



La proporcionalidad: una noción para aprovechar el tiempo, graduar y organizar el aula multigrado. Estudio sobre saberes docentes

Proportionality: A Concept for Managing Time, Structuring, and Organizing the Multigrade Classroom. A Study on Teachers' Knowledge

Ana Rosa Arceo-Luna  | ana.arceo@cinvestav.mx
Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN

Recepción: 17 de diciembre de 2024 | Aceptación: 28 de enero de 2025

Resumen

Los profesores de escuelas multigrado enfrentan el desafío de atender a estudiantes de diferentes grados al mismo tiempo, lo que les exige movilizar diversos saberes para enseñar matemáticas. Este estudio tiene como objetivo identificar cómo dos docentes pusieron en juego sus saberes al trabajar la proporcionalidad fuera de la clase de matemáticas. Como marco de referencia se retomó la noción de Saberes Docentes y la Teoría de las Situaciones Didácticas. La metodología sigue el estudio de caso con enfoque cualitativo, en el que se emplearon observaciones y entrevistas para recolectar los datos. Entre los principales hallazgos, destaca el reconocer que la proporcionalidad es un contenido con un gran potencial para abordarse en distintos momentos de la jornada escolar y promover aprendizajes en el aula multigrado, además, se identificó que la proporcionalidad articula saberes docentes relacionados con el currículo, las prioridades formativas de los estudiantes y la experiencia docente en la organización multigrado.

Palabras clave

Saberes Docentes, proporcionalidad, primaria multigrado.

Abstract

Multigrade school teachers face the challenge of teaching students from different grade levels simultaneously, requiring them to mobilize various forms of knowledge to teach mathematics. This study aims to identify how two teachers applied their knowledge when working on proportionality outside the mathematics class. As a theoretical framework, the study draws on the concept of Teachers' Knowledge and the Theory of Didactic Situations. The methodology follows a qualitative case study approach, using observations and interviews for data collection. Among the main findings, proportionality has significant potential to be addressed at different moments throughout the school day, fostering learning in the multigrade classroom. Additionally, the study identified that proportionality connects teachers' knowledge of the curriculum, students' formative priorities, and teaching experience in multigrade classroom organizations.

Keywords

Teachers' Knowledge, proportionality, multigrade primary education.

Introducción

Las escuelas multigrado son una organización escolar común alrededor del mundo, en la que un profesor está a cargo de estudiantes de diferentes edades y grados (Leones & Bonilla, 2024). En México, más del 40% de las escuelas primarias funcionan bajo esta organización (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2019).

Aunque desde 1990 se han realizado diversos estudios sobre la enseñanza en aulas multigrado, en América Latina (Leones & Bonilla, 2024), la información sobre la labor docente en la enseñanza de matemáticas en estas escuelas sigue siendo limitada. En este contexto, surge la pregunta de investigación ¿Cómo las profesoras de aulas multigrado ponen en juego sus saberes docentes para enseñar la proporcionalidad a lo largo de la jornada escolar?

Para abordar esta pregunta, inicialmente se realizó una revisión de la literatura en la que se identificaron características comunes en las escuelas multigrado. Entre ellas destaca su origen, estas escuelas surgieron con el propósito de ampliar la cobertura educativa y atender a los estudiantes en áreas geográficamente distantes (INEE, 2019; Leones & Bonilla, 2024), por lo que suelen ubicarse en zonas rurales, con actividades económicas relacionadas al campo, infraestructura limitada, distancia de los centros urbanos y escasos medios de comunicación. Estas condiciones generan múltiples retos para los docentes, mismos que no se abordan en la formación inicial, la cual sigue un enfoque homogéneo en las escuelas normales (Cano et al., 2023).

Las investigaciones sobre la práctica docente en escuelas multigrado coinciden en señalar tres principales retos a la hora de enseñar matemáticas:

a) integrar las demandas contextuales y curriculares en el diseño e implementación de las secuencias didácticas (García & Solares, 2022); *b)* realizar tareas docentes y administrativas simultáneamente, sin una formación específica para ello (INEE, 2019); y *c)* atender las particularidades de las interacciones entre los estudiantes de estos contextos (Castedo et al., 2021).

Sin embargo, las escuelas multigrado presentan también importantes potencialidades pedagógicas, tales como el fomento a la autonomía de los estudiantes al reducir su dependencia del maestro; la promoción de la instrucción mutua, donde los alumnos de diferentes grados se enseñan entre sí; y el desarrollo de habilidades sociales y de convivencia, creando un microsistema social en el aula. Además, en contextos rurales, estas escuelas ofrecen experiencias didácticas que contribuyen a reducir la brecha entre el currículo y el entorno de los estudiantes (Boix, 2014).

En este contexto, los docentes de aulas multigrado enseñan matemáticas y otras asignaturas poniendo en juego “saberes” que construyen sobre la marcha. Estos saberes incluyen conocimientos sociales, históricos y culturales que influyen en sus decisiones y en su actividad cotidiana como docentes (Mercado, 2002).

El objetivo de esta investigación fue identificar los saberes docentes en la enseñanza de las matemáticas en escuelas multigrado, con un enfoque particular en la proporcionalidad, dado su potencial para ser tratado en diferentes grados y asignaturas. Este tema es fundamental en la formación de los estudiantes (Karplus et al., 1974) y se aborda mediante contenidos matemáticos como multiplicación, división, fracciones y comparación de razones, utilizando diversas representaciones matemáticas, ya sean aritméticas o geométricas (Block et al., 2023). Dado que se enseña en los últimos grados de la educación básica en México, los docentes de escuelas multigrado enfrentan el desafío de abordar este tema de manera simultánea con todos sus estudiantes.

Esta investigación es parte de un estudio más amplio de posgrado, que analiza las prácticas de las profesoras en el aula multigrado. En este documento se presentarán los hallazgos sobre cómo las participantes enseñan la proporcionalidad fuera de la clase de matemáticas.

Marco de referencia

Para esta investigación se retomaron dos referentes teóricos. El primero respecto a los saberes docentes desde la perspectiva de Mercado (2002), quien los define como los conocimientos de los profesores que orientan las decisiones de su quehacer cotidiano, tanto en las tareas de planificar la enseñanza como en el trabajo en el aula y las reflexiones posteriores sobre la práctica. Se caracterizan por ser reflexivos, situados y dialógicos.

El carácter dialógico es central para comprender los saberes docentes, hace referencia a una mezcla de voces que provienen de diferentes influencias, perspectivas y experiencias que se cruzan en la labor docente (Mercado & Espinosa, 2022). Estas voces reflejan los pensamientos, ideas y enfoques de distintas épocas y contextos de los cuales el maestro se apropia. La apropiación de saberes puede ocurrir a través de la transmisión directa de conocimientos entre docentes experimentados y noveles, o de manera más implícita, en el desarrollo del trabajo individual en el aula. La noción de Saberes Docentes se presenta en distintos momentos de esta investigación, cuando las profesoras plantean una tarea e involucran en ella múltiples voces, tanto del aula como externas.

El segundo de los referentes teóricos en el que se apoya este estudio es la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1986), la cual constituye un modelo para pensar la enseñanza como una producción de conocimientos matemáticos. La TSD se empleó en este estudio, principalmente, para nombrar y analizar las tareas diseñadas por las docentes para trabajar la proporcionalidad en su aula multigrado. Se emplearon nociones clave, como el medio, que hace referencia al conjunto de elementos que permiten al estudiante interactuar con determinado conocimiento; institucionalización, que refiere al proceso mediante el cual las respuestas de los estudiantes son reconocidas y validadas en el contexto educativo, y devolución, cuando el docente transfiere al estudiante la responsabilidad de tomar decisiones frente a una tarea, así como la variable didáctica para dar cuenta de múltiples adecuaciones que las maestras llevan a cabo con el objetivo de acercar a sus estudiantes al contenido que van a enseñar.

En este estudio, la perspectiva de los Saberes Docentes (Mercado, 2002) se complementa con las nociones centrales de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986). La primera ayudó a reconocer cuándo se trataba de la manifestación de un saber de las profesoras, mientras que la TSD aportó elementos para interpretar cómo las profesoras buscan la *producción* de conocimientos matemáticos en su aula multigrado.

Metodología

Esta investigación adoptó un enfoque cualitativo, ya que, siguiendo a Cohen et al. (2018), se considera que los participantes son creadores de significados y constructores activos de su entorno. Se seleccionaron los saberes de profesores de escuelas multigrado al enseñar proporcionalidad como casos de estudio. Los casos son ejemplos específicos que ayudan a entender situaciones concretas (Cohen et al., 2018). La recolección de datos se realizó a través de observaciones y entrevistas en el aula a dos profesoras, a quienes se les asignaron los sobrenombres de Rosa e Ilse para preservar su anonimato.

En el momento de la toma de datos, ambas profesoras trabajaban en escuelas bidocentes en Querétaro, México, atendiendo estudiantes de 4° a 6° grado. Durante las observaciones, la investigadora asumió el rol de “no participante”, procurando observar y recopilar datos, evitando intervenir en los procesos o dinámicas del grupo. (v. Cohen et al., 2018). Como evidencias se recuperaron grabaciones de audio, fotografías de las producciones y registros narrativos en un diario de campo. Se llevaron a cabo 20 observaciones de la jornada escolar en el aula de Rosa y 18 de Ilse, procurando alterar lo menos posible su programación escolar, por lo que el número de sesiones fue determinado por las docentes, según los días que destinarían al trabajo de clase antes de cerrar el ciclo escolar.

Las entrevistas fueron de tipo “no estructuradas”, diseñadas como conversaciones en medio de la actividad cotidiana de las profesoras. Como ejes temáticos, se buscó que las entrevistas recuperaran información sobre el origen de las tareas propuestas, las expectativas sobre los alumnos, las improvisaciones en la enseñanza y los contenidos próximos a abordar.

Para el análisis se realizaron tres lecturas de los datos: la primera para identificar eventos relacionados con la proporcionalidad, la segunda para destacar saberes manifestados de manera consistente, y la tercera organizó estos eventos según los saberes, permitiendo que las categorías fueran conformadas a partir de la lectura de los datos. Las categorías identificadas fueron tres: saberes sobre la enseñanza de la proporcionalidad, relacionados con el conocimiento de las profesoras en torno a la proporcionalidad, sus representaciones, estrategias para resolver tareas y momentos adecuados para trabajarla; saberes sobre el contexto, que incluyen la forma en que las docentes integran aspectos de la comunidad, los intereses de los estudiantes y sus familias, y su relación con la escuela; y saberes sobre la didáctica para la enseñanza en multigrado, que se refiere a cómo las docentes toman decisiones considerando que sus estudiantes cursan diferentes grados con distintos niveles de aprendizaje, independientemente del tema que estén desarrollando.

En este informe se reportan saberes correspondientes a la primera categoría, que se trata sobre la enseñanza de la proporcionalidad, particularmente se analiza cómo las profesoras articularon distintas voces para tomar decisiones respecto al tratamiento de la proporcionalidad fuera de la clase de matemáticas.

Discusión y resultados

A lo largo de las observaciones, se identificó que las profesoras llevaban a cabo tareas matemáticas fuera de los momentos con propósito explícito para tratar contenidos relacionados con la proporcionalidad con dos intenciones:

reforzar y desarrollar ciertos conocimientos matemáticos y emplear las matemáticas como una herramienta para abordar otras asignaturas.

En una entrevista, Ilse expresó su preocupación por que sus alumnos ya no continuarán en la secundaria: “lo que vean aquí es lo que van a tener porque muchos ya no siguen estudiando [después de la primaria], se van a Estados Unidos, o con sus papás a ayudarles al campo”, por lo que aprovechaba diversos momentos de la jornada escolar para enseñar matemáticas, especialmente temas relacionados con la proporcionalidad, aunque ella no lo percibía así.

Se reconocieron, principalmente, cuatro momentos de la jornada escolar fuera de la clase de matemáticas en los que las maestras trabajaban la proporcionalidad con sus alumnos: *a*) en las labores de gestión de la clase, *b*) cuando un alumno llevaba un ritmo de aprendizaje distinto al de sus compañeros, *c*) cuando la profesora atendía labores administrativas y daba una consigna para que los niños estuvieran “ocupados”, y *d*) al abordar contenidos de otras asignaturas, donde las matemáticas se presentaron como una herramienta.

A) Labores de gestión de la clase. Un ejemplo de cómo se aprovechaba el momento de gestión de la clase para trabajar las matemáticas fue cuando Ilse organizó a sus estudiantes en equipos para hacer un proyecto relacionado con los planetas. La profesora dijo a los niños:

Ilse: *somos veinticuatro y necesito ocho equipos, [pregunta a todo el grupo] ¿de cuántos va a ser [integrantes por equipo]?*

Alumnos: *cinco... de cuatro... de seis...* [mencionan varias cantidades, como adivinando]

Ilse: [dibuja en el pizarrón caras organizadas en grupos de tres, ver figura 24, y pregunta dirigiéndose a todo el grupo] *¿Qué operación debo hacer?*

Alumno J (5°): *de a tres*

Ilse: *1, 2, 3...* [Cuenta y encierra grupos de tres caritas dibujadas en el pizarrón]

Alumno J (5°): *una división, veinticuatro entre cuatro*

Ilse: *No, si tenemos tres aquí [señala en el pizarrón], tres aquí, tres aquí, tres aquí, tres aquí... y así ocho veces ¿qué operación debo hacer?*

Alumno O (4°): *ocho por tres*

Ilse: [realiza la operación en el pizarrón] *Así si salen los veinticuatro, pero eso es porque ya sabemos que son ocho equipos. ¿Cómo le debo hacer para ver cuántos integrantes va a tener cada equipo?*

Alumno O (4°): *veinticuatro entre ocho*

Ilse: [escribe la operación en el pizarrón] *muy bien, nos reunimos de tres, con quienes ustedes quieran.*

Ilse aprovecha la organización de la clase para realizar una tarea matemática, la plantea de forma verbal, estableciendo la relación entre dos conjuntos: número de niños y cantidad de equipos de trabajo. Al parecer, la maestra buscaba propiciar que sus alumnos hicieran una división:

$$\frac{\text{Número de niños}}{\text{Número de equipos}} = \text{número de integrantes para cada equipo}$$

Figura 1*Representaciones numéricas para formar equipos*

De acuerdo con los grados que cursan los alumnos de la maestra Ilse, se esperaba que todos contaran con herramientas para encontrar de cuántos niños debían conformar los equipos. Sin embargo, no parecía que en la clase todos tuvieran claro qué procedimiento realizar y, aunque, Ilse parecía buscar que mencionaran la división, no fue el primer procedimiento propuesto por los alumnos. Aun así, la maestra mostró flexibilidad ante los procedimientos sugeridos y los ejemplificaba en el pizarrón con apoyo de representaciones gráficas, contando y recurriendo a la multiplicación.

Aunque esta actividad no correspondía a la clase de matemáticas, la profesora dedicó tiempo para explicar, con una representación gráfica, cierto significado de la división (partir o separar), y dio espacio para que los niños aportaran ideas para saber de cuántos integrantes debían ser los equipos. La tarea estaba relacionada con las operaciones de multiplicación y división que estaban trabajando en la clase de matemáticas en esas fechas.

Rosa también aprovechaba la gestión de la clase para pedir a sus alumnos tareas matemáticas. Al pase de lista preguntaba a los alumnos el resultado de alguna multiplicación cuya dificultad variaba entre los estudiantes de un grado y otro: para los alumnos que Rosa consideraba con un menor desempeño en matemáticas, les preguntaba por alguna multiplicación dentro de las tablas de multiplicar del 3 al 5. Para los niños de sexto, la maestra expresaba algún problema verbal que se podía resolver a partir de conocer las tablas de multiplicar del 5 al 9, por ejemplo, a una de las niñas que la profesora consideraba con mayor desempeño preguntó:

Rosa: ...si vas a la tienda y compras 7 chocolates de 5 pesos ¿cuánto vas a pagar?

Alumna A (6°): treinta... [hace un silencio, como pensando], treinta y cinco

Rosa: [se inclina y registra su asistencia en la lista que tiene en el escritorio]

La forma de preguntar las tablas al pase de lista implicaba modificar el contexto, como una variable didáctica que Rosa utilizaba para adecuar el grado de dificultad. Actividades como la organización de equipos, el pase de lista, buscar la página en un libro o repartir material de trabajo, con frecuencia

se convertían en oportunidades para abordar la multiplicación. Cabe mencionar que durante las observaciones no se identificó que los contenidos de otras materias fueran retomados en las actividades de gestión de la clase.

B) Ritmo de aprendizaje. Las tareas matemáticas también eran útiles para que los alumnos con un ritmo de trabajo distinto a sus compañeros continuaran desarrollando aprendizajes, ya sea porque las tareas que hacían sus compañeros de clase demandaban conocimientos más avanzados o porque terminaban primero y debían esperar a que los otros niños también concluyeran.

Cuando algún niño no podía participar en una actividad por requerir conocimientos más avanzados, Ilse les pedía trabajar en “el cuadernillo”, un material entregado por el gobierno estatal durante la pandemia. Este cuadernillo, con problemas de matemáticas y explicaciones breves, no se completó durante el trabajo a distancia y ahora estaba disponible en el salón. La maestra tenía cuadernillos de todos los grados, lo que le permitía asignar ejercicios según el nivel de aprendizaje de cada niño.

Mientras la mayoría de los alumnos trabajaba en un folleto sobre los tipos de maíz, Ilse pidió a tres estudiantes, que consideraba tenían menor desarrollo académico, que trabajaran en los cuadernillos, resolviendo ejercicios de “variación proporcional” (tablas de dobles y triples). La maestra dio un cuadernillo a cada uno, indicó las páginas y les pidió completar los ejercicios mientras sus compañeros elaboraban los folletos. A veces, los estudiantes del cuadernillo se levantaban para ayudar en la creación de los folletos y luego regresaban a su tarea, lo que les permitía mantenerse integrados en el grupo.

Además del cuadernillo, la maestra Ilse daba tareas matemáticas que ella discurría. Por ejemplo, mientras que la mayoría del grupo tomaba un dictado sobre el sistema solar, Ilse pidió a una alumna de 4to, que consideraba como de 2do, resolver el siguiente problema:

María compró 8 mazorcas negras y 5 amarillas ¿Cuántas mazorcas tiene en total?

La maestra vio que la alumna no comprendía qué hacer, por lo que se acercó y le dijo: “dibuja las mazorcas, primero ocho negras y después cinco amarillas”. La niña dibujó las mazorcas y luego la maestra le explicó cómo expresarlo mediante el algoritmo de la adición, realizando una institucionalización. La representación gráfica ayudó a la niña a identificar el procedimiento y a emplear la estrategia de seguir contando. Mientras la mayoría del grupo hacía el dictado, la maestra aprovechó para trabajar con la alumna la relación entre los dos grupos (mazorcas negras y amarillas) y le planteó una nueva pregunta: “¿Cuántas mazorcas tendrá si compro el doble de

negras y el doble de amarillas?”. Así, introdujo una variable didáctica, permitiendo que la alumna “siga contando” o use otro procedimiento.

Como se mencionó, las tareas matemáticas para los niños que llevaban otro ritmo de trabajo también aparecían cuando algún alumno terminaba la actividad más rápido que sus compañeros. Además del cuadernillo, la profesora Ilse recurría a juegos matemáticos como “carrera 20” o “el basta numérico”. En otra ocasión, cuando algunos niños de quinto y sexto terminaron la actividad de lengua, la maestra les pidió que jugaran a “carrera 20”. Conforme los otros niños concluían la actividad se iban sumando al juego, de tal forma que, al finalizar la jornada, los alumnos de todos los grados estaban participando de él.

Estas tareas permitieron que los niños continuaran avanzando mientras sus compañeros terminaban, la naturaleza era distinta y requería intervenciones diferentes por parte de la profesora. Al seleccionar estas tareas, parece que la profesora tiene en cuenta tanto los aprendizajes que sus alumnos ya han dominado como la dificultad específica de la actividad. Para los niños más avanzados se trataba de una actividad de reforzamiento, mientras que para los menos avanzados era una oportunidad para alcanzar aprendizajes acordes a su nivel.

Durante las observaciones también se reconocieron tareas matemáticas que aparecían inmersas en el trabajo de otras asignaturas, estas solían involucrar el uso de razones como el trabajo con fracciones y porcentajes, principalmente en geografía.

C) Atención de labores administrativas. (Revisión de cuadernos). Un ejemplo de ello fue cuando en el marco de un proyecto que desarrollaba Ilse sobre el sistema solar pidió a los niños revisar en equipo el libro de geografía para 4to grado y leer sobre el agua y su presencia en el planeta tierra. Mientras los niños hacían la lectura, la profesora revisaba actividades de los cuadernos. Cuando los niños terminaron de leer y subrayar las ideas que consideraban principales, en plenaria comentaron:

Ilse: [Dirigiéndose a todo el grupo] *¿Cuánta agua salada hay [en el planeta tierra]?*

Alumnos: [en coro] 97%

Ilse: *¿Cuánta es dulce?*

Alumna F (4°): 3 %

Ilse: *¿Cómo lo sabes?*

Alumna F: *porque es lo que falta para llegar a 100*

Ilse: *Y 100% es el total, ¿verdad? Entonces, ¿eso que significa?*

Alumno O (5°): *Que casi todo es salado*

Ilse: *Y ¿Qué pasa si la mayor parte del agua es salada?*

Alumno G (5°): *Que no va a haber agua para tomar, hay que cuidarla.*

La maestra continuó la discusión en plenaria, comentando con los alumnos el papel del agua en el planeta. En este ejemplo, la maestra retoma la

presencia de ciertos porcentajes en la lectura para hacer una reflexión cualitativa sobre la razón, es decir, para comentar con los alumnos qué significa el 97%. La situación podría aprovecharse, posteriormente, para trabajar problemas de proporcionalidad, particularmente relacionados con el significado de los porcentajes como una razón.

D) Abordar contenido de otras asignaturas. En el proyecto sobre el maíz, cuando los niños revisaron en un mapa de su entidad las regiones productoras de este alimento, Ilse retomó los porcentajes como razón:

Ilse: *¿Cómo se llama este signo?* [escribe en el pizarrón %]

Alumna F (4to): *¡Entre!*

Alumno O (5to): *por ciento*

Ilse: *Así es, y nos dice qué parte del total [de maíz] producen en esa región*

Tanto en el ejemplo del agua como en el del maíz, los porcentajes se utilizan para expresar una razón, para dar cuenta de una “parte todo”. No interesaba a la profesora destacar los procedimientos para obtener los porcentajes, pero sí esta noción de razón.

La noción de escala fue otra de las ideas relacionadas con la proporcionalidad que estuvo presente en la clase de Ilse. En el proyecto sobre el sistema solar, la maestra pidió a los niños que representaran uno de los planetas por equipos. Para hacer los trazos, los niños se apoyaron de los materiales con los que contaban en su entorno: cubetas, tapaderas de recipientes, cinta adhesiva, etc. (Figura 2).

Figura 2

Trazo de los alumnos de Ilse para representar uno de los planetas



Aunque trazar el círculo parecía sencillo, los alumnos tuvieron dificultades para trazar las lunas. Discutieron cuántas veces, en comparación con los planetas, debían ser más pequeñas y qué tamaño deberían tener en relación con el planeta. Si bien no se trataba de escalas exactas, los niños comprendían que, al aumentar el tamaño del planeta, las lunas también debían crecer. Según Block et al. (2010), esta es una característica de la proporcionalidad directa, necesaria, aunque no suficiente para afirmar que existe esta relación.

La proporcionalidad también se presentó cuando la maestra Rosa, en la clase de Geografía, dictó a sus alumnos qué es la densidad de población.

Van a poner “la densidad de población se refiere al número promedio de habitantes de una unidad de superficie y se calcula dividiendo el número de habitantes entre los kilómetros cuadrados” [leyendo de un libro y dictando a los alumnos]. Y se escribe [se dirige al pizarrón y escribe] h/km^2 . Es decir, vamos a hacer una división del número de habitantes entre los kilómetros de la superficie que nos interesa, puede ser del país, del estado o de aquí...

La profesora Rosa se centró en destacar qué estaba representando esa razón. Siguiendo a Fiol et al. (2003), la densidad de población es una noción que emplea la proporcionalidad y se puede definir como un “número por unidad de superficie”, y hace referencia a una aproximación, lo cual coincide con el significado que dictó Rosa.

De acuerdo con lo observado, se pudo reconocer que las profesoras trabajaron las matemáticas, y específicamente la proporcionalidad, en distintos momentos de la jornada escolar, como en los cuadernillos, los problemas diseñados por ellas mismas y los juegos, donde era necesario obtener un resultado exacto. En ocasiones, las matemáticas fungieron como herramienta para comprender otros temas, como la relación entre la luna y los planetas o la producción de maíz. Cuando las matemáticas se presentan como una herramienta, las maestras no se centran en analizar el contenido matemático y aceptan el significado de las razones como aproximaciones.

Se puede inferir que las profesoras integraron diversas voces al trabajar tareas relacionadas con la proporcionalidad a lo largo de la jornada escolar. Estas voces provienen de los padres, que esperan que sus hijos adquieran habilidades matemáticas fundamentales para su vida cotidiana; de las maestras, que consideran las matemáticas esenciales para la formación integral de los estudiantes; y de los programas educativos, que dictan los contenidos y la organización del currículo.

El análisis revela que las profesoras son quienes articulan tales voces cuando deciden qué contenidos trabajar y en qué momentos de la jornada, con base en su experiencia y el contexto de las escuelas multigrado. Las profesoras optaron por abordar las matemáticas de manera transversal, integrando contenidos de diferentes grados y asignaturas, lo que demuestra una articulación de sus saberes. Esta estrategia es clave para organizar el aprendizaje en aulas multigrado.

Este trabajo resalta la necesidad de que, en los programas de formación docente, tanto inicial como continua, se cuente con espacios para la apropiación de saberes, así como con materiales de apoyo en temas de índole matemático y didáctico. Los maestros construyen sus saberes en el contexto de su práctica diaria al interactuar con diversas influencias y perspectivas, y es fundamental que una de estas influencias provenga de cono-

cimientos sólidos en matemáticas para aprovecharse como una disciplina transversal y flexible. Además, es esencial contar con un dominio profundo de la didáctica de las matemáticas, especialmente en contextos multigrado, para facilitar el trabajo con grupos diversos.

Se considera que el tiempo destinado a la toma de datos fue insuficiente, lo que limitó la capacidad para dar respuestas completas a la pregunta de investigación. Por ello sería valioso realizar estudios etnográficos con estancias prolongadas por parte del investigador para identificar formas de trabajar otros contenidos matemáticos en el aula multigrado, así como comprender mejor la influencia de otras voces presentes en la labor docente en aulas multigrado, tales como las características del entorno rural, las tensiones entre el enfoque de trabajo por proyectos y la enseñanza de las matemáticas (un modelo propuesto actualmente en el currículo de las escuelas primarias mexicanas), entre otros aspectos.

Conclusiones

En este estudio se puso en evidencia cómo profesoras de aulas multigrado integran las matemáticas de manera estratégica a lo largo de toda la jornada escolar, más allá de las clases específicamente dedicadas a esta asignatura; aprovechan diversos momentos para reforzar nociones sobre multiplicación, razones y fracciones que se vinculan con formas de representar y resolver problemas de proporcionalidad.

La proporcionalidad es un tema útil para optimizar el tiempo de aprendizaje, debido a su flexibilidad para representarse de manera aritmética y geométrica, y a los diversos contextos en los que puede aplicarse, ya sean lúdicos, matemáticos, de gestión del aula y de la vida cotidiana. Las situaciones de proporcionalidad no requieren que todos los estudiantes las resuelvan con los mismos procedimientos. Por ejemplo, en un problema de valor faltante contextualizado en la compraventa de un producto cotidiano, los estudiantes pueden resolver la situación a partir de duplicar cantidades, realizar sumas iteradas, reconocer la constante de proporcionalidad, entre otros procedimientos que se generen sobre la marcha.

Los maestros, tanto en aulas multigrado como en las de un solo grado, pueden usar la proporcionalidad para abordar contenidos de otras disciplinas. En Geografía se presentan las razones al analizar comercio, mapas, demografía, distribución de población y fenómenos climáticos. También las comparaciones de razones pueden detonar debates sobre lo “justo” y lo “equitativo” en situaciones cotidianas (Block et al., 2010), fomentando la reflexión sobre problemáticas sociales. En resumen, la proporcionalidad es útil para hacer comparaciones, cálculos y representar relaciones con mayor precisión.

Dado que actualmente no se cuenta con materiales específicos para la enseñanza en aulas multigrado, se recomienda a los docentes consultar el libro *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica* (Block et al., 2010) y dialogar con otros maestros para profundizar sobre estos temas, de modo que construyan saberes a través del intercambio de experiencias y reflexiones.

Sin duda, la proporcionalidad directa puede funcionar en el aula de educación básica (preescolar, primaria y secundaria) como un nodo donde convergen diversos saberes provenientes del contexto, las expectativas y el currículo, pero es el docente quien tiene la capacidad de articular las múltiples voces que rodean su labor cotidiana.

Referencias

- Block D., Mendoza, T., & Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica* (Serie: Somos Maestros). SM - Cinvestav.
- Block, D., Ramos, D. & Sosa, J. (2023). De la expresión de la razón con dos números naturales, a su expresión con una fracción. Dos experiencias de ingeniería didáctica en el nivel básico. *Educación matemática*, 35(3), 82–111. <https://doi.org/n2gh>
- Boix, R. (2011). ¿Qué queda de la escuela rural? Algunas reflexiones sobre la realidad pedagógica del aula multigrado. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 15(2): 13–23. <https://www.ugr.es/~recfpro/rev152ART1.pdf>
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33–115.
- Cano, A., Espino, H. M., & Espinosa, L. (2023). Desafíos en la formación de docentes rurales de México. *Revista Iberoamericana de Educación*, 91(1), 85–98. <https://doi.org/n2gf>
- Castedo, M., Broitman, C., & Siede, I. (Comps) (2021). *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuelas plurigrado primarias*. Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. Routledge.
- Fiol, M. L. & Fortuny, J. M. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Síntesis
- García, E., & Solares, D. (2022). Intervenciones didácticas en multigrado para la enseñanza de las matemáticas. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 96, 32–39
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE]. (2019). *La educación multigrado en México*. INEE.

- Karplus, R., Karplus, E., & Wollman, E. (1974). Intellectual Development beyond Elementary School. IV: Ratio, the Influence of Cognitive Style. *School Science and Mathematics*, 74, 476–482
- Leones, S. & Bonilla, (2024). Revisión Bibliográfica Sistemática de la Investigación en Educación Multigrado. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(1), 9333–9355. <https://doi.org/n2gd>
- Mercado, R. & Espinosa, E., (2022). Etnografía y el estudio de los saberes docentes en países de América Latina. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa*, 35, <https://doi.org/n2gj>
- Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. Fondo de Cultura Económica.

**Autor de correspondencia**

Ana Rosa Arceo-Luna | ana.arceo@cinvestav.mx