



## *Propuesta de desarrollo curricular*

# Actividades generadoras de modelos del tipo manipulables físicos para el estudio de la variación cuadrática en educación media superior

Model-generating activities with physical manipulatives for the study of quadratic variation in upper secondary education

**Erik Morales Mercado**  | erik.morales@unison.mx  
Universidad de Sonora

**César Fabián Romero Félix**  | cesar.romero@unison.mx  
Universidad de Sonora

**José David Zaldívar Rojas**  | david.zaldivar@uadec.edu.mx  
Universidad Autónoma de Coahuila

Recepción: 18 de julio de 2025 | Aceptación: 30 de octubre de 2025

### Resumen

En el nivel medio superior en México se está implementando un cambio en el modelo educativo denominado La Nueva Escuela Mexicana (NEM), lo que trae consigo un nuevo Marco Curricular Común (MCC) de educación media superior (EMS). En dicho marco se promueve el uso de la modelación matemática como eje para el desarrollo del pensamiento matemático. En ese contexto, se diseñaron actividades para abordar la variación cuadrática con modelación matemática, mediante la experimentación directa en contextos de Física, con el apoyo de manipulables físicos. Para estructurar el proyecto, se utilizó la metodología de experimentos de enseñanza en dos etapas: una fase exploratoria, que permitió el diseño de actividades generadoras de modelos (MEA) en un grupo de Cálculo diferencial e integral 1, tomando en cuenta sus formas de operar e interacciones, seguida de una fase de implementación con estudiantes de la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) de Pensamiento matemático 3 en un entorno real. A través de un análisis cualitativo se examina el desarrollo conceptual de los estudiantes, así como la efectividad de las actividades para promover la construcción de modelos matemáticos.

### Palabras clave

Actividades generadoras de modelos, variación cuadrática, Educación Media Superior, experimentación, experimentos de enseñanza

## Abstract

In upper secondary education in Mexico, a change is being implemented in the educational model known as La Nueva Escuela Mexicana (NEM), which introduces a new Common Curricular Framework (MCC) for upper secondary education (EMS). This framework promotes the use of mathematical modeling as a core element for developing mathematical thinking. Within this context, activities were designed to address quadratic variation through mathematical modeling, involving direct experimentation in physics-related contexts supported by physical manipulatives. To structure the project, a teaching experiment methodology was applied in two stages: an exploratory phase that enabled the design of Model-Eliciting Activities (MEAs) in a Differential and Integral Calculus I group, taking into account their operational strategies and interactions; followed by an implementation phase with students from the Curricular Learning Unit (UAC) Mathematical Thinking 3 in a real classroom environment. Through qualitative analysis, the study examines students' conceptual development and the effectiveness of the activities in promoting the construction of mathematical models.

## Keywords

Model-eliciting activities, quadratic variation, upper secondary education, experimentation, teaching experiments.

## Introducción

En México se está implementando un nuevo modelo educativo denominado la Nueva Escuela Mexicana (NEM), con un cambio radical al introducir un nuevo marco curricular común (MCC) para educación media superior (Secretaría de Educación Pública, 2023). Bajo dicho modelo educativo se deja de lado el estudio de asignaturas basadas en conocimientos aislados y se pasa al estudio por medio de Unidades Curriculares de Aprendizaje (UAC) donde se aplican los conocimientos en problemas situados.

El área de matemáticas se aborda por medio de recursos sociocognitivos de pensamientos matemáticos para los primeros tres semestres, que sirven como herramientas para abordar problemas de la comunidad, en contextos intra y extra-matemáticos, promoviendo la transversalidad entre disciplinas tomando en cuenta una secuencia lógica y cognitiva, partiendo de ideas iniciales hasta los conceptos más complejos (aprendizajes de trayectoria). Tal y como se menciona “una estrategia de enseñanza, donde la existencia de temáticas comunes, es decir, elementos que cruzan la propuesta curricular de un lado a otro permita al estudiante conectar los distintos conocimientos disciplinares de una manera coherente y significativa para el logro de aprendizajes de trayectoria” (Secretaría de Educación Pública, 2024).

Actualmente, existe poco material disponible para la UAC de Pensamiento Matemático 3, especialmente porque ahora se requiere abordar los

elementos del cálculo a través del estudio de la variación. Ante esta necesidad, en el presente documento se propone el diseño de actividades centradas en el análisis de la variación cuadrática, las cuales pueden ser implementadas en el curso de Pensamiento Variacional. Estas actividades no solo responden a los propósitos formativos de la asignatura, sino que también cumplen con los lineamientos establecidos por la NEM.

Por este motivo, en este artículo se propone el estudio de la variación cuadrática por medio de la modelación matemática, mediante la experimentación en conceptos de Cinemática con apoyo del software Tracker en la UAC de Pensamiento matemático III. Lo anterior obedece al hecho de que se propone en el documento de progresiones de aprendizaje del recurso socio-cognitivo de pensamiento matemático: “Es posible revisar el estudio que hace Galileo sobre los cuerpos en caída libre, es recomendable hacer uso de software libre como Tracker” (Secretaría de Educación Pública, 2023, p. 60).

En la literatura podemos encontrar gran diversidad de actividades de modelación matemática, entre ellas se pueden destacar las MEAS (Lesh & Doerr, 2003), que han sido ampliamente estudiadas e implementadas en varias universidades de Estados Unidos al proveer elementos que favorecen la generación de modelos, ayudan a promover habilidades para la toma de decisiones en contextos reales, además de poner en juego diferentes formas de reflexión, como las que provienen de la matematización de las situaciones y otros aspectos no declarados, como dilemas éticos para la resolución de problemas (Shuman et al., 2010). Se busca que los estudiantes se encuentren motivados al generar modelos matemáticos que reflejen fenómenos físicos reales.

En el diseño se incluyen situaciones experimentales de manera directa, con el objetivo de que los estudiantes generen datos a partir de la manipulación y observación de magnitudes variables. Esta aproximación permite que los participantes se involucren activamente en el proceso de modelación, al experimentar con fenómenos reales y registrar sus variaciones. Además, la experimentación facilita la revisión crítica del modelo construido, permitiendo determinar si es coherente con la situación planteada o si requiere ajustes para mejorar su precisión y utilidad.

## Marco referencial

La Nueva Escuela Mexicana impulsa el uso de la modelación matemática como herramienta para resolver problemas reales, promoviendo la experimentación, la integración entre disciplinas y el uso de tecnologías digitales. Este enfoque busca que los estudiantes desarrollen habilidades para analizar situaciones complejas, construir modelos significativos y aplicar conocimientos matemáticos en contextos auténticos.

Las actividades MEAS cumplen con los principios promovidos por la Nueva Escuela Mexicana, al integrar la modelación matemática, la experimentación y la transversalidad disciplinar en el abordaje de problemas reales. Estas actividades no solo fortalecen el desarrollo conceptual de los estudiantes, sino que también promueven habilidades de modelación como la interpretación de datos, la construcción de representaciones matemáticas y la revisión crítica de sus soluciones, preparándolos para enfrentar desafíos en contextos académicos y profesionales.

### *Nueva Escuela Mexicana*

La Nueva Escuela Mexicana busca transformar el sistema educativo mexicano mediante un enfoque centrado en el estudiante, con el propósito de formar ciudadanos críticos, reflexivos y comprometidos con su comunidad. Esta reforma promueve el trabajo colaborativo y la transversalidad entre disciplinas, favoreciendo la integración de saberes en contextos reales. Además, impulsa el uso de metodologías activas y tecnologías digitales para enriquecer el aprendizaje y hacerlo más significativo (SEP, 2023). En la NEM, el marco curricular común, propone que el área de matemáticas se aborde de manera transversal, integrándose con proyectos escolares y comunitarios que permitan contextualizar los contenidos en situaciones reales. Este enfoque busca alejarse de la enseñanza tradicional centrada en mecanicismos, algoritmos y memorización de fórmulas, promoviendo en su lugar el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas significativos.

Durante los primeros tres semestres de bachillerato en México, los contenidos matemáticos se organizan en Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) que responden a distintos enfoques del pensamiento matemático: Pensamiento Matemático 1, centrado en el pensamiento estadístico y probabilístico; Pensamiento Matemático 2, enfocado en el pensamiento geométrico y algebraico; y Pensamiento Matemático 3, orientado al pensamiento variacional. El objetivo es que los estudiantes construyan modelos, interpreten datos, y comprendan las matemáticas como una herramienta útil para analizar y transformar su entorno (SEP, 2023).

Una forma de abordar la transversalidad en el área de matemáticas es mediante conceptos de física, los cuales pertenecen al campo de conocimiento de ciencias naturales, experimentales y tecnología. A través de la construcción de modelos que analicen fenómenos naturales, los estudiantes pueden integrar saberes de distintas disciplinas y aplicar las matemáticas en contextos reales. Tal como lo señala el documento de Rediseño del marco curricular común de Educación Media Superior:

Las ciencias naturales, experimentales y tecnología conforman el área de conocimiento que remite a la actividad humana que estudia el mundo natural

mediante la observación, la experimentación, la formulación y verificación de hipótesis, el planteamiento de preguntas y la búsqueda de respuestas, que progresivamente profundiza en la caracterización de los procesos y las dinámicas de los fenómenos naturales (SEP, 2019, p. 43)

### *Pensamiento Variacional*

En el estudio del cálculo desde la perspectiva del pensamiento variacional, se privilegia el análisis del cambio y la variación de cantidades sobre el tratamiento de objetos matemáticos abstractos. Este enfoque ha dado lugar a diversas propuestas didácticas que buscan favorecer la comprensión de los fenómenos de cambio, entre ellas la desarrollada por Carlson y Thompson, quienes introducen el concepto de razonamiento covariacional como eje central.

El razonamiento covariacional se define como “un marco para describir y analizar las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades variables, prestando atención a las formas en que cambian entre sí” (Carlson et al., 2003, p. 446). Este tipo de razonamiento permite a los estudiantes construir significados más ricos sobre las relaciones funcionales, al enfocarse en cómo varían simultáneamente dos cantidades en contextos dinámicos.

Carlson y Thompson identifican seis acciones mentales que los estudiantes pueden realizar al representar modelos gráficos, las cuales constituyen una progresión en la sofisticación del pensamiento covariacional:

1. Mantener constante una cantidad mientras se cambia otra
2. Reconocer que una cantidad cambia
3. Reconocer que dos cantidades cambian simultáneamente
4. Coordinar los cambios de dos cantidades
5. Construir una tasa de cambio
6. Imaginar una tasa de cambio continua (Carlson et al., 2003, p. 467)

### **Figura 1**

#### *Problema de la botella*

**The Bottle Problem**  
Imagine this bottle filling with water. Sketch a graph of the height as a function of the amount of water that is in the bottle.



*Nota.* Tomado de Carlson et al., 2003, p. 468

Bajo esta perspectiva se han realizado algunas actividades para introducir la variación en estudiantes, un ejemplo es la actividad de la botella (Figura 1)

de Carlson et al. (2017, p. 468) “imáginese esta botella llenándose de agua. Dibuja una gráfica de la altura en función de la cantidad de agua que hay en la botella”.

### *Modelación matemática*

En los últimos años, la modelación matemática ha adquirido un papel central en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en contextos educativos que buscan conectar el conocimiento formal con situaciones reales. Este enfoque permite a los estudiantes construir, interpretar y validar modelos que representan fenómenos del mundo que los rodea, favoreciendo una comprensión más profunda y funcional de los conceptos matemáticos. El uso de Actividades generadoras de modelos (MEAS) han demostrado fomentar procesos de revisión y mejora de los modelos construidos por los estudiantes con problemas abiertos.

Las actividades generadoras de modelos han sido ampliamente estudiadas en Estados Unidos, donde incluso se han diseñado cursos completos basados en este enfoque, como en las universidades de Pittsburgh y Purdue. Los resultados obtenidos han sido muy positivos, ya que estas actividades permiten abordar problemas reales que requieren el uso de herramientas matemáticas y enfrentan a los estudiantes con dificultades propias del proceso de construcción de soluciones. Además, este tipo de actividades favorece el desarrollo de habilidades de modelación que resultan fundamentales para el desempeño profesional en diversos campos.

En el área de Cálculo destaca una MEA presentada en el trabajo de Hamilton et al. (2008), donde se empleó el problema titulado “Tidal Power Plant Project” (ver Figura 1). Esta actividad fue diseñada con el propósito de que los estudiantes desarrollaran distintos modelos matemáticos para abordar la problemática, considerando diversas restricciones propias del contexto. El enfoque permite que los participantes exploren soluciones viables, ajusten sus modelos y comprendan el papel de las matemáticas en la toma de decisiones relacionadas con fenómenos reales, como la generación de energía a partir de mareas. A continuación, se presenta la situación problema:

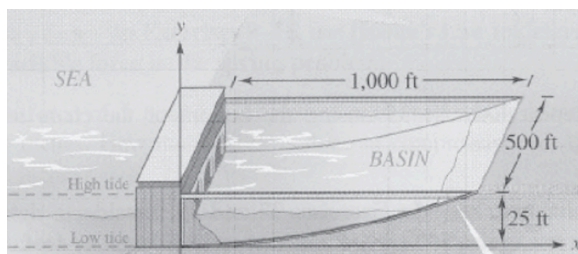
El Ayuntamiento de Sea Shell Island ha pedido a su empresa de ingeniería que proporcione un análisis de su planta de energía mareomotriz. Debido a la expansión de la población y los negocios en Sea Shell Island, existe la necesidad de obtener más energía de la planta de energía. En concreto, el Ayuntamiento pretende aumentar la producción energética de la planta en torno a un 20% (Hamilton et al., 2008, p. 7).

En este planteamiento se pide que los estudiantes trabajen como un equipo de ingenieros que desea ganar una licitación para tomar el proyecto de la presa de Sea Shell Island y deben proporcionar al menos dos diseños

alternativos que cumpla con los requerimientos ya previstos en la actividad, se debe tener en cuenta que el ganador de la licitación es el que optimice los costos y el tiempo, cuidando los requerimientos de factibilidad (por ejemplo, no se puede cambiar el ancho de la presa).

**Figura 2**

*Isla Sea Shell.*



*Nota.* Tomado de Hamilton et al. (2008), p. 7

En el contexto de la educación matemática en Hispanoamérica, la modelación matemática se ha consolidado como una estrategia para vincular el aprendizaje de las matemáticas con situaciones reales y significativas para los estudiantes. En este marco, las MEAS han cobrado relevancia por su capacidad para fomentar la construcción, prueba y revisión de modelos matemáticos a partir de problemas abiertos y complejos. Desde la Perspectiva de Modelos y Modelación (Lesh y Doerr, 2003), estas actividades permiten a los estudiantes transitar entre distintas representaciones matemáticas, validar sus ideas y proponer soluciones fundamentadas, promoviendo así un aprendizaje contextualizado y crítico.

En el nivel de secundaria, con estudiantes de entre 12 y 16 años, Trelles et al. (2019) implementaron dos MEAS que permitieron explorar fenómenos sociales y tecnológicos desde una perspectiva matemática. La primera actividad abordó la disminución en las ventas de vehículos a gasolina y su relación con la preferencia de los compradores primerizos por automóviles eléctricos. La segunda problematizó la elección de una nueva compañía de energía eléctrica, considerando factores como tarifas, precios y condiciones del servicio. En ambas experiencias, los estudiantes desarrollaron modelos matemáticos multifactoriales que les permitieron analizar las variables involucradas y construir modelos matemáticos en contextos significativos.

En un estudio de estadística, Aymerich y Albarracín (2022) trabajaron con estudiantes de cuarto de secundaria en España (15 años), abordando problemas abiertos que permitieran desarrollar el concepto de variabilidad a partir del análisis de grandes volúmenes de datos. A lo largo de la actividad, se observó cómo los estudiantes generaban y refinaban modelos matemáticos

de manera progresiva, en un proceso de construcción colectiva del conocimiento. El estudio resalta el papel central de la modelación matemática en el aprendizaje de la estadística, especialmente cuando se trabaja con situaciones contextualizadas que promueven el pensamiento crítico y la descripción de fenómenos reales.

Al enfrentarse a situaciones contextualizadas como el crecimiento poblacional como el presentado por Montero y Vargas (2022) los estudiantes al resolver una MEA refinan sus modelos iniciales (variación lineal) hasta llegar a los más complejos como la variación exponencial. El trabajo destaca la importancia de diseñar con situaciones contextualizadas para promover el estudio de la variación y el desarrollo de habilidades de modelación.

En cuanto al desarrollo profesional docente, Vargas et al. (2023) ha realizado la implementación de una MEA con profesores en servicio de nivel bachillerato, donde se aborda la deforestación en el estado de Michoacán como consecuencia del incremento del área de cultivo de aguacate. En esta actividad los profesores iniciaron con tratamiento algebraico, al refinar sus modelos trabajaron con variaciones lineales, cuadráticas y exponenciales. Al trabajar con la relación entre cantidades se promueve nuevas formas de razonamiento covariacional para comprender el fenómeno y determinar el modelo que representa la situación.

Como se puede observar, las actividades MEA permiten trabajar la modelación matemática a partir de situaciones reales en contextos transversales, en línea con los principios de la Nueva Escuela Mexicana. Por ello, en este trabajo se propone abordar el estudio de la variación cuadrática mediante este tipo de actividades, con el objetivo de favorecer el aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades de modelación en los estudiantes.

### **Marco teórico**

En este trabajo se plantea aplicar en las actividades MEA la modelación matemática mediante conceptos de cinemática, ya que involucran pocas variables y los resultados experimentales suelen coincidir con los teóricos. Esto facilita que los estudiantes construyan, analicen y ajusten modelos. En muchos casos, representa su primer acercamiento a la experimentación, y el hecho de que las diferencias entre lo observado y lo esperado sean mínimas contribuye a mejorar la comprensión de la situación y sus resultados. Las MEAS se fundamentan en la Perspectiva de Modelos y Modelación propuesta por Lesh y Doerr (2003), quienes consideran la noción de modelo como sigue:

Los modelos son sistemas conceptuales (que consisten en elementos, relaciones, operaciones y reglas que rigen las interacciones) que se expresan mediante sistemas de notación externa y que se utilizan para construir, describir o explicar

el comportamiento de otro(s) sistema(s), tal vez para que el otro sistema puede manipularse o predecirse inteligentemente. Un modelo matemático se centra en las características estructurales (en lugar de, por ejemplo, las características físicas o musicales) de los sistemas relevantes. (Lesh & Doerr, 2003, p. 10).

En la misma línea, la modelación se concibe como un proceso dinámico de creación y manipulación de estos modelos conceptuales en la resolución de problemas. Según Hamilton et al. (2008, p. 8), “la modelación es el proceso dinámico de crear y manipular estos modelos conceptuales en la resolución de problemas. Se puede describir como un proceso de adaptación, de crear soluciones a problemas previamente no resueltos”. Esta definición resalta que los estudiantes no solo aplican conocimientos previos, sino que también desarrollan nuevas formas de pensar y representar situaciones complejas.

Las actividades propuestas en este trabajo parten de un principio de realidad, lo que implica que, al diseñarlas, es fundamental preguntarse si la situación o problemática presentada a los estudiantes podría ocurrir en la vida real. Este enfoque busca garantizar que las tareas sean significativas y relevantes para los estudiantes. Cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones auténticas, se favorece la construcción de estructuras cognitivas y habilidades de modelación durante la resolución de problemas, tal como se menciona:

los individuos crean comprensiones y modelos matemáticos a medida que matematizan problemas cuya resolución les resulta significativa. El significado impulsa la cognición. Muchos conceptos, habilidades y procesos matemáticos que los estudiantes desarrollan durante la resolución de problemas del mundo real son significativamente menos utilizables cuando se enseñan de una manera desconectada de contextos intrínsecamente motivadores o significativos (Hamilton, et al., 2008, p. 9).

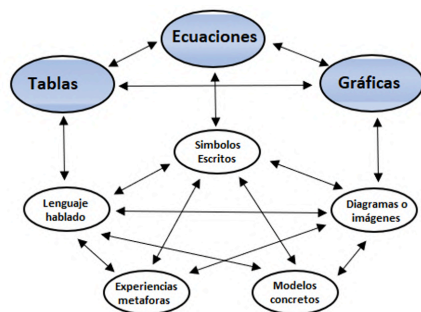
La Perspectiva de Modelos y Modelación pone énfasis en la creación de modelos como eje central del aprendizaje matemático. Desde esta visión, el foco no está únicamente en obtener una respuesta correcta, sino en el proceso mismo de construcción del modelo, ya que “el proceso es el producto, es decir, los fines van más allá de dar una sola respuesta a un ejercicio o problema en específico” (Lesh, 2003, p. 1). Este enfoque valora la manera en que los estudiantes interpretan, representan y refinan sus ideas a lo largo de la resolución de una situación compleja.

En este enfoque, el estudiante asume un papel activo en la construcción del modelo que mejor representa la situación real planteada. Este proceso implica tomar decisiones, justificar elecciones y adaptar sus representaciones conforme avanza en la comprensión del problema. Para ello, los estudiantes suelen alternar entre una amplia variedad de representaciones, siendo las más comunes las tablas, ecuaciones y gráficas. Sin embargo, también recurren

a otros tipos de representaciones como símbolos escritos, lenguaje hablado, diagramas, imágenes, modelos concretos e incluso representaciones basadas en experiencias personales o metáforas. Esta flexibilidad en el uso de representaciones permite a los estudiantes explorar diferentes formas de pensar y comunicar sus ideas matemáticas. Tal como se ilustra en la Figura 3, este tránsito entre representaciones es parte esencial del proceso de modelación, ya que refina la construcción del modelo y favorece la comprensión del fenómeno estudiado.

**Figura 3**

*Uso de representaciones en la construcción de modelos*



*Nota.* Tomado de Lesh y Doerr (2003), p. 12

Los autores que desarrollan actividades que favorecen la generación de modelos MEAS se distancian de las perspectivas tradicionales de resolución de problemas aplicados, en las que los estudiantes abordan ejercicios después de haber recibido la teoría correspondiente y siguen un método de resolución estandarizado. En contraste, las MEAS plantean situaciones en las que la teoría disponible no es suficiente, por lo que los estudiantes deben construir su propio camino hacia la solución. Esto implica tomar decisiones, formular conjeturas, representar ideas y validar sus propuestas, lo que convierte al proceso de modelación en el eje central del aprendizaje.

Estas actividades simulan problemas auténticos del mundo real y se desarrollan generalmente en pequeños equipos de tres a cinco estudiantes, quienes trabajan colaborativamente durante una o dos sesiones de clase. La esencia de las MEAS radica en la expresión, prueba y revisión de modelos funcionales que respondan a la problemática planteada. A diferencia de otros enfoques centrados en procesos cognitivos o en el análisis del ciclo de modelación, las MEAS surgen desde una perspectiva de intervención didáctica, orientada al diseño de experiencias de enseñanza que promuevan la construcción significativa del conocimiento matemático.

En las entrevistas clínicas realizadas por los autores de las MEAS, las “características del problema” fueron un elemento clave en el análisis. Este

aspecto llevó a la conclusión de que, durante el diseño de dichas actividades, es fundamental enfocarse en el desarrollo de modelos que puedan surgir en contextos de la vida cotidiana o profesional. Estos modelos deben permitir a los estudiantes modificarlos, adaptarlos y refinarlos, de modo que puedan enfrentar las dificultades que surgen en su construcción. De esta manera, los estudiantes logran interpretar los problemas de manera significativa mediante diversas representaciones matemáticas y adquieren control sobre sus propios modelos. A partir de estas premisas, el diseño de los MEAs debe atender seis principios establecidos por Lesh (Tabla 1):

**Tabla 1***Principios de diseño de las MEAS*

| Principios de diseño de las MEAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Principio de Realidad:</b> ¿Podría suceder esto en la vida real? ¿Se alentará a los estudiantes a dar sentido a la situación basándose en extensiones de sus propios conocimientos y experiencias personales?                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Construcción de modelos:</b> ¿Implica construir, explicar, manipular, predecir o controlar un sistema estructural significativo? ¿La tarea creó la necesidad de construir (o modificar, ampliar o refinar) un modelo?                                                                                                                                                                                               |
| <b>Documentación del modelo:</b> ¿La respuesta requerirá que los estudiantes revelen explícitamente cómo piensan acerca de la situación (datos, objetivos, posibles caminos de solución)? ¿En qué tipo de sistemas (objetos matemáticos, relaciones, operaciones, patrones, regularidades) están pensando?                                                                                                             |
| <b>Autoevaluación:</b> ¿El planteamiento del problema sugiere claramente los criterios apropiados para evaluar la utilidad de respuestas alternativas? ¿Podrán los estudiantes juzgar por sí mismos cuando sus respuestas sean lo suficientemente buenas? ¿Quedará claro qué propósitos pretenden abordar los resultados? ¿Para quién? ¿Cuándo?                                                                        |
| <b>Generalización del modelo:</b> en situaciones de la "vida real", rara vez vale la pena desarrollar una herramienta conceptual (como un modelo) si la herramienta se va a utilizar una vez. Entonces, el principio de generalización del modelo dice: "¿Es el modelo no sólo poderoso para la situación específica y el cliente en cuestión, sino también compatible con otros y reutilizable en otras situaciones?" |
| <b>Prototipo simple:</b> ¿Es la situación lo más simple posible y al mismo tiempo crea la necesidad de un modelo significativo? ¿Proporcionará la solución un prototipo (o metáfora) útil para interpretar otras situaciones estructuralmente similares?                                                                                                                                                               |

*Nota.* Tomado de Hamilton et al. (2008), p. 7

Con la intención de hacer explícitos el modo en el cual es posible obtener los datos para construir modelos dentro de las actividades, nuestra revisión de literatura nos permitió identificar 3 tipos de MEA:

1. **Mentales:** En este tipo de actividades, el docente proporciona a los estudiantes datos provenientes de contextos reales, como estadísticas, medidas u otra información relevante. Los participantes deben imaginar la situación de la vida real y, mediante la combinación de los datos y su imaginación, desarrollar modelos matemáticos que les permitan resolver el problema planteado.
2. **Simulación:** Se emplea software especializado como fuente primaria de datos para la generación de modelos matemáticos. Esta metodología

permite explorar fenómenos complejos sin necesidad de realizar experimentos físicos. El software ofrece diversas representaciones del fenómeno, lo que facilita a los estudiantes abordar el problema desde múltiples perspectivas dentro de un entorno controlado.

**3. Manipulables físicos:** Los datos se generan a través de la manipulación directa de objetos físicos. Esta experimentación permite observar covariaciones, realizar ajustes y optimizar resultados. El trabajo con objetos físicos resalta la importancia de la práctica en la comprensión y construcción de modelos matemáticos significativos.

## Metodología

En este manuscrito se propone el diseño de actividades cuyo propósito central es la generación de modelos matemáticos, lo que resalta la necesidad de contar con una metodología que permita valorar su implementación y verificar que efectivamente se fomenta la construcción de modelos. En este contexto, la metodología de Experimentos de Enseñanza propuesta por Steffe y Thompson (2000) resulta adecuada. Esta metodología se desarrolla en dos etapas: la primera consiste en una enseñanza exploratoria, en la que el profesor-investigador diseña las actividades en interacción directa con estudiantes de un grupo de Cálculo Diferencial e Integral I; la segunda etapa incluye episodios de enseñanza experimental con un grupo de Pensamiento Matemático 3, utilizando los diseños finales para observar cómo los estudiantes construyen y refinan sus modelos.

### *Enseñanza Exploratoria*

Para el diseño de las actividades generadoras de modelos para el estudio de la variación cuadrática se realizó una implementación de un diseño preliminar, con un grupo de Cálculo Diferencial e Integral 1 del Colegio de Bachilleres del estado de Sonora, después se realizó un pilotaje para verificar el cumplimiento de los principios de diseño y desarrollo conceptual de los estudiantes y, por último, un rediseño para generar las MEAS que serán implementadas durante la enseñanza experimental. Cabe mencionar que para el desarrollo de las actividades se proporcionó a los estudiantes participantes una capacitación básica sobre el uso del software Tracker para obtener mayor certeza en los datos obtenidos,

Una de las hipótesis que surge a partir de la implementación de las actividades MEA con el apoyo del software Tracker es la posibilidad de verificar lo que se plantea en el documento del Programa de Estudios de Pensamiento Matemático III (SEP, 2023, p. 16), donde se afirma: “En el caso de Pensamiento Matemático III, se recomienda el empleo de simuladores y software libre como GeoGebra y Tracker para analizar funciones y

las trayectorias de objetos móviles que se buscarían modelar desde el pensamiento variacional”. Esta hipótesis plantea que el uso de herramientas tecnológicas no solo facilita la visualización de fenómenos físicos, sino que también fomenta el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, al permitirles construir modelos funcionales a partir de situaciones reales, promoviendo así una comprensión de los conceptos matemáticos como la variación cuadrática y sus derivadas.

A partir de las primeras observaciones, se identificaron resultados no satisfactorios en el cumplimiento de algunos principios de diseño. No obstante, considerando que la enseñanza exploratoria es un proceso dinámico que se adapta a las necesidades del grupo, se decidió incorporar una rúbrica de productos intermedios, utilizando una QAG Guía de Evaluación de la Calidad (Aguilar, 2021) para mejorar el desempeño de los principios de autoevaluación y construcción del modelo. Esta herramienta permitió orientar de manera más estructurada el razonamiento de los estudiantes, favoreciendo la apropiación de los conceptos clave. Además, promovió el ciclo de expresar–revisar–probar, esencial en la construcción de modelos matemáticos, lo que derivó en una mejora significativa en los resultados obtenidos. Por ello, se decidió integrar la QAG en la versión final de la propuesta didáctica.

Con el objetivo de contribuir al principio de documentación en el proceso de enseñanza–aprendizaje, se solicita a los estudiantes la elaboración de un reporte estructurado que incluye características específicas. Este reporte busca generar un equilibrio entre el realismo de la situación abordada y el grado de guía proporcionado en las actividades, permitiendo que los estudiantes reflexionen sobre su experiencia y el proceso de modelación matemática.

Para cerrar el ciclo de trabajo en la enseñanza exploratoria, se incorpora una evaluación del experimento, cuyo propósito es corroborar el desarrollo conceptual alcanzado por los estudiantes, el fortalecimiento de sus habilidades de modelación y su nivel de participación en el desarrollo de la actividad. Esta evaluación permite valorar no solo los productos finales, sino también los procesos cognitivos involucrados en la construcción de modelos funcionales desde el pensamiento variacional.

Para abordar la variación cuadrática en la Unidad de Aprendizaje Curricular, se propone la implementación de tres actividades MEA:

- MEA Catapultas: para promover la variación cuadrática
- MEA Concurso de Cohetes: para promover la derivada de la variación cuadrática
- MEA Constante de la gravedad: para promover la segunda derivada de la variación cuadrática

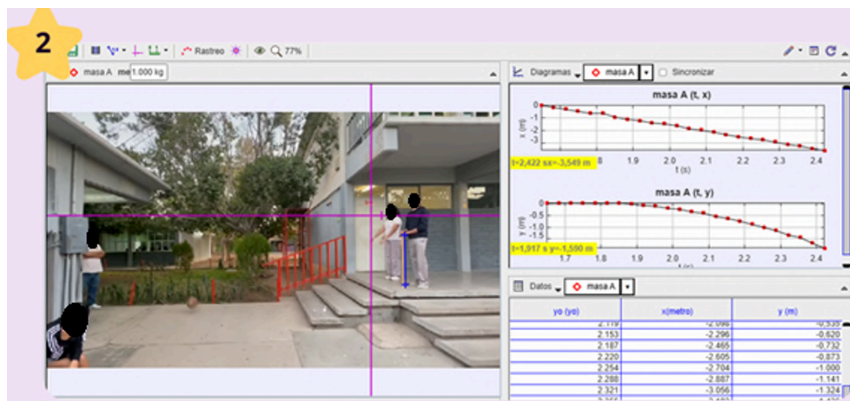
### *Enseñanza Experimental*

Los diseños finales de las MEAS se implementaron en un grupo de Pensamiento Matemático 3 dividido en quince equipos de tres integrantes, los cuales se clasificaron de acuerdo con su desempeño académico, donde predomina un nivel académico bajo con seis equipos, cinco equipos de nivel promedio y 4 equipos con nivel alto. Para describir el proceso de la Enseñanza experimental, en el presente manuscrito solo se discute y analizar el MEA de Constante de la Gravedad.

**MEA de constante de la gravedad:** La actividad se realiza en dos momentos, en el primero se les pide a los estudiantes que investiguen sobre la fuerza de gravedad, su magnitud, sus unidades y cualquier aspecto relevante. Como producto de este momento se les solicita la descripción de esta fuerza por parte de cada uno de los integrantes del equipo. En un segundo momento se les solicitó que realizaran tres experimentos para determinar la magnitud de la constante de la gravedad de manera experimental, utilizando una pelota para determinar la influencia de la gravedad en esta y realizar una comparación entre el valor teórico y el que obtuvieron en cada uno de los casos. El primer experimento fue de caída libre, en el segundo debieron aplicar una fuerza horizontal a la pelota y en el tercero lanzar una pelota con un ángulo entre  $20^\circ$  y  $70^\circ$ , para determinar el valor de la gravedad. El tamaño, la forma y el espacio que utilizaron se dejó a criterio de cada equipo. Para cada experimento los estudiantes realizaron la grabación de un video el cual se analizó con software Tracker, con el fin de obtener una primera representación de su modelo para determinar la constante de la gravedad. En la Figura 4 se muestra el trabajo en Tracker del equipo 6.

**Figura 4**

*Análisis de video en Software Tracker del experimento 2 de MEA Constante de gravedad*



### *Análisis retrospectivo*

Este apartado presenta el análisis de los productos recopilados durante la implementación de las actividades diseñadas en el marco del proyecto. El propósito central es evaluar el grado en que se alcanzaron los objetivos planteados, con especial énfasis en la generación de modelos matemáticos y el desarrollo de habilidades asociadas al estudio de la variación cuadrática. Para ello, se toman en cuenta los siguientes aspectos:

- Características de los modelos y rutas de solución observadas
- Evaluación del diseño de los MEAS
- Desarrollo conceptual asociado a los modelos generados

### *Características de los modelos y rutas de solución observadas*

Se inicia el análisis, clasificando las rutas de solución observadas en la construcción de los modelos, donde los estudiantes tienen la libertad de utilizar diferentes representaciones y formular una estrategia de resolución de los MEAS; después se analizan los tipos de modelos donde se valora el producto final y la construcción del modelo matemático que utilizaron. A continuación, se presentan las rutas y modelos para el MEA de Constante de la gravedad.

**Tabla 2**

*Rutas de solución observadas en el MEA de Constante de la gravedad*

| Pasos de la ruta                                                                                                                                                                                       | Ruta 1 | Ruta 2 | Ruta 3 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|--------|
| Tomar video al realizar el experimento                                                                                                                                                                 | 1      | 1      | 1      |
| Medir la altura de la que cae la pelota                                                                                                                                                                |        |        | 2      |
| Tomar el tiempo que tarda la pelota en caer al piso.                                                                                                                                                   |        |        | 3      |
| Utilizar Tracker para obtener la tabla de la altura de la pelota con respecto al piso en función del tiempo                                                                                            | 2      | 2      |        |
| Utilizar Excel/GeoGebra para insertar la tabla de datos que obtuvieron en software Tracker para determinar la ecuación de la altura en función del tiempo por medio de un ajuste polinómico de grado 2 | 3      | 3      |        |
| Obtener la primera derivada de la función de la posición con respecto al tiempo (velocidad)                                                                                                            | 4      | 4      |        |
| Obtener la segunda derivada de la función (aceleración) que debe corresponder a la constante de la gravedad                                                                                            | 5      | 5      |        |
| Utilizar la fórmula de $g = \frac{2h}{t^2}$ para obtener el valor de la constante de la gravedad, donde la $h$ es la altura de donde cae la pelota                                                     |        |        | 4      |
| Multiplicar por un factor de conversión para que el resultado de la constante de gravedad siempre sea $9.81 \frac{m}{s^2}$                                                                             |        | 6      |        |
| Comparar el valor de la gravedad experimental con el valor teórico                                                                                                                                     | 6      |        | 5      |

### *Rutas de Solución Observadas en MEA de Constante de la gravedad*

Las rutas de solución observadas son el conjunto de pasos que llevaron a cabo los equipos para la resolución de la actividad. Estas se identificaron al analizar los reportes presentados, esto nos puede ayudar a predecir las rutas que podrían realizar los estudiantes en posteriores implementaciones. En el MEA de Constante de la Gravedad se detectaron tres rutas de solución que se presentan en la Tabla 2, donde se enumera la secuencia de pasos utilizados.

Las diferencias más notables entre las rutas de solución observadas se relacionan con los enfoques utilizados para determinar el valor experimental de la constante de la gravedad. La Ruta 1 se caracteriza por realizar una comparación crítica entre el valor obtenido y el valor teórico, justificando las discrepancias (aun cuando no son significativas) con base en posibles errores experimentales. En contraste, la Ruta 2 presenta resultados exactos de manera sistemática, debido a una práctica incorrecta: multiplicar el valor experimental por un “factor de conversión” que ajusta artificialmente el resultado a  $9.81 \frac{m}{s^2}$ , sin considerar las condiciones reales del experimento. Por otro lado, la Ruta 3 difiere significativamente de las anteriores, ya que emplea una fórmula de tiro vertical ( $g = \frac{2h}{t^2}$ ) para calcular la constante de la gravedad. Aunque se reconoce el uso de la variación cuadrática en esta ruta, no se observa una aplicación de sus derivadas.

### *Modelos observados en el MEA de Constante de la Gravedad*

Los modelos observados corresponden al uso de representaciones utilizadas por los equipos. Además, se realiza una clasificación del tipo de modelo según la solución que proponen los estudiantes, en el MEA de Constante de gravedad se observaron dos modelos, uno utilizando la variación cuadrática y otro donde se utilizan los conceptos de cinemática.

**Modelo A.** Se obtiene el valor de la constante de la gravedad utilizando la segunda derivada de la función de posición con respecto al tiempo.

**Modelo B.** Se obtiene el valor de la constante de la gravedad determinando la altura máxima y utilizando la fórmula de tiro vertical ( $g = \frac{2h}{t^2}$ ).

Los modelos utilizados por los estudiantes presentan diferencias significativas en cuanto al enfoque y los elementos del pensamiento variacional que incorporan. El Modelo A se basa exclusivamente en la utilización de la variación cuadrática y sus derivadas para construir el modelo matemático, lo que permite una interpretación más profunda del comportamiento del movimiento en función del tiempo. En cambio, el Modelo B combina la fórmula del tiro parabólico con el análisis de la variación de la altura respecto al tiempo, sin hacer uso explícito de las derivadas.

Ambos modelos son válidos para abordar la actividad propuesta; sin embargo, el uso de las derivadas y la comprensión de su aplicación en contextos

de movimiento (como reconocer que la velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo, y que la aceleración es la derivada de la velocidad) resulta útil para resolver situaciones de este tipo.

### *Cumplimiento de Principios MEA*

Posteriormente, se llevó a cabo una evaluación del diseño de las actividades MEAS con el objetivo de verificar el cumplimiento de los principios de diseño establecidos. En particular, se consideraron las dimensiones de documentación (D), autoevaluación (A), generalización (G) y prototipo simple (PS), conforme a la propuesta metodológica de Shuman et al. (2010, p. 28). Cada una de estas dimensiones fue valorada mediante una escala Likert de cinco puntos, que permite estimar el grado de logro alcanzado por las soluciones generadas en relación con cada principio. Las puntuaciones obtenidas en las cuatro dimensiones fueron posteriormente promediadas para obtener una calificación global del diseño de las actividades, lo que facilitó una apreciación integral de su calidad y coherencia con los fundamentos teóricos del enfoque MEA.

**Tabla 3**

*Rúbrica de cumplimiento de MEAS. Adaptado de (Shuman et al., 2010)*

| MEA Constante de la gravedad                                                                                                                                                                                                | D | A | G | PS |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|----|
| <b>Nivel 1</b><br>El principio claramente no se logró o no se ejecutó en la solución                                                                                                                                        |   |   |   |    |
| <b>Nivel 2</b><br>Índica algún logro o ejecución, pero insuficiente                                                                                                                                                         |   |   |   |    |
| <b>Nivel 3</b><br>Un nivel suficiente o adecuado de logro y satisfacción de los requisitos básicos                                                                                                                          |   |   | X |    |
| <b>Nivel 4</b><br>La solución incorpora el principio en su mayor parte y que la solución ha ido más allá de los requisitos básicos; es decir, el equipo ha logrado más de lo esperado y en general ha hecho un buen trabajo |   |   |   |    |
| <b>Nivel 5</b><br>El principio debe ejecutarse según los requerimientos descritos en la Tabla 1. Principios de diseño                                                                                                       | X | X |   | X  |

*Nota.* Adaptado de Shuman et al. (2010)

Una vez analizada la rúbrica propuesta por Shuman et al. (2010), se corroboró que la actividad MEA alcanzó un promedio de 4.5 en la escala Likert de cinco puntos, lo que indica un alto grado de cumplimiento de los principios de diseño considerados. Tres de las cuatro dimensiones evaluadas obtuvieron la puntuación máxima (5), lo que refleja la solidez del diseño.

El principio de documentación (D) fue valorado con 5 puntos, ya que permitió visualizar con claridad el proceso mediante el cual los estudiantes construyeron sus modelos matemáticos, evidenciando sus razonamientos y

decisiones a lo largo de la actividad. El principio de autoevaluación (A) también obtuvo una calificación de 5 puntos, al observarse múltiples momentos en los que los estudiantes revisaron sus procedimientos, repitieron experimentos y evaluaron la calidad de sus productos utilizando la guía proporcionada.

Asimismo, el principio de prototipo simple (PS) fue evaluado con 5 puntos, es evidente que, en las representaciones iniciales, los estudiantes elaboraron tablas para organizar los datos obtenidos durante la experimentación, lo que facilitó la comprensión de sus modelos. En contraste, el principio de generalización (G) recibió una calificación de 4, debido a que no todos los equipos lograron extrapolar sus modelos al contexto de la segunda derivada de la altura respecto al tiempo en distintos movimientos (caída libre, tiro vertical y tiro parabólico), como representación de la aceleración constante, es decir, el valor de la constante de la gravedad.

A continuación, se describen los elementos evaluados que permitieron determinar el Nivel 4.5 en la actividad MEA correspondiente al estudio de la constante de la gravedad, conforme a los criterios establecidos en la Tabla 3.

### *Documentación del modelo*

En las indicaciones de la actividad se les solicitó a los estudiantes un reporte con los siguientes elementos:

#### 1 Elementos del reporte

- 1.1 Portada con los nombres de los integrantes del equipo
- 1.2 Introducción sobre la gravedad (incluir lo que explica cada uno de los integrantes con sus palabras como describe esta fuerza)
- 1.3 Desarrollo
  - 1.3.1 Reporte de dificultades en el desarrollo de los experimentos
  - 1.3.2 Capturas de los videos tomados a cada uno de los equipos
  - 1.3.3 Capturas del software Tracker donde se visualice la trayectoria de la pelota
  - 1.3.4. Cálculos y demás procedimientos empleados
  - 1.3.5 La magnitud de la gravedad en cada experimento
  - 1.3.6 Comparación de la fuerza de gravedad entre los experimentos
  - 1.3.7 Explicar sus semejanzas o diferencias
- 1.4 Conclusiones de la actividad
- 1.5 Reflexión de aprendizaje

#### 2 Adicional al reporte se debe anexar lo siguiente:

- 2.1 Videos de cada uno de los experimentos
- 2.2 Archivo en Tracker
- 2.3 Reporte sobre dificultades presentadas durante los cálculos y como se resolvieron.

Adicional a esto, se les solicitó a los estudiantes una primera versión de la resolución de la actividad y que valoraran su trabajo desde el punto de vista del cliente, por medio de la Guía de Evaluación de Calidad QAG. Para la entrega final se les solicita de nuevo el reporte completo.

### *Autoevaluación*

En un primer momento se les solicitó a los equipos un reporte sobre las dificultades presentadas durante la realización de los experimentos y cómo fueron superadas. En segundo momento realizaron la QAG (Guía de evaluación de calidad) para ver qué tan buenas eran sus soluciones y poder realizar mejoras en sus modelos. Para finalizar se les requirió un reporte sobre las dificultades presentadas durante los cálculos y como se resolvieron. Por ejemplo, el Equipo 8 determinó las dificultades que se observaron durante el experimento:

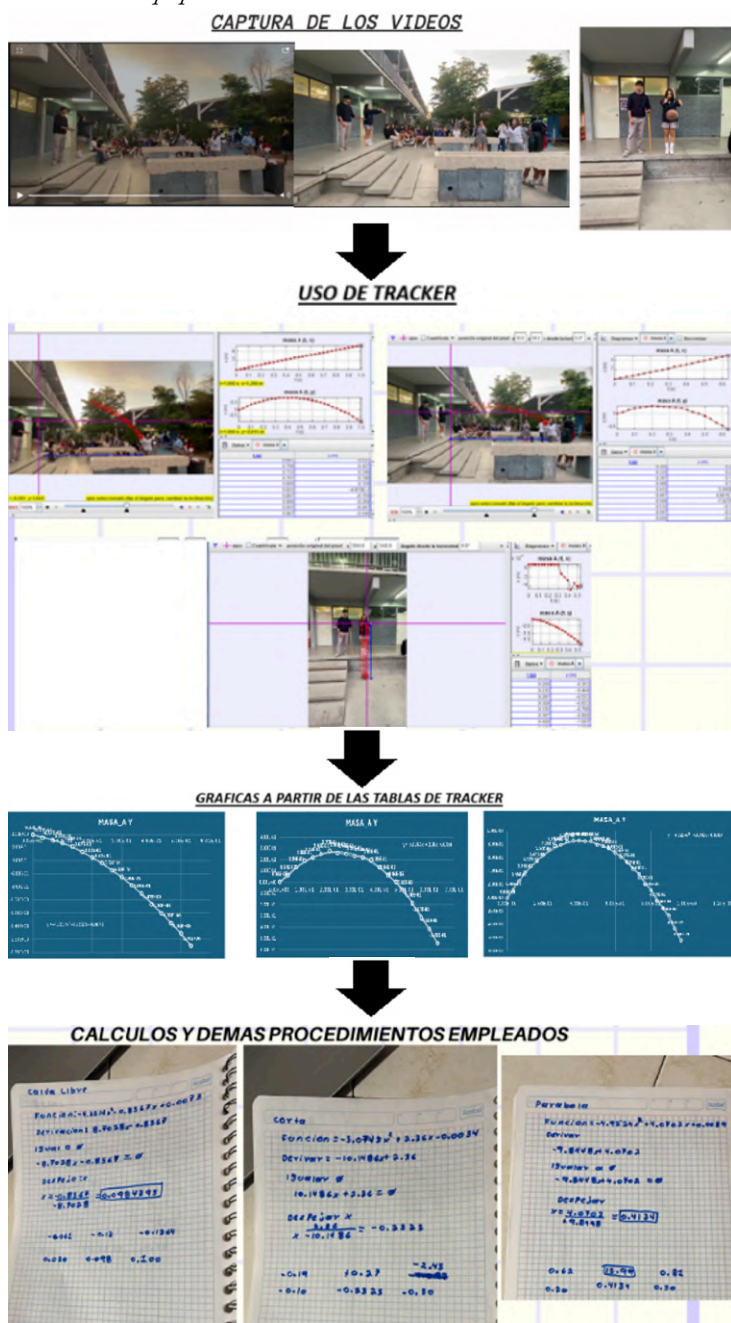
- Errores de medición: los valores de la segunda derivada no eran correctos, pero teníamos mal la escala, lo que ocasionaba diferencias. Para resolverlo se colocó correctamente la vara de calibración y ya nos dieron resultados muy cercanos al  $9.81$ .
- Interpretar los resultados de la derivada: En los tres experimentos la primera derivada daba un valor diferente y no sabíamos por qué no eran iguales. Después nos pusimos a investigar y pudimos informarnos que la primera derivada de la posición vs tiempo es la velocidad y con la segunda derivada obtenes la aceleración y como la fuerza de gravedad es una aceleración de  $9.81 \frac{m}{s^2}$ .

### *Generalización*

La mayor parte de los equipos pudieron generalizar la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo como la aceleración, reconociendo dicha magnitud como la constante de la gravedad que se solicitaba. Además de poder argumentar sobre las diferencias observadas. Como lo menciona el equipo 6: “Aunque las segundas derivadas de todas las ecuaciones están cerca del valor de gravedad. Las primeras derivadas (velocidad) son distintas. La pendiente nos dice cómo cambia la velocidad con respecto al tiempo”.

### *Prototipo simple*

Los estudiantes utilizaron el software Tracker para determinar la trayectoria de un objeto y después realizar un ajuste para obtener la ecuación de dicha variación, lo que puede ser de gran utilidad en situaciones similares para describir o encontrar la solución a un problema. En la Figura 5 se muestra el trabajo del equipo 13, donde siempre sigue la misma ruta de solución.

**Figura 4***Ruta de solución del equipo 15*

### *Desarrollo Conceptual*

Para realizar este análisis se realiza una clasificación del tipo de desarrollo conceptual que promueve el MEA (Tabla 3) según lo descrito en (Shuman et al., 2010) en:

- Integrador: si el objetivo es Integrar el aprendizaje de cursos anteriores con nueva información,
- Reforzador: si es para reforzar conceptos que se están cubriendo en el curso y,
- Descubrimiento: si el concepto aún no se ha presentado formalmente.

La actividad MEA centrada en la determinación de la constante de la gravedad puede ser caracterizada como una experiencia de aprendizaje que cumple con la promoción de los tres tipos de desarrollo conceptual: descubrimiento, reforzamiento e integración.

En primer lugar, se trata de una actividad de descubrimiento, ya que los estudiantes se enfrentaron por primera vez al concepto de segunda derivada de una función, lo que les permitió explorar nuevas formas de representar la variación de la altura en distintos tipos de movimiento (caída libre, tiro vertical y tiro parabólico). Esto favoreció la construcción de significados en torno a la aceleración como segunda derivada de la posición respecto al tiempo.

En segundo lugar, la actividad funcionó como un reforzador, al involucrar cálculos con derivadas y promover el análisis de situaciones que implican variación cuadrática. Los estudiantes aplicaron conocimientos previamente adquiridos en matemáticas, consolidando su comprensión de conceptos fundamentales mediante su uso en un contexto experimental.

Finalmente, la actividad se constituyó como un integrador, al articular saberes de distintas áreas del conocimiento. La modelación matemática se vinculó con contenidos de cinemática, permitiendo a los estudiantes establecer conexiones entre fenómenos físicos y representaciones matemáticas, así como recuperar y aplicar objetos matemáticos trabajados anteriormente.

### *Evaluación final de la actividad de la Gravedad*

Para valorar el desarrollo conceptual de los estudiantes, se aplicó una evaluación final del MEA de Constante de la gravedad (Figura 3) que también proporciona información sobre la participación de los miembros del equipo en los experimentos, específicamente se presentó como el siguiente cuestionario:

1. ¿Cuál es el valor de la magnitud de la gravedad?
2. ¿Qué es la gravedad?
3. ¿Qué tipo de fuerza es?
4. ¿Qué significan sus unidades  $\frac{m}{s^2}$ ?

5. ¿en el primer intento del experimento obtuviste el mismo valor de la gravedad experimentalmente que el teórico?
6. ¿Qué dificultades tuviste que afrontar para obtenerlo?
7. ¿Cómo evaluaste la rúbrica?
8. ¿Cuál de los tres experimentos fue el más complejo? y ¿Por qué?
9. ¿En todos los experimentos obtuviste el valor de la gravedad correcto?
10. ¿Qué influencia tiene la altura con se realizan los experimentos en el resultado de la gravedad?
11. ¿En qué influye el movimiento horizontal para el cálculo de la gravedad?

Como análisis final, en la tabla 4 se presenta un concentrado con los resultados obtenidos por cada equipo en el MEA Constante de la gravedad. Cabe mencionar que el equipo 1 no entregó dicha actividad.

**Tabla 4**

*Concentrado de resultados del MEA de Constante de la gravedad*

| Equipo | Nivel    | Ruta utilizada | Modelo | Evaluación rúbrica | Promedio de Evaluación desarrollo conceptual (1-100) |
|--------|----------|----------------|--------|--------------------|------------------------------------------------------|
| 1      | Bajo     | X              | X      | X                  | X                                                    |
| 2      | Bajo     | 2              | A      | 3.75               | 70                                                   |
| 3      | Promedio | 1              | A      | 5.00               | 74                                                   |
| 4      | Alto     | 1              | A      | 4.75               | 90                                                   |
| 5      | Alto     | 1              | A      | 5.00               | 100                                                  |
| 6      | Promedio | 1              | A      | 5.00               | 82                                                   |
| 7      | Promedio | 1              | A      | 4.75               | 40                                                   |
| 8      | Bajo     | 1              | A      | 3.75               | 80                                                   |
| 9      | Bajo     | 1              | A      | 3.50               | 54                                                   |
| 10     | Bajo     | 1              | A      | 3.75               | 85                                                   |
| 11     | Bajo     | 1              | A      | 4.50               | 68                                                   |
| 12     | Alto     | 1              | A      | 5.00               | 92                                                   |
| 13     | Alto     | 1              | A      | 5.00               | 95                                                   |
| 14     | Promedio | 3              | B      | 4.25               | 62                                                   |
| 15     | Promedio | 1              | A      | 3.75               | 50                                                   |

### **Aportaciones y reflexiones finales**

En el uso de actividades generadoras de modelos MEA con manipulables físicos, los estudiantes lograron construir modelos conceptuales sólidos del concepto de variación cuadrática, lo que evidencia una comprensión del comportamiento de las funciones cuadráticas, tanto en términos de la variación

como de sus derivadas. Esta comprensión se manifestó en su capacidad para interpretar el significado de estos conceptos en contextos físicos. Al utilizar este tipo de actividades MEA pueden manipular las variables involucradas para obtener mejores resultados o más cercanos a los teóricos, lo que les permite desarrollar habilidades matemáticas y de modelación en la resolución de situaciones reales.

El uso de Tracker es una manera de aumentar la certeza y confiabilidad de los datos, permite describir el movimiento a partir de un video, lo que disminuye los errores de medición. Además, el software provee de una primera representación en forma tabular, que puede ayudar al cumplimiento de generalización en situaciones donde el movimiento de objetos debe cuantificarse. Por otro lado, el uso de la experimentación directa en actividades permite que los estudiantes puedan realizar una comparación entre los valores teóricos y experimentales. También, ayuda a despertar el interés y la motivación de los estudiantes al involucrarse en la resolución de problemas.

Otro aspecto relevante que destacar es el uso de la metodología de Experimentos en el aula, la cual ha sido de gran apoyo en el diseño de actividades orientadas a la generación de modelos matemáticos con manipulables físicos. Esta metodología no solo promueve una aproximación contextualizada al conocimiento, sino que también permite al profesor-investigador mantener un vínculo constante con los estudiantes, observando de cerca sus formas de operar, razonar e interactuar con situaciones problemáticas reales. Al considerar los intereses y experiencias de los alumnos, se favorece un ambiente de aprendizaje significativo, donde los modelos no se construyen de manera abstracta o descontextualizada, sino a partir de fenómenos que resultan cercanos y relevantes para ellos. Esta interacción directa entre el diseño didáctico y la práctica en el aula fortalece la pertinencia de las actividades y potencia el desarrollo del pensamiento variacional.

## Referencias

- Aguilar, J. (2021). Modeling through model-eliciting activities: An analysis of models, elements, and strategies in high school. The cases of students with different levels of achievement. *Mathematics Teaching Research Journal*, 13(1), 52–70.
- Aymerich, A., & Albarracín, L. (2022). Modelización matemática en actividades estadísticas: Episodios clave para la generación de modelos. *Uniciencia*, 36(1), 1–16.
- Bursic, K., Shuman, L., & Besterfield-Sacre, M. (2011). *Improving student attainment of ABET outcomes using model-eliciting activities (MEAS)*. University of Pittsburgh.

- Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a Models and Modeling Perspective With Existing Research and Practice. En R. A. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (pp. 465-478). Routledge.
- Hamilton, E., Lesh, R., Lester, L., & Brilleslyper, M. (2008). Model-eliciting activities (MEAs) as a bridge between engineering education research and mathematics education research. *Advances in Engineering Education*, 1(2), 1-25.
- Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Routledge.
- Montero, L., & Vargas, V. (2022). Ciclos de modelación y razonamiento covariacional al realizar una actividad provocadora de modelos. *Educación matemática*, 34(1), 214-248. <https://doi.org/10.24844/EM3401.08>
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *Programa de estudios del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático III*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo de Pensamiento matemático*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *Rediseño del marco curricular común de la educación media superior*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2024). *La transversalidad en el MCCEMS*. SEP.
- Shuman, L., Besterfield-Sacre, M., Yildirim, T. P., & Siewiorek, N. (2010). CCLI: Model-eliciting activities: Experiments and mixed methods to assess student learning. En *Proceedings of the ASEE Annual Conference & Exposition* (pp. 15- 33). American Society for Engineering Education.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Routledge.
- Trelles-Zambrano, C., Toalongo, X., Alsina, A., & Gonzáles, N. (2019). La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos: una propuesta para el aula de secundaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 102, 43-59.
- Vargas, V., Valenzuela, C., & Aguilar, M. (2022). Actividad provocadora de modelos: propuesta para aprender matemáticas. En L. A. Hernández Rebollar, & E. Juárez Ruiz, (Eds.), *Tendencias en la Educación Matemática 2022* (pp. 43-65). Comunicación Científica.



### **Autor de correspondencia**

Erik Morales Mercado | [erik.morales@unison.mx](mailto:erik.morales@unison.mx)