



Secuencia didáctica para la comprensión de la derivada en educación superior

Didactic sequence for understanding the derivative in higher education



Abel Medina Mendoza  | abel.mm@comitan.tecnm.mx
TecNM/Instituto Tecnológico de Comitán



Mario E. Águeda Herrera  | mario.ah@comitan.tecnm.mx
TecNM/Instituto Tecnológico de Comitán



Alejandro M. Rosas Mendoza  | alerosas@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional

Recepción: 22 de octubre de 2025 | Aceptación: 30 de septiembre de 2026

Resumen

Las secuencias didácticas en la educación de nivel superior constituyen una herramienta para organizar situaciones o actividades de aprendizaje que favorecen la construcción y comprensión de conceptos matemáticos. En este trabajo se documenta una experiencia didáctica cuyo objetivo fue favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica. Se realizó un estudio cualitativo con treinta estudiantes de Ingeniería en Sistemas Computacionales, en el que se implementó una secuencia didáctica apoyada en la Teoría de los Registros de representación de Raymond Duval y en la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación. Los resultados muestran que los estudiantes mejoraron en la comprensión de la derivada, mediante el contraste del análisis a priori y a posteriori de las actividades realizadas por los estudiantes. Se concluye que la secuencia didáctica resulta viable para su implementación en el aula, al favorecer un ambiente de aprendizaje dinámico que promueve la participación de los estudiantes en la exploración y construcción de diferentes representaciones del concepto matemático.

Palabras clave

derivada, secuencia didáctica, registros de representación, ingeniería didáctica.



Autor de correspondencia | Abel Medina Mendoza

Abstract

Didactic sequences in higher education constitute a tool for organizing learning situations or activities that promote the construction and understanding of mathematical concepts. This paper documents an educational experience aimed at fostering an understanding of the definition of the derivative through the relationship between its algebraic expression and its geometric interpretation. A qualitative study was conducted with thirty Computer Systems Engineering students, in which a didactic sequence was implemented based on Raymond Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation and using Didactic Engineering as the research methodology. The results show that the students improved their understanding of the mathematical concept under study, as evidenced by a comparison of the a priori and a posteriori analyses of the activities carried out by the students. It is concluded that the didactic sequence is feasible for implementation in the classroom, as it fosters a dynamic and active learning environment that promotes student participation and the exploration of different representations.

Keywords

derivative, didactic sequence, representation registers, didactic engineering.

Introducción

El cálculo diferencial es una de las ramas que más se relaciona con las aplicaciones de la ingeniería porque con este conocimiento los ingenieros pueden realizar estudios que dependen de magnitudes y lograr deducir en un proceso determinado las cantidades máximas o mínimas requeridas. El estudio de funciones, las formas de representar variables relacionadas y el motivo del cambio, juegan un papel importante en la formación de los ingenieros, no solo ahora sino a lo largo de la historia, en la medida que les proporciona herramientas matemáticas para interpretar datos, reconocer cualquier fenómeno y explicar los procesos de cambio (Gutiérrez et al., 2017).

Constantemente se han buscado nuevos métodos y estrategias para su enseñanza y así mejorar el aprendizaje y rendimiento de los estudiantes. Esta problemática ha sido abordada repetidamente por educadores, matemáticos y profesionales dedicados a la investigación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y aunque ha habido avances, la diversidad de particularidades y ambientes no ha permitido encontrar una solución específica para optimizar el proceso de enseñanza (Pico et al., 2017).

Otra de las problemáticas en el nivel universitario que mencionan López et al. (2023) en el trabajo que desarrollaron sobre el concepto matemático de la derivada, es que particularmente la enseñanza de la función derivada

basa su definición formal y rigurosa en el límite y descuida la conceptualización práctica, limitando su comprensión a la memorización de fórmulas.

Desde hace varios años se llevan a cabo investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje del cálculo diferencial. Artigue et al. (1995) mencionan que, si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar algunos cálculos derivados de forma más o menos mecánica y a resolver problemas estándar, existen dificultades para que los jóvenes de 18 a 20 años logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que constituyen el centro del análisis matemático.

Por ejemplo, algunos estudiantes son capaces de resolver los ejercicios que se les proponen con la correcta aplicación de las reglas de derivación; sin embargo, tienen dificultades cuando necesitan gestionar el significado de la noción de derivada, ya sea a través de su expresión analítica, como límite del cociente incremental, o en su interpretación geométrica, como pendiente de la recta tangente (Feudel, 2019).

Abordar el concepto de derivada a partir del concepto de límite representa serias dificultades, según afirma Flores (2014), pues si bien los estudiantes exitosos comprenden y adquieren un dominio para derivar y aplicar los conceptos en la resolución de problemas, no todos los estudiantes adquieren estas habilidades e, incluso, los mismos estudiantes destacados tienen dificultades para explicar conceptos de límite, de derivada, lo que evidencia concepciones erróneas.

De igual manera, Cuesta et al. (2021) expresan “que los jóvenes tienen un adecuado desarrollo de sus habilidades procedimentales, pero no logran trasladarlas hacia entornos aplicados” (p. 171). Por el contrario, Feudel (2019) señala que el uso de diferentes representaciones puede facilitar la comprensión por parte del estudiante de los conceptos de la derivada.

En el trabajo Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada realizado por Galindo et al. (2023) mencionan la importancia de la integración de “las TIC en las diversas actividades, favoreciendo el tránsito entre los tipos de lenguajes escrito numérico, gráfico y simbólico, permitiendo a los estudiantes construir de manera progresiva el significado de la derivada” (p. 347).

Ayala y Luna (2025) concluyen “que la integración de herramientas computacionales como GeoGebra, combinada con la teoría de registros de representaciones, facilita la apropiación de conceptos abstractos como la derivada implícita” (p. 376), afirmando con base en los datos recopilados en su investigación que aquellos que utilizaron el applet de GeoGebra experimentaron un avance considerable en su capacidad para graficar funciones y determinar la recta tangente en un punto específico de la curva.

Asimismo, Muñoz et al. (2025) desarrollaron una propuesta didáctica, brindando varios enfoques e interpretaciones de la derivada de una función, enfatizando la interpretación geométrica, con la finalidad de interiorizar y apropiarse de los conocimientos y competencias pertinentes, concluyendo en su trabajo de investigación que la aplicación e interpretación del contexto en situaciones gráficas de la derivada promueve el aprendizaje de los estudiantes, siendo eficaz para su utilización.

La competencia número tres de la asignatura de Cálculo Diferencial dentro de los programas educativos de Ingeniería del Tecnológico Nacional de México trata sobre la interpretación geométrica de la derivada (Tecnológico Nacional de México, 2023). Una de las actividades de aprendizaje es mostrar a los estudiantes que el valor de la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto se puede obtener calculando la derivada de la función que corresponde a la curva en ese punto.

Sánchez y Fernández (2016) desarrollaron un plan de enseñanza para coordinar los significados analíticos y gráficos de la derivada, donde propusieron una secuencia de tareas o actividades, no desde la lógica de la organización matemática, sino desde la lógica del aprendizaje de los estudiantes.

Con base en lo anterior, se tiene como objetivo de investigación favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica a través de una secuencia didáctica, que incorpora diferentes representaciones como lo verbal, algebraico y gráfico para mejorar la comprensión del concepto matemático.

Asimismo, la implementación de la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación es fundamental ya que brinda la estructura metodológica para diseñar, implementar y validar las actividades de la secuencia didáctica fundamentada en el marco teórico de Raymond Duval (Duval, 2006).

Marco teórico

Hasta el momento, en el Tecnológico Nacional de México los programas educativos se basan en el modelo por competencias y las secuencias de enseñanza son una metodología relevante para mediar los procesos de aprendizaje en el marco del aprendizaje o refuerzo de competencias.

Las secuencias didácticas nos permiten realizar actividades relevantes, como representar de muchas maneras un concepto matemático, con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje en el estudiante. Zubieta y Meza (2022) mencionan que todo concepto matemático requiere de al menos dos registros de representación como el enunciado verbal, fórmula algebraica o

una gráfica con la finalidad de obtener ciertas orientaciones didácticas para un mejor aprendizaje para los estudiantes.

Las representaciones algebraicas, tablas, gráficas y expresiones verbales que contienen la misma información ponen en juego diferentes procesos cognitivos, cada uno relacionado con los demás; el aprendizaje de las matemáticas consiste en el desarrollo progresivo de la coordinación entre diferentes representaciones (Chang et al., 2016).

Por tal motivo, los elementos teóricos a considerar se enmarcan en la Teoría de los Registros Semióticos (Duval, 2006).

Es de suma importancia para tener acceso a la comprensión matemática que los objetos matemáticos estén representados de diferentes maneras como el verbal, analítico, algebraico, gráfico. El papel que juegan los símbolos en el desarrollo del pensamiento matemático es decisivo, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la comprensión total de las nociones matemáticas es necesario emplear y coordinar más de un sistema de representación (Chang et al., 2016).

El uso de software educativo como una representación más de un concepto matemático ha permeado en todas las especialidades para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, particularmente en el área de las matemáticas. Ante esta situación surge la necesidad de que los programas de estudio, en cualquier nivel educativo, incorporen recursos informáticos a sus contenidos. Por ello, es fundamental hacer comprender a nuestros educadores la importancia de su aplicación, la cual no debe ser vista como un medio de enseñanza o una herramienta de trabajo utilizada en la docencia, sino como un vínculo fundamental e indispensable para mejorar la calidad del proceso educativo (Aguilera, 2011).

De igual forma, en el trabajo de investigación de Zubieta y Meza (2022) enfatizan la importancia de que “al utilizar un paquete de geometría dinámica, se tiene la posibilidad de usar a los registros de representación semiótica mencionados y a través de la visualización, los estudiantes tienen la oportunidad de un aprendizaje, que antes no era posible” (p. 54).

Para la interpretación geométrica de conceptos matemáticos es importante la representación gráfica, por lo que algunos estudios de investigación recomiendan el uso de herramientas computacionales como GeoGebra que permite visualizar y animar las construcciones (Castañón, 2024).

Metodología

El presente trabajo de investigación se llevó a cabo en el Tecnológico Nacional de México campus Instituto Tecnológico de Comitán, con estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas

Computacionales durante el semestre agosto-diciembre 2024. La intervención se realizó en la última parte del semestre, específicamente en la competencia tres (La derivada) del programa de estudios de Cálculo Diferencial.

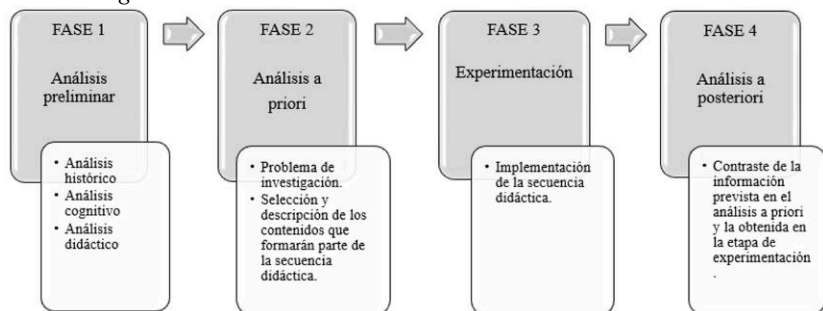
En la implementación de la secuencia didáctica, el profesor asumió el rol de facilitador y guía del proceso de enseñanza-aprendizaje, realizando demostraciones mediante el uso de la herramienta computacional GeoGebra. Cabe señalar que las construcciones empleadas durante la sesión fueron previamente elaboradas, con la finalidad de optimizar el tiempo de clase y centrar la atención de los estudiantes en la interpretación de los conceptos relacionados con la derivada. Dichas demostraciones fueron presentadas por el docente mediante el uso de un proyector, lo que permitió la visualización de los objetos matemáticos y favoreció la discusión en el aula.

La recolección de datos se llevó a cabo a través de las producciones escritas realizadas por los estudiantes durante la clase, las cuales constituyeron evidencia del proceso de comprensión y de las estrategias empleadas. Posteriormente, el análisis de los datos se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, mediante la codificación de las respuestas y del comportamiento de los estudiantes.

Con base en la experiencia de los docentes adscritos al Departamento de Ciencias Básicas se diseñaron las actividades de la secuencia didáctica, apoyada por la metodología de la Ingeniería Didáctica originada en Francia y desarrollada por Artigue et al. (1995), que nos permite enlazar en ella las situaciones o actividades diseñadas mostrando cómo incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje la noción de la derivada (Loayza, 2021).

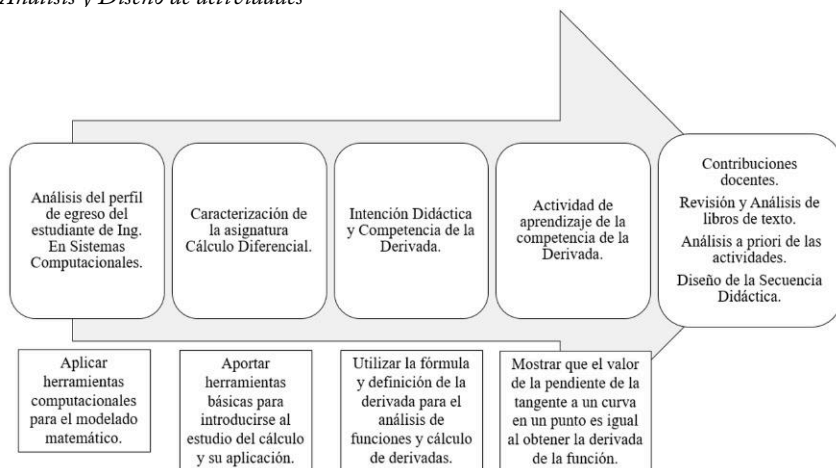
Se establecieron las cuatro fases de la Ingeniería Didáctica (Artigue et al., 1995): análisis preliminar, donde se realiza un análisis profundo del tema a enseñar en nuestro caso sobre la interpretación geométrica de la derivada; análisis a priori, donde se diseña la secuencia didáctica, previendo y analizando cómo los estudiantes podrían interactuar con las actividades propuestas en la secuencia didáctica; experimentación, donde se ejecuta la aplicación de la secuencia didáctica diseñada en el aula con los estudiantes; y análisis a posteriori y validación, donde se comparan los resultados obtenidos en la experimentación con los análisis preliminares para validar la efectividad de la secuencia didáctica propuesta.

Estas fases se muestran en la Figura 1. El estudio se realizó bajo un enfoque cualitativo, uno de cuyos propósitos, como mencionan Anaya e Ibarra (2022), es “examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista” (p. 5).

Figura 1*Fases de la Ingeniería Didáctica*

Nota. Elaboración propia con base en Artigue et al. (1995).

En la primera fase (análisis preliminar) fueron fundamentales el análisis del perfil de egreso del estudiante, la caracterización e intención didáctica de la asignatura Cálculo Diferencial y específicamente de la competencia de la derivada, así como la revisión de diferentes libros de texto que involucran el concepto matemático de estudio y aportes de los docentes adscritos al Departamento de Ciencias Básicas que han impartido la asignatura de Cálculo Diferencial como se muestra en la Figura 2.

Figura 2*Análisis y Diseño de actividades*

Nota. Elaboración propia.

Como resultado de las dos primeras fases se diseñó la secuencia didáctica con el análisis a priori de las posibles respuestas y planteamientos que pueden presentar los estudiantes de cada una de las actividades con

base en el plan y programa de estudios de Cálculo Diferencial (Tecnológico Nacional de México, 2023).

Posteriormente se llevó a cabo la tercera fase donde se implementó la secuencia didáctica integrada por seis actividades (Tabla 1) y fue respondida por treinta estudiantes de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales. Para su desarrollo se dedicaron cinco horas distribuidas en cinco clases, teniendo en cuenta la interacción y reflexión con los estudiantes en la construcción de los conceptos.

También durante las actividades fue muy importante el uso de la herramienta computacional GeoGebra para favorecer la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica. El uso de diferentes sistemas de representación (cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica) desarrollados para las matemáticas evita el trabajo rutinario tanto de estudiantes como de profesores, favoreciendo el tiempo planificado para estudiar o impartir determinada materia, haciendo más favorable la comprensión de contenidos, la búsqueda de regularidades, en definitiva, el acto de aprendizaje y enseñanza (Pico et al., 2017).

De las Fuentes y Aguilar (2022) mencionan que aplicar una secuencia didáctica asistida con una herramienta computacional como GeoGebra se considera exitoso en varios aspectos: se logra que los estudiantes se apropien intelectualmente de problemas contextualizados específicamente en optimización, también permite utilizar el tiempo estimado en la actividad de manera eficiente, promoviendo las habilidades de análisis e interpretación a través de los diferentes registros de representación.

Tabla 1

Actividades de la secuencia didáctica

Número	Actividad
Actividad 1	Observa la siguiente fórmula: $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
Actividad 2	Observa la siguiente definición: “Es la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto dado”
Actividad 3	Dada la fórmula vista en la actividad 1. ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas? Dada la definición vista en la actividad 2. ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?
Actividad 4	El docente junto a los estudiantes realiza la explicación de los conocimientos matemáticos involucrados, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.
Actividad 5	El docente lleva a cabo la Interpretación Geométrica de la Derivada, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.
Actividad 6	De acuerdo con lo visto en la Actividad 4 y 5. ¿Cuál sería tu análisis y reflexión tanto de la fórmula como de la definición vistas anteriormente (Actividad 1 y 2)?

Resultados

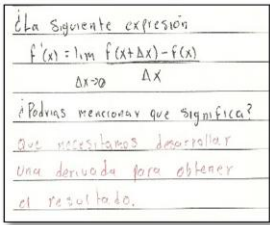
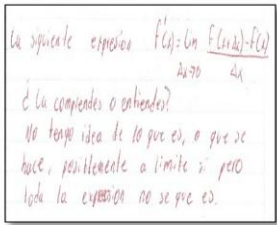
Como parte de la cuarta fase de la metodología de investigación, se presenta el análisis a posteriori de los datos obtenidos por los estudiantes de cada una de las actividades de la secuencia didáctica. Para facilitar la presentación y análisis de los resultados, estos se organizan en tres bloques, de acuerdo con la función que desempeñan las actividades dentro de la secuencia didáctica: actividades diagnósticas, actividades de instrucción y actividad de cierre, lo que permite el análisis de manera progresiva de los conocimientos iniciales de los estudiantes, los procesos de construcción y articulación de los conocimientos matemáticos durante la intervención, y los cambios observados en las producciones de los estudiantes al finalizar la secuencia.

Actividades diagnósticas

En la Actividad 1, se presentó la expresión matemática de la derivada (Tabla 2), cuya observación busca favorecer que los estudiantes identifiquen su significado y la relacionen con conceptos matemáticos conocidos.

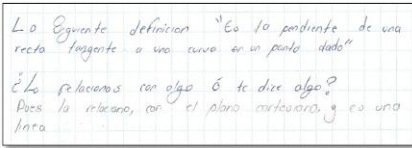
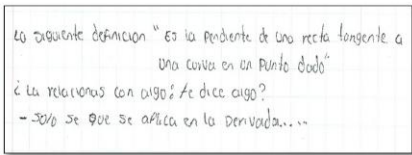
Tabla 2

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 1

<p>Observa la siguiente fórmula: $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p> <p>Análisis</p>	
a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes observen la fórmula y logren identificar lo que significa y relacionarla con algún concepto matemático.	<p>2 estudiantes lograron observar que se trataba de la derivada, 6 estudiantes únicamente expresaron lo que la fórmula contenía, relacionándolo con la función límite y 22 estudiantes mencionaron que no tenían idea de lo que es o lo que hace.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Nota. Transcripción: “¿La siguiente expresión $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$?</p> <p>¿Podrás mencionar qué significa? Que necesitamos desarrollar una derivada para obtener el resultado.</p> <p>¿La comprendes o entiendes? No tengo idea de lo que es, o que se hace, posiblemente a límite sí, pero toda la expresión no sé qué es.</p>

En la Actividad 2, se presentó la definición geométrica de la derivada (Tabla 3), con el propósito de que los estudiantes reconocieran los elementos que la conforman y los relacionaran con conceptos matemáticos conocidos.

Tabla 3*Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 2***Observa la siguiente definición:** “Es la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto dado”

Análisis	
a priori	a posteriori
Al igual que la actividad anterior, se desea que los estudiantes observen la definición y logren relacionarla con algún concepto matemático.	8 estudiantes respondieron que dicha definición significaba la derivada, 3 estudiantes expresaron como un punto en una recta, siendo fundamental para su comprensión y 19 estudiantes no lo relacionaron con la derivada, mencionando que con gráficas o con un plano cartesiano.
	 

A partir de las observaciones realizadas durante el desarrollo de las Actividades 1 y 2, en la Actividad 3 se identificaron los conocimientos previos y conceptos matemáticos que los estudiantes relacionaron con la fórmula y la definición geométrica de la derivada. En la Tabla 4 se presentan los principales conceptos matemáticos identificados por los estudiantes.

Tabla 4*Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 3***Dada la fórmula vista en la actividad 1.** ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?**Dada la definición vista en la actividad 2.** ¿Qué conocimientos o conceptos matemáticos identificas?

Análisis	
a priori	a posteriori
Con base en la observación en las actividades 1 (fórmula) y 2 (definición), se desea que los estudiantes determinen los conocimientos previos necesarios o conceptos matemáticos involucrados. Como para la fórmula: derivada, límite, regla de los cuatro pasos, incrementos o diferenciales. Y para la definición: pendiente, recta, secante, tangente, curva, punto.	Respecto a la FÓRMULA, identificaron conceptos matemáticos como el símbolo de la derivada por la $f'(x)$, el del límite, racionalidad e indeterminación, no logran observar la pendiente de una recta con diferenciales que es clave para la explicación de la interpretación geométrica de la derivada y por consiguiente asociarla con la fórmula. Con la DEFINICIÓN la mayoría de los estudiantes observan conceptos matemáticos como la pendiente, tangente, puntos, curva.
	

En las Actividades 1 y 2 se observa una clara dificultad inicial en la comprensión del concepto de la derivada por parte de los estudiantes. En la Actividad 1, donde se presentó la fórmula de la derivada, el 93% de los estudiantes no logró identificar su significado ni asociarla con algún concepto matemático. De manera similar, en la Actividad 2, aunque hubo una ligera mejora, solo el 27% consiguió relacionar la definición de la derivada con su concepto matemático. Estos resultados evidencian que la exposición tradicional, basada únicamente en la observación de expresiones simbólicas (fórmula y definición), no resulta suficiente para promover una comprensión significativa. Los estudiantes perciben estos elementos como representaciones abstractas, desarticuladas y carentes de sentido.

En la Actividad 3 se observó que, aunque los estudiantes identifican conceptos matemáticos aislados como la pendiente, la tangente, los puntos, la curva y la notación de la derivada, no lograron establecer una relación entre la fórmula y la definición de la derivada.

Actividades de instrucción

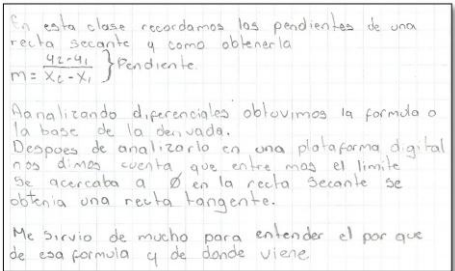
En la Tabla 5 se muestran los conocimientos matemáticos previos necesarios que, en la Actividad 4, fueron explicados por el docente en sus diferentes representaciones como verbal, numérica y gráfica.

Tabla 5

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 4

El docente junto a los estudiantes realiza la explicación de los conocimientos matemáticos involucrados, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.

Análisis

a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes recuerden los conocimientos matemáticos necesarios vistos previamente (nivel medio superior) y desarrollen una mayor comprensión al explicarlo con diferentes representaciones (como verbal, numérico y gráfico).	<p>La participación de los estudiantes fue fundamental para lograr la comprensión de cada concepto. Asimismo, cuando se explicó el concepto de la pendiente, ellos lo relacionaban con alguna inclinación, pero fueron pocos los estudiantes que recordaron cómo se determinaba gráficamente, donde la mayoría mencionó que la materia de Geometría Analítica en el nivel medio superior se les hizo difícil de comprender.</p> 

En la Tabla 6 se presentan los hallazgos de la Actividad 5 orientada a favorecer la articulación de los conocimientos matemáticos retomados en las Actividades 3 y 4 con la fórmula y la definición abordadas en las Actividades 1 y 2, con la finalidad de favorecer la interpretación geométrica de la derivada.

Tabla 6

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 5

El docente lleva a cabo la Interpretación Geométrica de la Derivada, de manera verbal, numérica y gráfica mediante una herramienta computacional GeoGebra.

Análisis	
a priori	a posteriori
<p>Con esta actividad se desea que los estudiantes primeramente observen que los conocimientos matemáticos determinados en la actividad 3 y explicados en la actividad 4 son necesarios para lograr explicar la interpretación geométrica de la derivada y además comprendan la relación que dicha interpretación tiene tanto con la fórmula como la definición vistas en la actividad 1 y 2.</p>	<p>Con la actividad anterior y específicamente con la pendiente de una recta en términos de diferenciales, se inició con la explicación de la interpretación geométrica de la derivada, donde la mayoría de los estudiantes (86%) expresaron la importancia de tener claros los conceptos matemáticos vistos en su explicación y que en su mayoría habían sido mencionados por ellos. Es importante también mencionar que el uso de una herramienta computacional fue de suma importancia, ya que fue mucho más fácil visualizar la transformación de la recta secante a la recta tangente.</p> <div data-bbox="468 763 881 992"> <p><i>Conclusión</i></p> <p>Asimismo, Retorno de los conocimientos previos necesarios</p> <p>Recta Secante</p> <p>Recta tangente</p> <p>Pendiente de una recta</p> <p>Diferenciales</p> <p>Límite</p> <p>↓</p> <p>Interpretación Geométrica de la derivada</p> </div> <div data-bbox="417 1006 666 1220"> </div> <div data-bbox="694 1006 932 1220"> </div>

Las Actividades 4 y 5 introducen un cambio metodológico clave al incorporar la herramienta computacional GeoGebra, lo cual transforma la manera en que los estudiantes interactúan con los conceptos al favorecer una participación cognitivamente activa. A diferencia de las actividades previas, aquí no solo son receptores de la información, sino que visualizan y reflexionan sobre la relación entre la fórmula y la definición de la derivada. Esto propició que, en la Actividad 5, el 86% de los estudiantes reconociera la importancia de tener claros los conceptos matemáticos involucrados para la interpretación geométrica de la derivada.

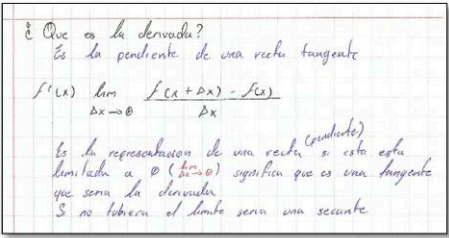
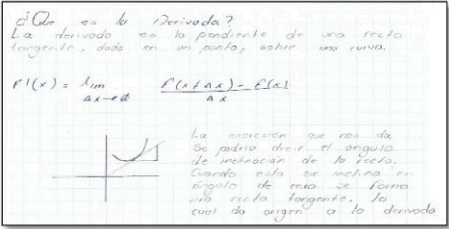
Actividad de cierre

La Tabla 7 resume el análisis y la reflexión llevados a cabo por los estudiantes en la Actividad 6, referente a la fórmula y definición de la derivada; con el propósito de que ellos lograran entender los conceptos y procedimientos involucrados, y que reconocieran la relación existente entre ambas representaciones y el concepto de derivada.

Tabla 7

Análisis a posteriori y evidencia de la Actividad 6

De acuerdo a lo visto en la Actividad 4 y 5. ¿Cuál sería tu análisis y reflexión tanto de la fórmula como de la definición vistas anteriormente (Actividad 1 y 2)?

Análisis	
a priori	a posteriori
Con esta actividad se desea que los estudiantes observen nuevamente tanto la fórmula como la definición vistas en la actividad 1 y 2 para su análisis y reflexión, que les permitan reconocer los conceptos y procedimientos involucrados y comprendan que ambas expresiones están relacionadas con el concepto matemático de la DERIVADA, para estar en condiciones de resolver ejercicios que involucren a la derivada bajo otra visión que tenía inicialmente el estudiante.	<p>Respecto a la última actividad, 19 estudiantes muestran comprender que ambas expresiones: fórmula y definición, son la derivada, pero en diferente representación, 7 estudiantes únicamente mencionaron que significa la pendiente de una recta y 4 estudiantes continúan sin comprender la relación del concepto matemático DERIVADA con la fórmula y su definición.</p>  <p>¿Que es la derivada? Es la pendiente de una recta tangente</p> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ <p>la representación de una recta (pendiente) limitada a 0 ($\Delta x \rightarrow 0$) significa que es una tangente que sera la derivada Si no hubiera el límite seria una secante</p>  <p>¿Que es la Derivada? La derivada es la pendiente de una recta tangente, dada en un punto, sobre una curva.</p> $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ <p>la derivada es una de se puede decir, el ángulo de inclinación de la recta. Cuando esta se inclina en ángulo de cero se forma una recta tangente, la cual da origen a la derivada</p>

A través de la Actividad 6, se obtuvo como resultado que el 63% de los estudiantes logró comprender la relación entre la expresión matemática de la fórmula y la definición de la derivada, lo que representa un incremento sustancial respecto a las actividades iniciales.

El conjunto de las actividades que conforman la secuencia didáctica permitió valorar la importancia de comprender ambas representaciones y la relación existente entre ellas para que, de una manera más intuitiva, el estudiante lograra unificarlas en un solo concepto: la derivada.

Reflexiones finales

Después de los análisis realizados durante las dos primeras fases de la metodología de la ingeniería didáctica, se desarrolló una secuencia didáctica para la comprensión de la definición de la derivada.

La explicación de los conceptos involucró tanto la fórmula como la definición y específicamente de la interpretación geométrica de la derivada, a través de diferentes representaciones como verbal, numérica y gráfica utilizando la herramienta computacional GeoGebra que contribuyó a una mejor comprensión del concepto matemático.

También se cumplió el objetivo de este trabajo de investigación, ya que favoreció la comprensión de la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica.

La evidencia obtenida a partir de la implementación de la secuencia didáctica permite sostener la viabilidad y pertinencia de esta propuesta para favorecer la comprensión del concepto de derivada. Los resultados iniciales, correspondientes a las Actividades 1 y 2, ponen de manifiesto la problemática de que el estudiante no asoció la expresión y la definición con el concepto de la derivada. El hecho de que el 93% de los estudiantes no lograra interpretar la fórmula de la derivada y que solo el 27% pudiera relacionar su definición con un concepto matemático evidencia una comprensión de conceptos desvinculados cuando el contenido se presenta de manera tradicional, centrada en la exposición simbólica.

No obstante, la incorporación de las Actividades 4 y 5 introduce un punto de inflexión significativo dentro de la secuencia. El uso de una herramienta computacional como GeoGebra no solo modifica el medio de presentación, sino que también posibilita la visualización dinámica y la exploración interactiva de los conceptos, favoreciendo una participación cognitivamente activa de los estudiantes.

La secuencia en su conjunto, que integra el diagnóstico, recuperación de los conocimientos previos, explicación multirregistro y visualización dinámica, propició un proceso reflexivo en los estudiantes que se reflejó en la Actividad 6 mediante los resultados obtenidos: el 63% logró comprender la definición de la derivada mediante la relación entre su expresión algebraica y su interpretación geométrica, lo que evidencia una construcción más sólida del concepto.

Desde una perspectiva investigativa, la secuencia didáctica se muestra eficaz al transitar de un enfoque de enseñanza estático y descontextualizado hacia uno dinámico, en el que los estudiantes logran establecer conexiones entre diferentes representaciones del mismo concepto. Asimismo, se evidencia una transformación en el rol del estudiante, que deja de ser un receptor pasivo para convertirse en un participante cognitivamente activo,

capaz de explorar y construir su propio conocimiento. En consecuencia, estos resultados respaldan la viabilidad de la secuencia didáctica como una estrategia pertinente para la enseñanza de conceptos abstractos en matemáticas, particularmente en el cálculo diferencial. La mejora sustancial en los niveles de comprensión sugiere que su implementación no solo es factible, sino también altamente recomendable en contextos educativos donde persisten dificultades en la apropiación conceptual.

Por tanto, se considera que la experiencia didáctica documentada ofrece un aporte para la Educación Matemática, al evidenciar cómo el diseño de actividades de aprendizaje a través de la tecnología y del proceso reflexivo por parte de los estudiantes, puede contribuir a mejorar la comprensión de conceptos matemáticos.

Referencias

- Aguilera, Y.R. (2011). El software educativo como medio de enseñanza. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 3(28), 1–12.
- Anaya, J. E., & Ibarra, Y. S. (2022). Diseño de secuencia didáctica basada en problemas: Aplicación del Cálculo Diferencial. *PädiUAQ*, 6(11), 1–8.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 97–140). Grupo Editorial Iberoamericano.
- Ayala, M. A., & Luna, R. L. (2025). El uso de GeoGebra para la comprensión de la derivada implícita en ingeniería. *Revista Científica SAPIENTIAE*, 8(16), 376–386.
- Castañón, F. C. (2024). *Construcción del concepto de derivada a través de la geometría dinámica* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Chiapas]. <https://repositorio.unach.mx/jspui/handle/123456789/4356>
- Chang, B., Cromley, J., & Tran, N. (2016). Coordinating multiple representations in a reform calculus textbook. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(8), 1475–1497.
- Cuesta, A., Garza, B., & Herrera, H. (2021). Habilidades procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. *Revista Tecnológica Educativa Docentes 2.0*, 11(1), 166–173. <https://doi.org/10.37843/rted.v11i1.209>
- De las Fuentes, M., & Aguilar, W. E. (2022). Secuencia didáctica apoyada con el software GeoGebra y problemas de optimización para el estudio de conceptos de cálculo diferencial. *Innovación Educativa*, 22(90), 9–35.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143–168.

- Feudel, F. (2019, 6 de agosto). *Required knowledge of the derivative in economics: Results from a textbook analysis* [Ponencia]. Conference Calculus in upper secondary and beginning university mathematics, Kristiansand, Norway.
- Flores, A. (2014). Enfoque conceptual del cálculo en la formación de docentes: Ejemplos con uso de tecnología interactiva. *Revista El Cálculo y su Enseñanza*, 5(5), 1–26.
- Galindo, M., Breda, A., & Alvarado, H. (2023). Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada para estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. *Revista Paradigma*, 44(4), 321–350. <https://doi.org/10.37618/ PARADIGMA.1011-2251.2023.p321-350.id1386>
- Gutiérrez, L., Buitrago, M. R., & Ariza, L. M. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137–153.
- Loayza, F. (2021). Ingeniería y situación didáctica para el aprendizaje de la derivada en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano. *Revista de Investigaciones*, 10(2), 160–172.
- López, P. D., Díaz, J. L., & Moreno, G. A. (2023, agosto). *Secuencia didáctica para la comprensión inicial de función derivada bajo la perspectiva de la Educación Matemática Realista* [Ponencia]. XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Lima, Perú.
- Muñoz, D. A., Paulino, D. A., & Calderón, M. N. (2025). La interpretación geométrica de la derivada de una función: Una estrategia didáctica para estudiantes de secundaria. *Revista Educación*, 49(1), 1–23. <https://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.58601>
- Pico, R., Díaz, O., & Escalona, M. (2017). Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial aplicando el asistente matemático DERIVE. *Tecnología Educativa*, 2(1), 24–31.
- Sánchez, G., & Fernández, C. (2016). Secuencias de actividades sobre derivada desde una trayectoria de aprendizaje. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 72, 40–46. <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/424994>
- Tecnológico Nacional de México. (2023). *Cálculo diferencial: ACF-2301* [Programa de asignatura]. Dirección de Docencia e Innovación Educativa. https://www.tecnm.mx/normateca/Direcci%C3%B3n%20de%20Docencia%20e%20Innovaci%C3%B3n%20Educativa/Actualizaci%C3%B3n%20de%20los%20programas%20de%20Estudio/ PROGRAMA_CALCULO_DIFERENCIAL_2024.pdf
- Zubieta, G., & Meza, R. A. (2022). El teorema fundamental del Cálculo: Una versión contemporánea y la otra basada en las ideas de I. Barrow, utilizando GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza*, 18(1), 53–60.