el eje epistemológico. Según Wienecke et al. (2025), la identificación del objeto resulta más significativa si el referente se plantea en lengua natural escrita y se fomenta la argumentación para justificar la respuesta.

Marco metodológico

Desde un enfoque cualitativo (Vasilachis, 2006) estudiamos las respuestas de 40 estudiantes de cuarto semestre de bachillerato general, a un año de haber cursado Probabilidad y Estadística, a los reactivos 21 y 33, de selección de una de cuatro opciones, del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) (OCDE, 2004). Los dos reactivos se seleccionaron por estar en sintonía con el interés en plantear situaciones realistas familiares a los estudiantes por su entorno socio-geográfico, en lengua natural escrita y símbolos numéricos. En sesión presencial regular de

aula, se presentaron los reactivos a los estudiantes en hoja impresa; se les solicitó contestarlos y argumentar ahí, por escrito, la selección de las opciones efectuada.

Al primer reactivo se le denominó "Respaldo al presidente":

En Zedlandia, se llevaron a cabo encuestas de opinión para conocer el nivel de popularidad del Presidente con motivo de la próxima elección. Cuatro periódicos hicieron, cada uno, su propia encuesta a nivel nacional. Los resultados de las cuatro encuestas fueron:

Periódico 1: 36.5% (encuesta realizada el 6 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 2: 41.0% (encuesta realizada el 20 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 3: 39.0% (encuesta realizada el 20 de enero, con una muestra de 1000 ciudadanos con derecho a voto, seleccionados al azar).

Periódico 4: 44.5% (encuesta realizada el 20 de enero, con 1000 lectores que llamaron por teléfono para votar).

¿Qué resultado tiene mayor probabilidad de ser el mejor para predecir el nivel de popularidad del Presidente si la elección se lleva a cabo el 25 de enero?

El segundo reactivo fue denominado "Terremoto":

Se transmitió un documental por televisión acerca de los terremotos y la frecuencia con que ocurren. En él se incluyó una discusión sobre la posibilidad de predecir los terremotos. Un geólogo afirmó: "Durante los próximos veinte años, la probabilidad de que ocurra un terremoto en la Ciudad de Zed es dos de tres."

¿Cuál de las siguientes afirmaciones refleja, de mejor manera, el significado de la *afirmación del geólogo*?

A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13.3$, de modo que, dentro de 13 o 14 años a partir de esta fecha habrá un terremoto en la Ciudad de Zed.

B. $\frac{2}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, de modo que se puede estar seguro que habrá un terremoto en la Ciudad de Zed en algún momento dentro de los próximos 20 años.

C. La probabilidad de que haya un terremoto en la Ciudad de Zed en algún momento durante los próximos 20 años es más alta que la probabilidad de que no haya un terremoto.

D. No se puede decir qué va a pasar, porque nadie puede estar seguro de cuándo habrá un terremoto.

Proporciona dos razones que apoyen tus respuestas. (OCDE, 2004)

Además, se solicitó a los estudiantes que justificaran su selección o rechazo de cada opción. Los dos reactivos demandan, primero, la interpretación del lenguaje natural en el que plantean los referentes a uno u

otro enfoque de probabilidad, y de los datos numéricos en el formato en que se les presenta; no se pide efectuar cálculos. "Respaldo al presidente" pide valorar la evidencia con los datos recopilados; "Terremoto", a la ocurrencia de un evento único en un tiempo dado.

Resultados

En la Tabla 1 se muestra la manera como se llevó a cabo el análisis de los resultados obtenidos. Las columnas de la primera a la cuarta caracterizan los dos reactivos de acuerdo con la *célula de análisis* (Ojeda, 2006). La primera indica el concepto de número incluido y la cuarta su formato de presentación; la segunda, las ideas fundamentales y, la tercera, los términos que las denotan y los del referente respectivo; la quinta y la sexta presentan los resultados.

Tabla 1

Caracterización de los reactivos de PISA y tipos de respuestas

Otros conceptos matemáticos	**Ideas fundamentales de estocásticos**	**Términos de estocásticos** Términos del referente contextual	**Registros semióticos** (y formatos)	**Tipo y número de respuestas** (selección)	
"Respaldo al presidente" Situación: Encuestas de opinión y predicción de elección del presidente				**Correcta** (periódico)	**Incorrecta** (periódico)
Número natural Razón porcentual	Medida de probabilidad Ley grandes números Variable estocástica Muestra	Encuestas Selección al azar Probabilidad Mayor Predicción Muestra, nivel nacional Opinión Nivel de popularidad Próxima elección	Lengua natural Numerales (Formatos porcentual y natural)	32 (3)	8 (4)
"Terremoto" Situación: Predicción de ocurrencia de un terremoto en un periodo de tiempo				**Correcta** (inciso)	**Incorrecta** (inciso)
Número natural (medida de tiempo) Razón	Medida de probabilidad Espacio muestra Adición de probabilidades	Predecir, dos de tres Probabilidad, mayor que Ocurr(en)(a), posibilidad Seguro Frecuencia Próximos, dentro de, en algún momento, a partir de Más alta que Se puede, nadie puede Haya, no haya	Lengua natural Numerales (Formatos de razón y decimal)	26 (C.)	14 (A.: 2) (B.: 4) (B. y C.: 5) (D.: 3)

Nota. Elaboración propia a partir de los criterios de la célula de análisis (Ojeda, 2006).

Veintidós estudiantes del grupo contestaron correctamente ambos reactivos. El formato mismo en que estos se presentaron rigió, en general, a los formatos de las justificaciones de los estudiantes de sus selecciones o no de cada opción.

Los referentes

Los estudiantes participantes estaban familiarizados con el tipo de referente del reactivo "Respaldo al presidente", pues dos meses antes de aplicarles el cuestionario se realizaron elecciones federales. Además, habían participado en un proyecto interdisciplinario de cultura cívica para el que recopilaron datos mediante una encuesta (Elizarraras & Ojeda, 2025a). Asimismo, la familiaridad con el reactivo "Terremoto" provino de su experiencia con sismos en su región.

En acuerdo con Gigerenzer y Hoffrage (1995), el reactivo "Respaldo al presidente" fue más fácil para los estudiantes. Esa facilidad podría asociarse a que presentó los datos del tamaño de las muestras con números naturales y los datos de las tasas base respectivas en notación porcentual. En contraste, el reactivo "Terremoto", que presentó la probabilidad en formato de razón, fue más difícil. A continuación, se detalla el análisis de cada reactivo con respecto a los referentes.

Respaldo al presidente. Los 32 estudiantes que contestaron correctamente este reactivo reconocieron al Periódico 3 como el mejor "predictor" del nivel de popularidad del Presidente; y consideraron: la tasa base de simpatizantes, dada como *porcentaje*; la *representatividad* de la muestra por su mayor tamaño, en conjunción con la *selección aleatoria* de los encuestados con *derecho al voto*; y la *recencia* de la encuesta respecto a la fecha de la elección. Al contrario, ocho estudiantes respondieron incorrectamente al atender solo a la encuesta del Periódico 4 por el mayor porcentaje de simpatizantes obtenido y por el tamaño de su muestra, pero desatendieron su representatividad.

Esta omisión indica inadvertencia de la condición referencial "con motivo de la próxima elección" en el reactivo, de la que se infiere que solo atañe a la población con derecho a voto.

Terremoto. El formato numérico de razón en este reactivo expresa la probabilidad de una ocurrencia del fenómeno natural en cuestión. Las 26 respuestas correctas en las que los estudiantes eligieron el inciso C compararon la *probabilidad* de dos tercios de que *ocurriera el evento* respecto a la de un tercio de que *no ocurriera*. De los 14 estudiantes que seleccionaron incorrectamente alguno de los otros tres incisos: dos argumentaron de manera determinista su selección del inciso A; cuatro seleccionaron el B, con el argumento cuantitativo de que dos tercios es mayor que un medio y

porque en él se usa al término "seguro"; cinco seleccionaron tanto al inciso B como al C porque ambos aluden a la "mayor" o "más alta" probabilidad, respectivamente. Las tres selecciones restantes, del inciso D, obedecieron a que hace explícito que "no se puede decir" y "nadie puede saber" cuándo ocurrirá un terremoto.

La argumentación: la relación significador ↔ significado

En esta sección se presentan y discuten ejemplos de argumentos de estudiantes para sustentar su respuesta con el objetivo de analizar la relación entre el significador y el significado.

Respaldo al presidente. El estudiante E14 proporcionó una respuesta correcta. Argumentó las razones por las que el Periódico 3 cumplía con las mejores condiciones que, probabilísticamente, lo hacían *más confiable* y descartó los demás a partir de las inconsistencias correspondientes. E14 utilizó el formato porcentual para frecuencias y evidenció las ideas de variable estocástica, muestra y ley de los grandes números. Como significadores (Steinbring, 2005), que indicamos en cursivas, E14 expresó los calificativos *confiable* y *preciso* al comparar: los cuatro *porcentajes* presentados, la *recencia* de las encuestas, los *tamaños de las muestras* y su *representatividad* por el objetivo de la encuesta. Para esta última, usó *sesgo* para invalidar la muestra telefónica y suplió "probable" con *confiable*.

E14: P*eriódico 3 (39%) tiene la mejor combinación de reciente (20 de enero), muestra más grande (1000 personas) y selección aleatoria, lo que lo hace más confiable.*

Periódico 4 (44.5%) tiene una muestra grande, pero el hecho de que sea por teléfono introduce un sesgo.

Periódico 2 (41%) es reciente pero tiene sólo 500 personas, lo que lo hace más preciso.

Periódico 1 (36.5%) es el menos confiable porque es el más antiguo.

E26 seleccionó la tercera opción y suplió "probabilidad" con mejor predicción:

E26: *El periódico 3 tiene la mejor predicción ya que su muestra es la más grande (1000 ciudadanos), se realizó el 20 de enero, cerca de la elección y los ciudadanos fueron seleccionados al azar, evitando sesgos. El 3 usó la selección aleatoria, más confiable que el 4, evitando sesgos.*

En cambio, E32 dio una respuesta incorrecta al considerar solo el tamaño de la cuarta muestra y desconoció su falta de representatividad de la población a la que incumbía la encuesta; suplió "mayor probabilidad" con el significador no hay riesgo de alguna falsificación:

E32: *Periódico 4, su porcentaje de 44.5 es más alto, más confiable el de 1000 personas que el de 500 personas, ya que al ser más personas no hay riesgo de alguna falsificación.*

También E21 argumentó en función del mayor número de participantes y del mayor porcentaje de respaldo al presidente, sin inferir cuál era la población de interés de la encuesta por la condición referencial "con motivo de la próxima elección" en el enunciado del reactivo:

E21: *Yo pienso que el periódico 4 por la mayor cantidad de lectores y porque llamaron por teléfono se llevó el 44.5%.*

De modo similar, E38 proporcionó una respuesta incorrecta al argumentar tanto por el mayor número de personas como por lo que consideraba una muestra representativa:

E38: *El periódico 4 tiene la mejor probabilidad de predecir el resultado electoral, ya que el tamaño de muestra es más grande, utiliza 1000 encuestados lo que reduce el margen de error.*

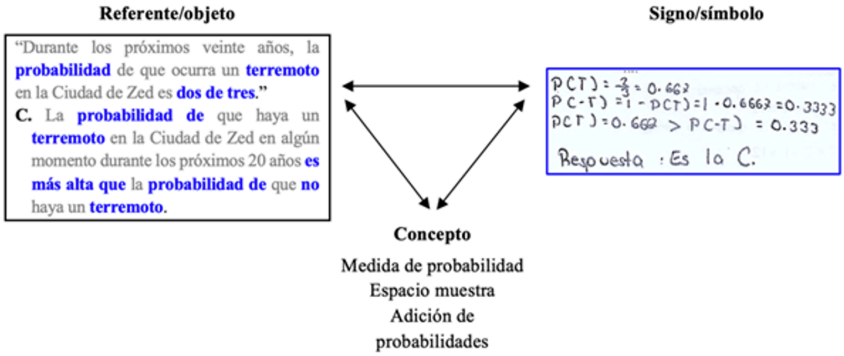
Muestra representativa: Se basa en votantes que llamaron por teléfono, lo que podría estar más alineado con la población que efectivamente participa en las elecciones.

Las respuestas de los estudiantes para sustentar su selección de la opción incorrecta para "Respaldo al presidente" revelaron su desconocimiento de la idea fundamental de muestra, que incluye si es o no representativa por su tamaño, su composición, las condiciones de su obtención y los fines para los que informe de población de la que es parte. En síntesis, estos estudiantes desconocieron el fenómeno de muestreo aleatorio para informar de la intención de voto.

Terremoto. La Figura 1 esquematiza las interrelaciones *referente/objeto-signo/símbolo-concepto* en el triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) para la respuesta correcta de E31.

Figura 1

Interrelaciones en el triángulo epistemológico de la respuesta de E31



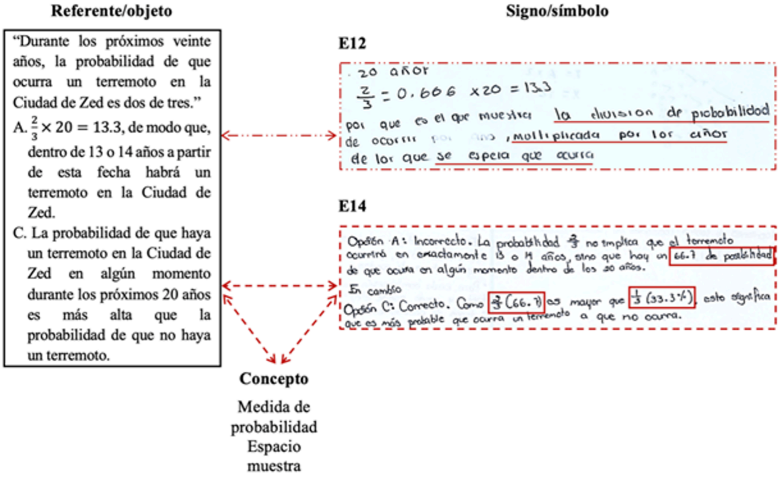
Nota. En azul, los términos del referente significados por los significantes (en símbolos al reactivo "Terremoto".

E31 reconoció las ideas fundamentales de estocásticos implicadas (*concepto*), al justificar con su *significador* $P(T) = \frac{1}{3}$ (*signo/símbolo*) y atribuirle el significado: "probabilidad … dos de tres" (*referente/objeto*). E31 convirtió el registro de lengua natural al simbólico y trató este último (Duval, 2017) apropiadamente con el formato de probabilidad dado, de razón. E31 también contestó correctamente el reactivo "Respaldo al Presidente".

En cambio, E12, en su justificación de selección del inciso A, (Figura 2, derecha arriba) reveló su confusión entre probabilidad (el valor $\frac{2}{3}$) y frecuencia (como si ocurriera un sismo 2 de cada 3 veces). Al describir literalmente la operación mostrada en el inciso, inadvirtió la variabilidad inherente al fenómeno sísmico, es decir, negó la naturaleza del dato. Por ello, en la Figura 2 la respuesta de E12, punteada en rojo, no perfila relación alguna con el concepto.

Figura 2

Argumentaciones incorrectas de E12 y de E14 a "Terremoto".



Nota. Elaboración propia.

A su vez, E14 argumentó por qué la opción A era incorrecta y C la correcta (Figura 2, derecha abajo), pero su término *posibilidad* reveló confusión entre espacio muestral y medida de probabilidad; además, su equivalencia de fraccionaria a decimal fue incorrecta y su notación porcentual inconsistente, lo que indicó una identificación deficiente de la naturaleza de los datos dados. Estos factores establecen una interrelación inestable entre los elementos del triángulo epistemológico que propone Steinbring (2005). En efecto, identificamos dificultades de comprensión

entre las ideas fundamentales implicadas (*concepto*) con respecto a la forma de expresar la probabilidad (*signo*) del evento (*objeto*) en el referente planteado. E14 contestó correctamente a "Respaldo al presidente", lo que reveló que aún no estabilizaba un significado diferenciado.

Al igual que E12, E6 seleccionó el inciso A y reveló su indistinción entre probabilidad y determinismo; aludió a la certeza y seguridad que proporciona el enunciado. Al mismo tiempo, descartó las otras opciones por presentar predicciones inciertas:

E6: *No porque ninguna tiene un procedimiento lógico matemático y sólo son predicciones inciertas y hablando de probabilidades es más cierta y segura la "A".*

Por su parte, E3 eligió el inciso B. Interpretó "dos de tres" no como la probabilidad de que ocurriera un terremoto, sino como frecuencia, *uno* o *dos*, en los próximos años. Inadvirtió que al término "seguro" no le corresponde la probabilidad de ocurrencia dada, y que un terremoto es un fenómeno aleatorio. La interpretación frecuencial en su respuesta se refuerza con su expresión innecesaria de la probabilidad en notación porcentual:

E3: *La opción "B" refleja de mejor manera la afirmación del geólogo porque 2 de 3 es mayor, asegurando uno o dos terremotos dentro de estos 20 años y la probabilidad de que esto ocurra es del 66.67%.*

E32, uno de los cinco estudiantes que eligieron tanto el inciso B como el C, argumentó que en ambas opciones se hacía referencia a la mayor probabilidad de ocurrencia de un terremoto. También dio sus razones por las cuales los incisos A y D no eran correctos:

E32:

a) Esto indica e interpreta la probabilidad a manera de un cálculo directo en años, por lo que es una interpretación errónea.

b) Esta afirmación es correcta, ya que indica mayor probabilidad de que ocurra un terremoto.

c) Esta afirmación también es correcta, ya que replica lo que dice el geólogo, se refiere a que hay mayor probabilidad de que sí ocurra un terremoto a que no lo haga.

d) Esta afirmación es errónea porque niega lo que dice el geólogo.

Como señaló Freudenthal (1973), los resultados son un ejemplo de la oportunidad que los estocásticos revisten por su convocatoria a otros conceptos matemáticos y darles sentido de acuerdo con la naturaleza de los fenómenos para cuyo estudio se les aplica. Esto pone de relieve la necesidad de vigilar la mecanización prematura de equivalencias aritméticas que puede derivar en la indiferenciación de significados.

Discusión y conclusiones

En el primer semestre, la transversalidad de la propuesta institucional del bachillerato general (SEP, 2023a) propició el estudio de un problema

comunitario que convocó los contenidos de *Ecología, Lengua y Comunicación y Probabilidad y Estadística* (por ejemplo, Elizarraras & Ojeda, 2025b). Al inicio del cuarto semestre, para valorar el conocimiento adquirido de los estudiantes, su justificación de la selección y del descarte de opciones de respuesta a preguntas relativas a los enfoques frecuencial y clásico de probabilidad puso en juego, además de estos dos contenidos, los de comprensión lectora, de comunicación escrita y de pensamiento crítico. Se transformó un problema de selección de respuesta en un problema de conocimiento, en el que el estudiante debió relacionar signos, referentes y conceptos, y dar evidencia de estos últimos al articular juicios. Los estudiantes no tenían que señalar explícitamente que cuestionaban supuestos, que advertían la variabilidad de los resultados, que distinguían entre teoría y realidad y que tomaban decisiones acerca de las opciones propuestas para cada referente, pero sí tenían que articularlos sin contradicción. Esto lo lograron los 22 estudiantes que distinguieron entre los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad. Los 18 estudiantes restantes revelaron su persistencia en el uso automático de algoritmos de equivalencias aritméticas (fracciones, decimales y porcentajes), impulsado desde la educación básica (por ejemplo, SEP, 2024, p. 61), sin atender a la pertinencia de cada formato de representación numérica por la naturaleza del fenómeno al que se le aplica. Constatamos así que hay mejor desempeño de estudiantes cuando la información se presenta en formato de frecuencias (Gigerenzer & Hoffrage, 1995), porque estas representan un acercamiento natural a la comprensión de las ideas de azar y probabilidad. No obstante, se requieren para orientar la enseñanza hacia el alivio de las dificultades que puedan revestir.

La petición de argumentar las razones de la selección de la opción considerada correcta y de justificar la selección o el rechazo de cada opción propició la expresión escrita en lengua natural de la interpretación de los enunciados de los reactivos. En acuerdo con Wienecke et al. (2025), se favoreció así que los estudiantes emplearan términos como confiable, margen de error, riesgo e inciertas, asociados a la estocasticidad de los fenómenos planteados. Además, esta actividad proporcionó información más puntual acerca de la advertencia o inadvertencia de los estudiantes de la naturaleza misma de esos fenómenos. No obstante, se requiere más investigación sobre una variedad de referentes que impliquen a las demás ideas fundamentales y la expresión escrita en lengua natural de sus características.

La interpretación del resultado de un formato inapropiado podría incidir en la incomprensión de conceptos de otras disciplinas. Para prevenir esto, es necesaria la vigilancia longitudinal de la pertinencia conceptual, a

fin de formar una ciudadanía informada, crítica y con sentido ético para el planteamiento de alternativas y toma de decisiones. Estos resultados dan cuenta también de la importancia de trabajar en el aula, en forma interdisciplinaria, los contenidos de Probabilidad y Estadística, con la finalidad de que el estudiantado pueda dotar de sentido a los conceptos y procedimientos matemáticos implicados. Al respecto, consideramos importante que se continúen realizando estudios que puedan dilucidar los alcances, pero también las limitaciones que se tienen en las escuelas, para cristalizar proyectos de tipo colaborativo que favorezcan el desarrollo del pensamiento crítico.

Referencias

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Elizarraras, S., & Ojeda, A. M. (2025a). Comprensión de la idea de muestra y ley de los grandes números desde la perspectiva de un proyecto interdisciplinario. En *38 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (p. 321). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. https://editorialuan.publica.la/library/publication/breve-panorama-de-la-matematica-educativa-en-latinoamerica-cerrando-las-brechas-de-acceso-al-conocimiento

Elizarraras Baena, S., & Ojeda Salazar, A. M. (2025b). Enseñanza y comprensión de estocásticos con estudiantes de bachillerato desde el enfoque de la interdisciplinariedad. En L. A. Tabares et al. (Coords.), *Medios para la enseñanza y el desarrollo del pensamiento matemático en la educación obligatoria y nivel superior* (pp. 52–65). ReDIE. https://www.redie.org.mx/listar_libros.php

Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva.* Paidós.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* D. Reidel Publishing Company. https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2

Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review, 102*(4), 684–704. https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.4.684

Guamán Gallegos, V. P., Navas Neira, J. N., Alao Auqui, M. R., & Yánez Barragán, K. V. (2025). El uso de las estadísticas en proyectos interdisciplinarios de matemáticas y ciencias sociales para la comprensión de problemáticas comunitarias e históricas. *Polo del Conocimiento, 10*(11), 906–917. https://doi.org/10.23857/pc.v10i11.10679

Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics, 6*(2), 187–205. https://doi.org/10.1007/BF00302543

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264101739-en

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195–214). Santillana – Cinvestav del IPN.

Rößner, M., Binder, K., Geier, C., & Krauss, S. (2025). Students' performance and typical errors in filling empty probabilistic visualizations with probabilities or frequencies. *Educational Studies in Mathematics, 120*(1), 137–167. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10372-y

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2023a). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento matemático.* SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2023b, 25 de agosto). *Acuerdo número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. *Diario Oficial de la Federación*. https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2024). *El programa de estudio para la educación secundaria: Programa sintético de la fase 6.* SEP. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/06/Programa_Sintetico_Fase_6.pdf

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective.* Springer. https://doi.org/10.1007/b104944

Vasilachis de Gialdino, I. (Coord.). (2006). *Estrategias de investigación cualitativa.* Gedisa.

Wienecke, L. M., Leiss, D., & Ehmke, T. (2025). Highlight, write, elaborate: Note-taking strategies to master reality-based mathematical tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 46,* Article 12. https://doi.org/10.1007/s13138-025-00263-x